

Eksamen i
Teoretisk fysikk IIIB (71560)
Onsdag 14. juni 1972
kl. 9-15.

(Tillatte hjelpemidler: Regnestav og logaritmetabell).

Oppgave I.

Gitt Lagrangetettheten

$$\mathcal{L} = - \frac{1}{2\mu_0} A_{\mu, \nu} A_{\mu, \nu}$$

hvor A_{μ} er det elektromagnetiske 4-potensialet.

- a) Finn Lagranges likninger.
- b) Uttrykk Hamiltontettheten som $h = h(\pi_{\mu}, A_{\mu, k})$ og finn Hamiltons likninger. Vis at en kommer tilbake til Lagranges likninger ved å eliminere den kanoniske impulstettheten π_{μ} .
- c) Når Lagrangetettheten ovenfor brukes for beskrivelsen av det elektromagnetiske felt, må Lorentzbetingelsen $A_{\mu, \mu} = 0$ innføres som en ekstra betingelse. Vis ved hjelp av utviklingene

$$A_i(x) = (2\pi)^{-3/2} \int \frac{d^3k}{\sqrt{2\omega\epsilon_0}} \left[e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} A_i(\mathbf{k}) + e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} A_i^*(\mathbf{k}) \right]$$

($k_0 = |\mathbf{k}|$)

$$A_0(x) = (2\pi)^{-3/2} \int \frac{d^3k}{\sqrt{2\omega\epsilon_0}} \left[e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} A_0(\mathbf{k}) + e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} A_0^*(\mathbf{k}) \right]$$

hvordan den totale energi H kan skrives som et integral over \mathbf{k} , og vis at Lorentzbetingelsen gjør at H alltid blir positiv.

Oppgave II.

Et koordinatsystem K (koordinater x^μ) utsettes for jevn akselerasjon g i forhold til et inertialsystem I (koordinater X^μ), slik at

$$X = x + \frac{1}{2}gt^2, \quad Y = y, \quad Z = z, \quad T = t.$$

Anta $t < c/g$.

- Finn komponentene av den metriske tensor i K .
- Et atom som befinner seg i ro i origo i K sender ut lys i positiv x -retning. Finn lysfarten w i K som funksjon av t . Det oppgis at den romlige avstanden dl mellom to nærliggende punkter i et vilkårlig koordinatsystem er bestemt av uttrykket

$$dl^2 = \gamma_{ik} dx^i dx^k = \left(g_{ik} - \frac{g_{i4}g_{k4}}{g_{44}} \right) dx^i dx^k.$$

- Det utsendte lyset har egenfrekvens ν^0 . Finn frekvensen av lyset som funksjon av t når det mottas av en observatør som befinner seg i ro på X -aksen i inertialsystemet I .