Eksamen i Teoretisk fysikk IC (fag 71516)

Torsdag 25. mai 1972

kl. 9-14

Tillatte hjelpemidler: Regnestav og matematiske tabeller.

I

a) En punktladning q er plassert i avstanden a fra sentrum av en jordet ledende kule med radius R. Vis hvordan feltet utenfor kulen bestemmes ved hjelp av en speilladning i avstanden $\frac{R^2}{a}$ fra kulesentret.

b) Finn den ladningsfordelingen $\rho(\vec{r})$ som gir potensialet

$$\varphi(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} & \text{for } r > R \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2R}\left(3-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right) & \text{for } r \leq R \end{cases}$$

c) En homogen kuleformet ladningsfordeling med radius R_0 er plassert med sentrum i avstanden a fra sentrum av en jordet ledende kule med radius R $(a > R_0+R)$. Finn potensialet utenfor den ledende kulen og finn kraften mellom de to kulene.

Oppgitt:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$$

II

a) Vis at de elektromagnetiske feltene er justerinvariante.

b) I et inhomogent materiale er permitiviteten stedsavhengig $\varepsilon = \varepsilon(\vec{r})$ mens permeabiliteten er konstant $\mu = \mu_0$. Vis at når en bruker Lorentzjusteringen får en i dette tilfellet for potensialene de to koblete differensiallikningene:

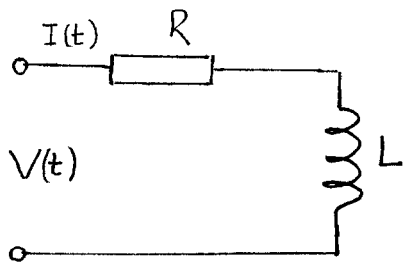
$$(\nabla^2 - \varepsilon\mu \frac{\partial^2}{\partial t^2})\varphi = -\rho/\varepsilon - \frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}(\nabla\varphi + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t})$$

$$(\nabla^2 - \varepsilon\mu \frac{\partial^2}{\partial t^2})\vec{A} = -\mu\vec{j} - \mu\nabla\varepsilon \frac{\partial\varphi}{\partial t} .$$

c) Kan du finne en annen justering som gir to ukoblete likninger for φ og $\vec{A}$?

III

Gitt den elektriske kretsen på figuren.



a) Vis at sammenhengen mellom fourierkomponenten av strømmen og spenningen da kan skrives

$$j(\omega) = k(\omega)\ v(\omega) .$$

Bestem responsfunksjonen $k(\omega)$ og lokaliser dens singulariteter i det komplekse ω-plan.

b) Ved en invers fourieromvending finner en

$$I(t) = \int_{-\infty}^{\infty} K(t-t')\ V(t')dt' .$$

Beregn $K(\tau)$.