

Eksamen i Fag 70525 Fysikk for avd. IV^{A,B,C}, 27. august 1988

LØSNINGSFORSLAG

Oppgave 1

- a) Brytning inn i fiberen: $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$
 Brytning mellom indre og ytre del: $n_2 \sin \gamma = n_3 \sin \delta$
 Geometri: $\gamma = \pi/2 - \beta$, slik at $\sin \gamma = \cos \beta$.
 Totalrefleksjon mellom indre og ytre del: $\sin \delta > 1$.
 $\Rightarrow \cos \beta = \sin \gamma = n_3 \sin \delta / n_2 > n_3 / n_2$
 $\sin \alpha = n_2 \sin \beta / n_1 = n_2 \sqrt{1 - \cos^2 \beta} / n_1 \Rightarrow$ Dvs. betingelsen for totalrefleksjon er:

$$\sin \alpha < (\sin \alpha)_{\max} = \sqrt{n_2^2 - n_3^2} / n_1.$$

- b) Totalrefleksjon for alle verdier av α ($\leq \pi/2$) fås dersom

$$(\sin \alpha)_{\max} \geq 1. \text{ Dvs. for: } \sqrt{n_2^2 - n_3^2} \geq n_1 = 1, \text{ eller for:}$$

$$\underline{n_2 \geq \sqrt{1 + n_3^2}}. \text{ Dette kan bare oppnås for høye } n_2.$$

- c) Optiske fibre brukes for optisk kommunikasjon, og for spesielle avbildningsformål. Man bruker en indre og en ytre del med ulik brytningsindeks for at lyset skal reflekteres fram og tilbake i fiberen ved total indre refleksjon. Dermed minimaliseres refleksjonstapene.

Oppgave 2

a) $V_3 = RT_3 / p_3 = \underline{24.08 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}$. $T_1 = T_2 = \underline{373 \text{ K}}$

3-1: Adiabatt, dvs. $p \cdot V^\gamma = \text{konst}$ eller $T \cdot V^{\gamma-1} = \text{konst}$. \Rightarrow

$$T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_3 \cdot V_3^{\gamma-1} \Rightarrow V_1 = V_3 (T_3 / T_1)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \underline{13.17 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}$$

$$p_1 = RT_1 / V_1 = \underline{2.35 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

1-2: Isoterm: $p \cdot V = RT_3$. $V_2 = V_3$ siden 2-3 er isochor.

$$p_2 = RT_2 / V_2 = \underline{1.29 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

De øvrige størrelsene er oppgitt.

- b) 1→2: Isoterm: $Q_{12}=W_{12}=RT_1\ln(V_2/V_1) = \underline{1868,2 \text{ J}}$
 3→1: Adiabat: $W_{31}=(p_1V_1-p_3V_3)/(1-\gamma)=-R(T_1-T_3)/(\gamma-1)=-\underline{1660,0 \text{ J}}$
 2→3: Isochor: $V=\text{konst}$: $W_{23}=0$.
 $W=W_{12}+W_{23}+W_{31} = \underline{208,2 \text{ J}}$.
 Virkningsgrad: $e = W/Q_{12} = \underline{0,111}$.

- c) $\Delta S_{\text{omløp}} = \Delta S_{12} + \Delta S_{23} + \Delta S_{31} = 0$ siden prosessen er reversibel
 $\Delta S_{31} = 0$ siden 3→1 er adiabat. =>

$$\Delta S_{23} = -\Delta S_{12} = - \int_1^2 \frac{dQ}{T} = -Q_{12}/T_1 = \underline{-5,01 \text{ J/K}}$$

isoterm

- d) Omgivelsene mottar varmemengde $|Q_{23}|$ ved konst. temperatur T_0 .
 Omgivelsenes entropiendringen blir:
 $\Delta S_0 = |Q_{23}|/T_0 = |Q_{12}-W|/T_0 = \underline{5,72 \text{ J/K}}$.
 Dette er også total entropiendring pr. omløp. (Systemets entropiendring pr. omløp er null, jfr. c)).

