UNIVERSITETET I TRONDHEIM, NTH
INSTITUTT FOR TEORETISK FYSIKK

Eksamen i
715 45 Teoretisk fysikk IIIA
Tirsdag 30. januar 1979
kl. 0900 - 1500

Tillatte hjelpemidler: Regnestav, kalkulator og
Rottmann: Mathematische Formelsammlung.

Oppgave 1

a) Klassifiser de mulige kombinasjonene av banedreieimpuls og spinn som Pauliprinsippet tillater for de forskjellige to-nukleon-systemene.

b) Kjernekreftene mellom to nukleoner i tilstander med ulike paritet (P,F,...) er meget svakere (d.v.s. tilnærmet lik 0) enn i tilstander med like paritet (S,D,...). (Kan du angi eksperimentelle grunner for denne antakelsen?) Hvilke betingelser fører dette til for styrken (w,m,b,h = konstanter) av de forskjellige delene av kjernepotensialet

$$V(r) = f(r)[w + mP^M + bP^B + hP^H]$$

når en kan regne at bare dette sentralsymmetriske potensialet er av vesentlig betydning?

P^M, P^B og P^H er henholdsvis plass, spinn- og ladnings-ombyttingsoperatorene.

c) Hvorfor kan ikke to neutroner danne noen bunden tilstand selv om det virker de samme kreftene mellom dem som mellom et neutron og et proton?

Oppgave 2

Anta at potensialet som nukleonene i en deformert kjerne beveger seg i har formen

$$V(\vec{r}) = \tfrac{1}{2}m(\omega_x^2x^2 + \omega_y^2y^2 + \omega_z^2z^2)$$

med $\omega_x = \omega_y = \omega_0(1 + \frac{1}{3}\varepsilon)$ ε = liten

$\omega_z = \omega_0(1 - \frac{2}{3}\varepsilon)$ ω_0 = konstant .

a) Finn egenfunksjonene $\psi_{n_x n_y n_z}(\vec{r})$ med tilhørende energiegenverdier $E_{n_x n_y n_z}$.

Skisser de laveste energinivåene som funksjon av ε .

b) Hvilke nivå er besatt i en ${}^{27}_{13}Al$-kjerne i grunntilstanden når $\varepsilon = 0.1$ og hvordan ser den totale bølgefunksjonen ut når en ser bort fra den symmetriseringen som Pauliprinsippet krever for like partikler.
Finn midlere utstrekning (R_x, R_y, R_z) av kjernen langs de tre aksene når utstrekningen er definert ved middelkvadratet ($R_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle}$ osv.) av posisjonen til det nukleonet som er i det høyeste nivået.

c) Finn det elektriske kvadrupolmomentet Q som denne modellen gir for ${}^{27}_{13}Al$ når en regner med at alle protonene bidrar til momentet. Hvilken verdi gir modellen for kvadrupolmomentet for ${}^{16}_{8}O$ som er kulesymmetrisk (ε=0) ?

Oppgitt: Se bort fra Coulomb-vekselvirkningen mellom protonene.

Egenfunksjonene for $-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{m^2\omega^2}{\hbar^2} x^2\right)\psi = E\psi$

er $$\psi_n(x) = \sqrt[4]{\frac{m\omega}{\pi\hbar}} \sqrt{\frac{1}{2^n n!}}\, H_n\left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}\, x\right) e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}$$

For stigeoperatoren

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x + i\,\frac{p_x}{m\omega}\right)$$

$$a^+ = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x - i\,\frac{p_x}{m\omega}\right)$$

for en lineær harmonisk oscillator gjelder

$$a|n\rangle = \sqrt{n}\,|n-1\rangle$$

$$a^{+}|n\rangle = \sqrt{n+1}\;|n+1\rangle$$

med $\quad H|n\rangle = E_n|n\rangle \quad$ hvor $\quad H = \hbar\omega(a^{+}a + \tfrac{1}{2})$

$$\hbar\omega_0 = 41\ A^{-1/3}\ \text{MeV}$$

$$\frac{\hbar}{mc} = 2.10\cdot 10^{-14}\,\text{cm}$$

$$mc^2 = 938\ \text{MeV} \quad .$$

Oppgave 3

Halveringstiden t ved β-spaltning er bestemt ved

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{\ln 2}\int \frac{2\pi}{\hbar}\ |\langle f|H|i\rangle|^2 \rho_f(E_e)\,dE_e$$

med

$$\langle f|H|i\rangle = \int (\bar{\psi}_p\gamma_\mu(G_V - G_A\gamma_5)\psi_n)(\bar{\psi}_e\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_\nu)\,d^3r$$

Her er de 4×4 Dirac-matrisene gitt ved Pauli-matrisene σ_k

$$\gamma_k = \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma_k \\ i\sigma_k & 0 \end{pmatrix}, k=1,2,3 \ , \quad \gamma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

og for komponentene i Dirac-spinorene $\quad \psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$

gjelder $\quad \psi_3 + \psi_4 \sim \frac{v}{c}(\psi_1 + \psi_2)$

Vis at når en benytter at n og p er ikke-relativistiske kan dette approksimeres med

$$|V\langle f|H|i\rangle|^2 = G_V^2|M_F|^2 + G_A^2|M_{GT}|^2$$

med $M_F = V \int (\overline{\psi}_p \psi_n)(\overline{\psi}_e \gamma_4 (1+\gamma_5)\psi_\nu) d^3r$ (V=normeringsvolumet)

$M_{GT} = -iV \int (\psi_p \vec{\sigma} \psi_n)(\overline{\psi}_e \vec{\gamma}(1+\gamma_5)\psi_\nu) d^3r$

Hvilke utvalgsregler gir dette for forandringen av kjernespinnet ved β-spaltning.