Eksamen i

Teoretisk fysikk IC (fag 71516)

Torsdag 30.mai 1974

Tid: kl.0900 - 1400

Tillatte hjelpemidler:

1) Egne referater.
2) Kompendium i Elektromagnetisk teori våren 1974.
3) Oppgaver til Elektromagnetisk teori våren 1974 .
4) Matematisk formelsamling.

NB! Oppgavene I,II,IIIa og IIIb inngår med samme vekt.

Oppgave I.

(Likningene i denne oppgaven er formulert i det Gausske enhetssystem).

Et supraledende materiale fyller rommet mellom planene $x = -d$ og $x = d$. Utstrekningen i z- og y-retning kan betraktes som uendelig. I vakuumet utenfor supralederen finnes en magnetisk induksjon $B_x = B_y = 0$; $B_z = B_0$ = konstant (samme verdi på begge sider), mens den elektriske feltstyrke er $\vec{E} = \vec{0}$ overalt.

Under forutsetning av at $d \gg \sqrt{\Lambda c^2} \approx 10^{-6}$ cm, der Λ er Londons parameter og c er lyshastigheten, kan forholdene i supralederen beskrives ved Londons likninger

$$\Lambda \frac{\partial}{\partial t} \vec{j}_s = \vec{E} \qquad \text{og} \qquad \Lambda \,\mathrm{curl}\, \vec{j}_s = -\frac{1}{c} \vec{B} \quad ,$$

pluss Maxwells likninger

$$\mathrm{div}\, \vec{E} = 4\pi\rho \quad ; \qquad \mathrm{div}\, \vec{B} = 0$$

$$\mathrm{curl}\, \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \quad ; \qquad \mathrm{curl}\, \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_s + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} \vec{E} \quad .$$

Her er $\vec{j}_s$ strømtettheten av "supraledende" elektroner. Beregn $\vec{B}$ og $\vec{j}_s$ i supralederens indre. Skisser $|\vec{B}|$ som funksjon av x ,

og gjør rede for at Meissner-Ochsenfeld effekten er til stede.

(NB! Det forutsettes at det ikke finnes overflate-ladninger og -strøm).

Oppgave II.

Gitt en kulesymmetrisk ladnings- og strømfordeling som pulserer slik at til ethvert tidspunkt er kulesymmetrien bevart. Det antas at systemet ligger innen et begrenset volum V. Gi et enkelt argument for at et kulesymmetrisk system ikke kan utstråle elektromagnetiske bølger. Hva er da $\vec{E}$ og $\vec{B}$ utenfor V?

Oppgave III.

En uendelig lang massiv sylindrisk leder med radius r_0, ledningsevne σ og dielektrisitetskonstant og permeabilitet som for vakuum befinner seg i et ytre magnetisk induksjonsfelt: $\vec{B} = \vec{B}_0 \, e^{-i\omega t}\vec{e}_z$ med $\vec{B}_0$ = konstant og z-akse = sylinderens akse.

a) Vis at $\vec{B} = B(r)e^{-i\omega t}\vec{e}_z$

og $\vec{E} = E(r)e^{-i\omega t}\vec{e}_\varphi$

der $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\varphi$ og $\vec{e}_z$ er de ortonormerte sylindriske enhetsvektorer og vis at $B(r)$ tilfredsstiller en nullte ordens og $E(r)$ en første ordens Besselske differensiallikning. (Ta hensyn til enhetsvektorenes posisjonsavhengighet!).

Hvilke er de fysikalsk relevante løsninger av differensiallikningene?

b) For $\omega \ll 4\pi\sigma$ og $d \equiv \dfrac{c}{\omega|\mathrm{Im}\, n|} \ll r_0$, der n er den komplekse brytningsindeks, vis at $\vec{B}$, $\vec{E}$ og $\vec{j}$ forholder seg tilnærmelsesvis som $e^{(1-i)r/d}$ for $r \lesssim r_0$.

*

NB! Konvensjonen er at realdelen av de komplekse størrelser må tas, men regn gjerne med komplekse uttrykk!

Oppgitt: $\int dx\, x^p J_{p-1}(x) = x^p J_p(x)$.