UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR TEORETISK FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
F.aman.Finn Bakke
Tlf. 3649

EKSAMEN I FAG 71560 TEORETISK FYSIKK SB-FELTMEKANIKK
Onsdag 9.juni 1982
kl.0900-1500

Tillatte hjelpemidler: Regnestav, kalkulator og Rottmann: Mathematische Formelsammlung.

Oppgave 1

a) Gitt Lagrangetettheten

$$\mathcal{L} = i\,\psi_R^+(\partial_0 + \vec{\sigma}\nabla)\psi_R + i\,\psi_L^+(\partial_0 - \vec{\sigma}\nabla)\psi_L$$

for de to to-komponent spinorfeltene ψ_R og ψ_L.
Finn feltlikningene for ψ_R og ψ_L.

$\vec{\sigma}$ er Pauli-matrisene $\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

b) Utled en energi-bevarelseslikning for disse feltene og skriv opp den kanoniske energi-impuls tensoren for systemet.

c) Vis at de generelle løsningene av bevegelseslikningene kan skrives på formen

$$\psi_a = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \left[b_a(\vec{k})\, u_a(\vec{k})\, e^{-ikx} + d_a(\vec{k})\, v_a(\vec{k})\, e^{ikx} \right] \qquad \begin{matrix} a = R \text{ eller } L \\ kx = \omega x^0 - \vec{k}\vec{x} \end{matrix}$$

og bestem sammenhengen $\omega = \omega(\vec{k})$ og de eksplisitte uttrykk for egenspinorene $u_a(\vec{k})$ og $v_a(\vec{k})$ når de er normert slik at

$$u_a^+(\vec{k})\, u_a(\vec{k}) = v_a^+(\vec{k})\, v_a(\vec{k}) = 1 \,.$$

d) Finn systemets totale energi uttrykt ved Fourierkoeffisientene b_a og d_a.

Oppgave 2

Reissner-Nordstrøm intervallet

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{q^2}{r^2}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r} + \frac{q^2}{r^2}} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2)$$

gir feltet utenfor et ladet kulesymmetrisk legeme.

a) Finn diff.likningen for en bane i planet $\theta = \frac{\pi}{2}$ og vis at banen tilfredstiller en 2.ordens diff.likning av formen

$$\frac{d^2u}{d\phi^2} + au = \frac{1}{R} + bu^2 + cu^3 \quad , \quad u = \frac{1}{r} \quad .$$

b) Vis at med $m=0$ og $q^2=0$ (men $R \neq 0$) er Keplerbanen

$u(\phi) = \frac{1}{r} = \frac{1+e\cos(\phi-\phi_0)}{R}$ en løsning. Finn hvordan banen forandrer seg når $m, q^2 \neq 0$, men små.

c) Vis at alle baner i denne geometrien er plane baner (Tips: Velg koordinataksene slik at partikkelen starter i

$\theta = \frac{\pi}{2}$ med $\frac{d\theta}{d\tau} = 0$ ved $\tau = 0$).