Oppgave 3

- a) Heisenbergs usikkerhetsrelasjon: $\Delta x \cdot \Delta p \geq h/(4\pi) \approx h$. Produktet av posisjonsusikkerhet og impulsusikkerhet er av orden h eller større.

I boks med volum $V=L^3$: $\Delta x=\Delta y=\Delta z \approx L$. Dvs. $\Delta p_x \approx \Delta p_y \approx \Delta p_z \geq h/(4\pi L)$.

Partikkelenergi: $E = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$. Partikkelen er inni boksen og i middel må derfor p_x, p_y , og p_z være null (ellers ville partikkelen ha netto hastighet). Derfor må vi ha $p_x^2 = \Delta p_x^2$, $p_y^2 = \Delta p_y^2$ og $p_z^2 = \Delta p_z^2$, slik at $p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 \geq 3h^2/(4\pi L)^2$. Laveste energi partikkelen kan ha blir derfor: $E \geq E_{\text{min}} = \frac{3h^2}{32m(\pi L)^2}$.

- b) Innsatt for $p = \frac{mv}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ (oppgitt), fås direkte at
 $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ (som oppgitt). QED!

Part. i ro ($v=0$, dvs. $p=0$): $E = mc^2$

Foton ($m=0$): $E = pc$

c) Som utledning i boka.

Energibevarelse (energi før støt = energi etter støt):

$$pc + m_e c^2 = p'c + \sqrt{m_e^2 c^4 + P^2 c^2}$$

=>

$$m_e^2 c^4 + P^2 c^2 = [(p-p')c + m_e c^2]^2 \Rightarrow$$

$$m_e^2 c^4 + P^2 c^2 = (p-p')^2 c^2 + m_e^2 c^4 + 2m_e c^3 (p-p') \Rightarrow$$

$$P^2 c^2 = (p-p')^2 c^2 + 2m_e c^3 (p-p'). \quad (1)$$

Impulsbevarelse (impuls før støt = impuls etter støt):

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{P} \Rightarrow \vec{P} = \vec{p} - \vec{p}' \Rightarrow$$

$$P^2 = (\vec{p} - \vec{p}')^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos\phi \quad (2)$$

(ϕ = vinkel \vec{p}, \vec{p}'). (2) inn i (1) gir:

$$p^2 c^2 + p'^2 c^2 - 2pp' c^2 \cos\phi = p^2 c^2 + p'^2 c^2 - 2pp' c^2 + 2m_e c^3 (p-p') \Rightarrow$$

$$m_e c (p-p') = pp' (1 - \cos\phi) \Rightarrow$$

$$1/p' - 1/p = \frac{1}{m_e c} (1 - \cos\phi)$$

Innsatt for $p = h/\lambda$ og $p' = h/\lambda'$ fås:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\phi). \text{ QED!}$$

d) Effekten kalles Compton effekten. Illustrerer at fotoner har partikkelnatur og at de utveksler energi og impuls ved støt på tilsvarende måte som andre partikler.

$$\text{Ser av uttrykket at } (\lambda' - \lambda)_{\max} = \frac{2h}{m_e c} = 4,86 \cdot 10^{-12} \text{ m} = \underline{0,00486 \text{ nm}}$$

opptrer for $\phi = \pi$ (180°).

Dvs. $\lambda = 0,1 \text{ nm}$ og $\lambda' = 0,10486 \text{ nm}$.

Kinetisk elektronenergi etter støtet (elektronet mottar den energien fotonet mister): $hc(1/\lambda - 1/\lambda') = \underline{9,218 \cdot 10^{-17} \text{ J}}$

Elektronimpuls etter støtet $P = p + p' = h(1/\lambda + 1/\lambda') \approx 2h/\lambda =$

$$\underline{1,3 \cdot 10^{-23} \text{ N}\cdot\text{s}} \quad (P = p + p' \text{ siden } \phi = \pi).$$