Eksamen i
fag 71545 Teoretisk fysikk, særkurs A
Onsdag den 12.desember 1979
kl. 0900 - 1400

Tillatte hjelpemidler: Regnestav, lommekalkulator og matematisk formelsamling (Rottmann).

## Oppgave 1

Isingmodellen for et magnetisk system har Hamiltonfunksjonen

$$H = \sum_{i<j} J_{ij}\sigma_i\sigma_j - \mu_0 m\mathcal{H} \sum_i \sigma_i$$

der summasjonene går over systemets N spinn. Den spinnvariable $\sigma_i$ knyttet til spinn nr.i kan ha verdiene ±1 . $J_{ij}$ er vekselvirkningsenergien mellom spinn $i$ og $j$ . $\mathcal{H}$ er ytre magnetfelt. $\mu$ og $m$ er konstanter.

Skriv ned systemets partisjonsfunksjon. Vis hvordan en i prinsipp går fram for å beregne magnetisk moment $M=m\langle \sigma_i\rangle$ pr. spinn og for å beregne midlere energi $\langle H\rangle$.

Hvordan er systemets spinnkorrelasjonsfunksjon $\Gamma(\vec{r}_i-\vec{r}_j)$ definert?

Vis at (fluktuasjonsteoremet)

$$\left(\frac{\partial M}{\partial \mathcal{H}}\right)_T = \beta m^2 \mu_0 \sum_{\vec{r}} \Gamma(\vec{r})$$

der $\beta=1/kT$ .

## Oppgave 2

Sammenhengen mellom korrelasjonsfunksjonen $h(x)$ og den direkte korrelasjonsfunksjonen $c(x)$ i én dimensjon er gitt ved

$$h(x) = c(x) + \rho\int c(x')h(x-x')dx'$$

Hva blir denne likningen Fouriertransformert?

For et system bestående av harde stenger av lengde $d$ i én dimensjon er den eksakte direkte korrelasjonsfunksjon gitt ved

$$c(x) = \begin{cases} \frac{1}{(1-\rho d)^2}(-1+\rho|x|) & \text{for} \quad |x|<d \\ 0 & \text{for} \quad |x|>d \end{cases}$$

Virialteoremet for harde stenger er gitt ved

$$\beta p = \rho + d\, n_2(d+)$$

der $n_2(x)=\rho^2(h(x)+1)$ . Hva blir $\beta p$ for harde stenger etter virialteoremet? [Hint: Benytt at $h(x)-c(x)$ er kontinuerlig.]

Fluktuasjonsteoremet er gitt ved

$$\left(\frac{\partial(\beta p)}{\partial \rho}\right)_T = \frac{1}{1+\rho\int h(x)dx}$$

Hva blir $\left(\frac{\partial(\beta p)}{\partial \rho}\right)_T$ for harde stenger etter fluktuasjonsteoremet?

Oppgave 3

Ved $\gamma$-utvikling gir kjedebåndsgrafene første ordens korreksjon til referensesystemets parkorrelasjonsfunksjon. For en polar væske er den Fouriertransformerte summen $\tilde{K}(12)$ av disse bestemt ved

$$\tilde{K}(12) = \tilde{v}(12) + \rho\int \tilde{v}(13)\tilde{K}(32)\,\frac{d\Omega_3}{\Omega}$$

der potensialbåndet er gitt ved $(k\to 0)$

$$\rho\tilde{v}(12) = -3y\,\tilde{D}(12) \quad \text{med} \quad \tilde{D}(12) = 3(\hat{s}_1\hat{k})(\hat{s}_2\hat{k}) - \hat{s}_1\hat{s}_2$$

[Her er $\Omega=4\pi$ , $d\Omega=\sin\theta d\theta d\varphi$ og $y=\frac{4\pi}{9}\beta\rho m^2$.]

Ved integrering finnes "multiplikasjonstabellen"

$$DD = \tfrac{1}{3}(D+2\Delta) \quad , \quad D\Delta = \tfrac{1}{3}D \quad \text{og} \quad \Delta\Delta=\tfrac{1}{3}\Delta$$

der $D=\tilde{D}(12)$ og $\Delta=\tilde{\Delta}(12)=\hat{s}_1\hat{s}_2$, og $DD$ betyr $\int\tilde{D}(13)\tilde{D}(32)\frac{d\Omega_3}{\Omega}$ osv.

Innfør $J_1=D+\Delta$ og $J_2=-D+2\Delta$ . Finn den tilsvarende "multiplikasjonstabellen" for $J_1$ og $J_2$ .

Hva blir $\tilde{v}(12)$ uttrykt ved $J_1$ og $J_2$ ?

Beregn til slutt $\tilde{K}(12)$ .