UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORHES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR TEORETISK FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

F.aman.J.S.Høye
Tlf. 3654

EKSAMEN I FAG 71545 TEORETISK FYSIKK, SÆRKURS A

Torsdag 26.januar 1984
kl.0900-1400

Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Mathematische Formelsammlung, kalkulator.

Oppgave 1

a) For visse system kan tilstandslikningen bestemmes eksakt ved å benytte formelen (Takahasis formel)

$$e^{-\beta\mu} = \text{konst} \int_0^\infty e^{-\beta(px+\phi(x))}\, dx$$

Definer størrelsene som inngår i denne formelen.
For hvilke system gjelder denne formelen, og hvilke begrensninger er det på $\phi(x)$?

b) Formelen ovenfor kan også benyttes på gittergass ved å sette $x=md$ og erstatte integrasjonen over x med summasjon over m der $m=1,2,3...$ (d er cellestørrelse). Bruk dette til å finne tilstandslikningen, dvs. trykket som funksjon av partikkeltettheten for en éndimensjonal gittergass som består av harde stenger som dekker n gitterpunkt. Dvs.

$$\phi(md) = \begin{cases} \infty & 0 \leq m \leq n-1 \\ 0 & n \leq m \end{cases}$$

Hva blir dette resultatet når $n=1$, og når $n\to\infty$ med $nd=v_0$ fast ($d\to 0$) ?

Oppgave 2

Betrakt et system som er som et nøytralt plasma eller ionesystem, symmetrisk i positive og negative ladninger, bortsett fra at Coulombpotensialet er erstattet med et skjermet Coulombpotensial. Dette potensialet betraktes som perturbasjonen i en γ-utvikling. For beregning av ringgrafer og kjedebånd kan da dette systemet erstattes med et énkomponentsystem med partikkeltetthet $\rho=\rho_+ + \rho_-$ og perturberende potensial (i 3 dimensjoner)

$$\phi(r) = \frac{q^2}{r} e^{-zr}$$

Her er z skjermingsparameter og $q=q_+=-q_-$ er ladning. Videre kan referansesystemet betraktes som en ideell gass.

a) Skriv opp uttrykket for summen av ringgrafene i det her tilfellet. Beregn deretter dette uttrykket eksplisitt.

b) Skriv deretter opp uttrykket for kjedebåndet (summen av kjedebåndgrafene) $\tilde{K}(k)$. Bestem deretter $K(r)$ eksplisitt. [$\tilde{K}(k)$ er den Fourier-transformerte av $K(r)$]

Oppgitt: Den Fouriertransformerte av $\phi(r)$ er

$$\tilde{\phi}(k) = \frac{4\pi q^2}{k^2+z^2}$$

og

$$I_1(a) = \int_0^\infty \left[\frac{a^2}{y^2} - \ln\left(1+\frac{a^2}{y^2}\right)\right] y^2 dy = \frac{\pi}{3} a^3$$

$$I_2(a) = \int_0^\infty \frac{dy}{a^2+y^2} = \frac{\pi}{2a} \quad .$$

Oppgave 3

a) Når polare system betraktes , vil retningsavhengige funksjoner som $f_1(r)\ D(12)+g_1(r)\ \Delta(12)$ opptre. Gjør rede for at den Fouriertransformerte vil ha formen $f_2(k)\ \tilde{D}(12)+ g_2(k)\ \Delta(12)$ og angi transformasjonen fra $f_1(r)$ til $f_2(k)$ og fra $g_1(r)$ til $g_2(k)$.

b) Gjør rede for hvordan dipol-dipol potensialet kan modifiseres slik at en perturbasjonsparameter γ med tanke på γ-utvikling kan defineres. Det modifiserte potensialet vil ha Fouriertransform $f_2(k)\ \tilde{D}(12)$. Skisser kvalitativt hvordan $f_2(k)$ vil se ut.

Oppgitt: $D(12)=3(\hat{r}\ \hat{s}_1)(\hat{r}\ \hat{s}_2)-\hat{s}_1\hat{s}_2 \qquad \Delta(12)=\hat{s}_1\hat{s}_2$

$$\tilde{D}(12)=3(\hat{k}\ \hat{s}_1)(\hat{k}\ \hat{s}_2)-\hat{s}_1\hat{s}_2$$

$$e^{i\vec{k}\vec{r}}=\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\ (i)^n j_n(kr)P_n(\hat{k}\hat{r})$$

$$P_n(\hat{k}\hat{r}) = \frac{4\pi}{2n+1}\sum_{m=-n}^{n} Y_n^m(\hat{k})\ Y_n^{m\,*}(\hat{r})$$

$$\int Y_n^m\, Y_{n'}^{m'*}\ d\Omega = \delta_{nn'}\ \delta_{mm'} \quad .$$