UNIVERSITETET I TRONDHEIM
INSTITUTT FOR TEORETISK FYSIKK
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE

Eksamen i

fag 71516 TEORETISK FYSIKK IC - EL.MAGN.TEORI

Mandag 5. juni 1978

kl. 0900 - 1400

(Tillatte hjelpemidler: Matematisk formelsamling, regnestav og lommekalkulator).

Oppgave 1

Skriv opp Maxwells likninger.

Vis at feltstørrelsene som inngår kan avledes av potensialer ϕ og $\vec{A}$.

Utled så differensiallikningene for ϕ og $\vec{A}$ for vakuum.

Definer Lorentzbetingelsen og vis at en får ukoplede feltlikninger for ϕ og $\vec{A}$ når denne benyttes.

Oppgitt vektorformel: $\nabla\times(\nabla\times\vec{a}) = \nabla(\nabla\vec{a}) - \nabla^2\vec{a}$.

Oppgave 2

Angi uten utledning betingelsene på den elektriske feltstyrken $\vec{E}$ og den elektriske forskyvningen $\vec{D}$ ved grenseflaten mellom to forskjellige medier når det ikke er fri ladninger i denne grenseflaten.

I et homogent elektrisk felt (i vakuum) $\vec{E}(\vec{r})=E_0\hat{e}_z$ plasseres en nøytral ikke ledende dielektrisk kule med radius R og relativ dielektrisitetskonstant ε_r . Sentret på kulen legges i origo. Det elektrostatiske potensialet for dette systemet vil være gitt ved

$$\varphi(\vec{r}) = (Ar+B\frac{1}{r^2})\cos\theta$$

der konstantene A og B er forskjellige utenfor og innenfor kulen.

Bestem A og B på begge sider av kuleoverflaten.

Vil kulen bli påvirket av en netto kraft? Gi kort begrunn-

else for svaret.

Oppgave 3

En antenne består av en rett leder av lengde L som kan betraktes som uendelig tynn. Når det er strøm i antennen vil den ha en halvbølgeformet strømfordeling med buk på midten og knuter i begge endene (cosinus form). For tiden $t<0$ er det ikke noen strøm i antennen. Ved tiden $t=0$ blir strøm satt på. Denne strømmen har for $t>0$ et tidsforløp av formen $e^{-\sigma t}\sin(\Omega t)$ (dvs. dempede svingninger).

Plasser antennen i et koordinatsystem og skriv opp eksplisitt et uttrykk for strømtettheten $\vec{j}(\vec{r},t)$.

Anta videre i oppgave at $\sigma \ll \Omega$. Beregn så frekvensfordelingen $U(\hat{n},\omega)$ av utstrålt energi pr. romvinkelenhet i retning $\hat{n}$ for denne strømmen.

Finn deretter utstrålt energi pr. romvinkelenhet i retning $\hat{n}$. (Hint: Benytt at $U(\hat{n},\omega)$ har en skarp topp om $\omega=\Omega$) .

Hva blir så total utstrålt energi når en også kan anta $\Omega L \ll c$ der c er lyshastigheten?

Oppgitt:

$$U(\hat{n},\omega) = \frac{\mu_0 c}{2(2\pi)^3} k^2 \left|\hat{n}\times\vec{J}\right|^2$$

der $\omega>0$, $\vec{k}=\frac{\omega}{c}\hat{n}$, $\hat{n}$ enhetsvektor og

$$\vec{J} = \int \vec{j}(\vec{r},t)\, e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} d^3r\, dt \quad .$$

$$\lim_{\sigma\to 0} \frac{1}{\pi}\frac{\sigma}{\sigma^2+x^2} = \delta(x) \quad .$$