UNIVERSITETET I TRONDHEIM
INSTITUTT FOR TEORETISK FYSIKK–NTH

Eksamen i
fag 71545 TEORETISK FYSIKK IIIA
Mandag 30. januar 1978
kl. 0900 - 1500

Tillatte hjelpemidler: Regnestav, kalkulator og matematisk formelsamling.

Oppgave 1

a) Angi hvordan nukleonets to ladningstilstander, proton og neutron, kan beskrives ved hjelp av isospinn-formalismen.

b) Hvilke egentilstander $|T, T_3\rangle$ for det totale isospinn kan et system av 2 nukleoner ha?

c) Et π-meson har isospinn $t=1$ og de 3 ladningstilstandene π^+, π^0 og π^- har isospinnkomponent $t_3 = +1$, 0 og -1, henholdsvis.
Vis at totalisospinn-egenfunksjonene $|T, T_3\rangle$ for et system av ett nukleon og ett π-meson er

$$\left|\tfrac{3}{2}, \tfrac{3}{2}\right\rangle = \pi^+ p$$

$$\left|\tfrac{3}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,\pi^+ n + \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,\pi^0 p \qquad \left|\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,\pi^+ n - \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,\pi^0 p$$

$$\left|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,\pi^0 n + \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,\pi^- p \qquad \left|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,\pi^0 n - \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,\pi^- p$$

$$\left|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{3}{2}\right\rangle = \pi^- n \quad .$$

Her betegner p og n egenfunksjonene $|t, t_3\rangle$ for henholdsvis et proton $|\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\rangle$ og et neutron $|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle$ og π^+, π^0, π^- for π-meson tilstandene $|1,1\rangle$, $|1,0\rangle$, $|1,-1\rangle$.

Oppgitt: Stigeoperatorene $t_\pm = t_1 \pm it_2$ gir

Univ. i Trondheim
Inst.f.teor.fysikk, NTH

$$t_{\pm}|t,t_3\rangle = \sqrt{(t\mp t_3)(t\pm t_3+1)}\,|t,t_3\pm 1\rangle \quad .$$

Oppgave 2

Anta at skallmodell-potensialet som nukleonene i en kjerne beveger seg i har formen

$$V_c(r) + V_{SL}(r)\,\frac{\vec{S}\vec{L}}{\hbar^2}$$

med

$$V_c(r) = \begin{cases} 0 & \text{for} \quad r \le R \\ \infty & \text{for} \quad r > R \end{cases}$$

$$V_{SL}(r) = \begin{cases} -V_1 & \text{for} \quad r \le R \\ 0 & \text{for} \quad r > R \end{cases}$$

Anta konstanten $0<V_1<\frac{\hbar^2}{2MR^2}$ (M = nukleonmassen)

a) Finn egenfunksjonene ψ^m_{nlj} og vis hvordan energiegenverdiene E_{nlj} kan bestemmes for nukleon-tilstandene i kjernen.

b) Hvilket spinn J gir den enkle skallmodellen for grunntilstanden for en $^{15}_{7}N$-kjerne?

c) Finn det magnetiske dipolmoment μ som modellen gir for $^{15}_{7}N$.

Det magnetiske dipolmoment for et nukleon med banedreieimpulskomponent l_z og spinnkomponent s_z er bestemt av $\mu=(g_l l_z+g_s s_z)\mu_N$ ($\mu_N = \frac{e\hbar}{2M}$ = kjernemagneton).

For et proton er $g_l=1$ og $g_s=5.59$ og
for et neutron $g_l=0$ og $g_s=-3.83$.

De løsningene av likningen

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr} - \frac{l(l+1)}{r^2} + k^2\right)R(r) = 0$$

som er regulære i origo er de sfæriske besselfunksjonene

$$R(r) = N\, j_l(kr) = N\sqrt{\frac{\pi}{2kr}}\,J_{l+\frac{1}{2}}(kr)$$

Univ. i Trondheim
Inst. f. teor. fysikk, NTH

Deres laveste nullpunkter ($j_l(x_{nl}) = 0$) er

x_{nl}	n=1	2	3
l=0	3.14	6.28	9.43
1	4.49	7.73	.....
2	5.76	9.10	.....
3	6.99	.....	.....
4	8.18	.....	.....
	.....		

Clebsch-Gordon koeffisientene $\langle l m_l s m_s | l s\ j\ m \rangle$ med $s=\frac{1}{2}$ er

	$m_s=+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$j=l+\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{j+m}{2j}}$	$\sqrt{\frac{j-m}{2j}}$
$l-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{j-m+1}{2(j+1)}}$	$\sqrt{\frac{j+m+1}{2(j+1)}}$