

Kontinuasjonseksemten i
fag 71516 TEORETISK FYSIKK IC - ELEKTROMAGNETISK TEORI
Lørdag 26. august 1978
kl. 0900 - 1400

Tillatte hjelpe midler: Matematisk formelsamling, regnestav og
lommekalkulator.

I

- a) En punktladning q er plassert i avstanden a fra sentrum
av en jordet ledende kule med radius R . Vis hvordan feltet
utenfor kulen bestemmes ved hjelp av en speilladning i av-
standen $\frac{R^2}{a}$ fra kulesentret.
- b) Finn den ladningsfordelingen $\rho(\vec{r})$ som gir potensialet

$$\phi(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} & \text{for } r > R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2R} (3 - (\frac{r}{R})^2) & \text{for } r \leq R \end{cases}$$

- c) En homogen kuleformet ladningsfordeling med radius R_0 er
plassert med sentrum i avstanden a fra sentrum av en jordet
ledende kule med radius R ($a > R_0 + R$). Finn potensialet uten-
for den ledende kulen og finn kraften mellom de to kulene.

Oppgitt:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

II

a) Vis at loven om ladningsbevarelse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = 0$$

følger fra Maxwellis likninger.

b) Finn ladningsfordeling pr. lengdeenhet i en ledningstråd hvor strømtettheten er gitt ved

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \hat{e}_z I_0 \delta(x) \delta(y) \sin \frac{2\pi z}{L} \cos \omega t$$

Ved $t = 0$ er tråden helt ladningsfri. I_0 , L og ω er konstanter.

c) I en H-formet antennen har de to parallele lederne begge lengden L og avstanden mellom dem er D .

Lederne mantes slik at den ene får en halvbølgeformet strømfordeling med buk på midten og knuter i begge endene, mens den andre har knute på midten og buker i begge endene.

Strømmene i de to lederne oscillerer harmonisk og i takt med frekvens ω med like store amplituder. Lederne betraktes som uendelig tynne og en ser bort fra utstråling fra tverrstangen.

Finn vinkelfordelingen av utstrålt effekt fra antennen.

Diskuter tilfellet $L \ll \lambda$.

Utstrålt effekt i retning \hat{n} fra en strømtetthet av formen $\vec{j}(\vec{r}) \cos \omega t$ er gitt ved formelen

$$P(\omega, \hat{n}) = \frac{1}{32\pi^2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} k^2 \left| \hat{n} \times \int \vec{j}(\vec{r}) e^{-ik\vec{r}} d^3 r \right|^2, \quad k = \frac{\omega \hat{n}}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \hat{n}.$$

