Eksamen i

fag 71545 Teoretisk fysikk, særkurs A

Onsdag 17.desember 1980

kl.0900-1400

Tillatte hjelpemidler: Regnestav, lommekalkulator og matematisk formelsamling (Rottmann).

Oppgave 1.

a) Virialutviklingen for tilstandslikningen for et klassisk mangepartikkelsystem kan formuleres som

$\beta p = \rho+(1-\rho \frac{\partial}{\partial \rho})$ (summen av alle forskjellige unummererte irredusible grafer (stjerner))

Hva er $\beta$ , $p$ og $\rho$ ? Forklar hva en irredusibel graf betyr her. Tegn så 2 irredusible grafer og deretter 2 redusible grafer.

b) Et system består av partikler som har den frastøtende parvekselvirkningen

$$\phi(r) = \phi_0\gamma^2 \frac{e^{-\gamma r}}{r}$$

hvor $\gamma$ er en liten parameter. Forklar med utgangspunkt i virialutviklingen at en oppnår følgende uttrykk for tilstandslikningen til laveste orden, $\mathcal{O}(\gamma^0)$ , i den lille parameteren $\gamma$ :

$$\beta p = \rho + a\rho^2$$

Beregn a. Forklar deretter hvilke grafer (i $\gamma$-utviklingen) som vil inngå ved beregning av $p$ til $\mathcal{O}(\gamma^3)$ for det her tilfellet.

Oppgave 2

a) En partikkel med dipolmoment $\vec{m}$ befinner seg i et elektrisk felt $\vec{E}$ . Partikkelens potensielle energi er da gitt ved $V=-\vec{m}\vec{E}$ . Sett opp og beregn partisjonsfunksjonen for en slik partikkel for vilkårlig $\vec{E}$ når størrelsen $m=|\vec{m}|$ på dipolmomentet er konstant. [Se her bort fra kinetisk energi på grunn av rotasjon.] Beregn deretter midlere dipolmoment $\vec{p}=\langle\vec{m}\rangle$ .

Betrakt så et system bestående av partikler med dipolmoment som gitt ovenfor og ved lav tetthet $\rho$ slik at dipol-dipol veksel-

virkningen kan neglisjeres. Hva blir dielektrisitetskonstanten $\varepsilon$ ?
[Hint: Betrakt små felt $\vec{E}\to 0$ . Elektrisk forskyvning er gitt ved $\vec{D}=\vec{E}+4\pi\vec{P}$ (Gaussiske enheter) der $\vec{P}=\rho\vec{p}$ .]

b) Mer generelt kan dielektrisitetskonstanten $\varepsilon$ for en polar væske bestemmes ved å finne den effektive vekselvirkningen mellom to testladninger som puttes inn i systemet. Dette fører til sammenhengen

$$\frac{1}{\varepsilon} = 1-9y\int(\hat{s}_1\hat{k})(\hat{s}_1\hat{k})\,\frac{d\Omega_1}{\Omega}$$

$$-9y\rho\iint\tilde{h}(12)(\hat{s}_1\hat{k})(\hat{s}_2\hat{k})\,\frac{d\Omega_1}{\Omega}\,\frac{d\Omega_2}{\Omega}$$

der $y=\frac{4\pi}{9}\beta\rho m^2$ , $\hat{k}=\vec{k}/k$ , $\Omega=4\pi$ og $d\Omega_i=\sin\theta_i d\theta_i d\phi_i$ . Her er $\theta_i$ og $\phi_i$ kuleflatevinklene som angir retningen til enhetsvektoren $\hat{s}_i$ for dipolmomentet $(i=1,2)$ .

Hva er $\tilde{h}(12)$ i uttrykket ovenfor ?

Begrunn hvilken verdi av $k$ som skal benyttes i $\tilde{h}(12)$ ved beregningen av $\varepsilon$ .

Beregn så $1/\varepsilon$ dersom $\tilde{h}(12)$ er gitt ved

$$\tilde{h}(12)=\tilde{h}_S(k)+\tilde{h}_D(k)D+\tilde{h}_\Delta(k)\Delta$$

der

$$D=3(\hat{s}_1\hat{k})(\hat{s}_2\hat{k})-\hat{s}_1\hat{s}_2 \quad \text{og} \quad \Delta=\hat{s}_1\hat{s}_2$$

[Oppgitt: $\int(\hat{s}_i\vec{a})(\hat{s}_i\vec{b})\,\frac{d\Omega_i}{\Omega} = \frac{1}{3}\vec{a}\vec{b}$ .]