Eksamen i
fag 71560 Teoretisk fysikk IIIB

Tirsdag 15. mai 1973

kl. 9.00 - 16.00

(Tillatte hjelpemidler: Ingen).

Oppgave 1.

Gitt

$$f(\lambda) = e^{\lambda A}\, B e^{-\lambda A}$$

der A og B er operatorer, λ en parameter.

a) Vis at man formelt kan utvikle $f(\lambda)$ etter λ slik at:

$$e^{\lambda A} B e^{-\lambda A} \equiv B + \lambda[A,B] + \frac{\lambda^2}{2!}[A,[A,B]] + \frac{\lambda^3}{3!}[A,[A,[A,B]]] + \ldots \quad .$$

b) Fremstillingene av en operator Q i Schrödinger-bildet (S) og i vekselvirkningsbildet (I) er forbundet med hverandre ved

$$Q_I(t) = e^{iH_0 t}\, Q_S\, e^{-iH_0 t} \quad .$$

Energioperatoren for det <u>frie</u> Maxwell-feltet er gitt ved

$$H_0 = \sum_{\lambda=1}^{2} \cdot \int d^3k\; \omega(\vec{k})\; a^{\dagger}(\vec{k},\lambda)\; a(\vec{k},\lambda)$$

hvor $a(\vec{k},\lambda)$ tilfredsstiller kommutasjonsreglene for det frie feltet. Finn uttrykket for Schrödinger-operatoren $a(\vec{k},\lambda)$ i vekselvirkningsbildet; kall resultatet $a_I(\vec{k},\lambda;t)$.

c) Beregn kommutatoren

$$C(t,t') = [a_I(\vec{k},\lambda;t) \;,\; a_I^{\dagger}(\vec{k}',\lambda';t')] \; .$$

Hva kan man fra definisjonene vente av $C(t,t)$? Stemmer dette med resultatet?

Oppgave 2.

Betrakt prosessen elektron-positron spredning:

$$e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^- \quad .$$

a) Angi de Feynman diagrammer som bidrar til den laveste ordenen (i e_0) i spredningsamplituden for denne prosessen. Inn- og ut-tilstandene bør merkes omhyggelig.

b) Velg ut ett av disse diagrammene og angi det matematiske uttrykk som representerer dette diagrammet. (Faktorene i og -1 er ikke det viktigste i denne forbindelse!).

c) Tegn de Feynman diagrammer som bidrar til neste ordens korreksjoner til det diagram angitt under b).
Hvilke av disse nye diagrammene har divergenser og hvilke konvergerer?

d) Svar <u>kort</u> (<u>ikke</u> mer enn ca. 2 setn.) på følgende spørsmål:

1) Bidrar alle elektronets selvenergi-diagrammer til elektronets masse-renormalisering?

2) Bidrar alle elektronets selvenergi-diagrammer til elektronets ladningsrenormalisering?

3) Bidrar vertex-korreksjonene til elektronets masse-renormalisering?

4) Bidrar vertex-korreksjonene til elektronets ladningsrenormalisering?

Oppgave 3.

Gitt Lagrangetettheten

$$L = \tfrac{1}{2}(\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - m^2 \varphi^2) + f\, \rho(x) \cdot \varphi$$

der $\varphi = \varphi(x)$, og $\rho(x)$ er en gitt funksjon av x uavhengig av $\varphi(x)$ og dens deriverte; $x = \{x^\mu\}$, med metrikk $g_{00} = 1 = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33}$, f er en koblingskonstant.

a) Vis at bevegelsesligningen for $\varphi(x)$ er gitt ved

$$(\Box + m^2)\varphi(x) = f\rho(x)$$

der $\Box = \partial_t^2 - \nabla^2$, $t = x^0$.

b) Vis at den stasjonære Greens funksjon for denne ligning er gitt ved

$$G(\vec{x}-\vec{y}) = \frac{1}{4\pi}\,\frac{e^{-m|\vec{x}-\vec{y}|}}{|\vec{x}-\vec{y}|} \quad .$$

c) La nå

$$\rho(x) = \rho(\vec{x}) = \begin{cases} 1 & |\vec{x}| \le R \\ 0 & |\vec{x}| > R \end{cases} \quad .$$

Finn den stasjonære løsning $\varphi_S(\vec{x})$ av bevegelsesligningen for $|\vec{x}| > R$ med den angitte $\rho(\vec{x})$.

d) Finn $\lim_{m\to 0} \varphi_S(\vec{x})$.

Hva ville M. C.Coulomb kanskje kunne ha sagt om dette svaret?

*