

Eksamens i

FAG 71516 ELEKTROMAGNETISK TEORI

Onsdag 27.august 1980

kl.0900-1400

Tillatte hjelpeemidler: Matematisk formelsamling. Regnestav.
Kalkulator.

Oppgave 1

- a) En punktladning q er plassert i avstanden a fra sentrum av en jordet ledende kule med radius R . Vis hvordan feltet utenfor kulen bestemmes ved hjelp av en speilladning i avstanden $\frac{R^2}{a}$ fra kulesentret.
- b) Finn den ladningsfordelingen $\rho(\vec{r})$ som gir potensialet

$$\phi(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} & \text{for } r > R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2R} (3 - (\frac{r}{R})^2) & \text{for } r \leq R \end{cases}$$

- c) En homogen kuleformet ladningsfordeling med radius R_0 er plassert med sentrum i avstanden a fra sentrum av en jordet ledende kule med radius R ($a > R_0 + R$). Finn potensialet utenfor den ledende kulen og finn kraften mellom de to kulene.

Oppgitt:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

Oppgave 2

En antennen består av en rett leder av lengde L som kan betraktes som uendelig tynn. Når det er strøm i antennen vil den ha en halvbølgeformet strømfordeling med buk på midten og knuter i begge endene (cosinus form). For tiden $t < 0$ er det ikke noen strøm i antennen. Ved tiden $t = 0$ blir strøm satt på. Denne strømmen har for $t > 0$ et tidsforløp av formen $e^{-\sigma t} \sin(\Omega t)$ (dvs. dempede svingninger).

Plasser antennen i et koordinatsystem og skriv opp eksplisitt et uttrykk for strømtettheten $\vec{j}(\vec{r}, t)$.

Anta videre i oppgaven at $\sigma \ll \Omega$. Beregn så frekvensfordelingen $U(\hat{\Lambda}, \omega)$ av utstrålt energi pr. romvinkel enhet i retning $\hat{\Lambda}$ for denne strømmen.

Finn deretter utstrålt energi pr. romvinkel enhet i retning $\hat{\Lambda}$. (Hint: Benytt at $U(\hat{\Lambda}, \omega)$ har en skarp topp om $\omega = \Omega$).

Hva blir så total utstrålt energi når en også kan anta $\Omega L \ll c$ der c er lyshastigheten?

Oppgitt:

$$U(\hat{\Lambda}, \omega) = \frac{\mu_0 c}{2(2\pi)^3} k^2 |\hat{\Lambda} \times \vec{j}|^2$$

der $\omega > 0$, $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \hat{\Lambda}$, $\hat{\Lambda}$ enhetsvektor og

$$\vec{j} = \int \vec{j}(\vec{r}, t) e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} d^3 r dt .$$

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \frac{\sigma}{\sigma^2 + x^2} = \delta(x) .$$