UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR TEORETISK FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

F.aman. F. Bakke
Tlf. 3649

EKSAMEN I FAG 71560 TEORETISK FYSIKK
VIDEREGÅENDE KURS B

Tirsdag 27.mai 1986

kl.0900-1500

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator
K.Rottmann: Mathematische Formelsammlung

Oppgave 1

a) Angi hvordan nukleonets to ladningstilstander, proton og nøytron, kan beskrives ved hjelp av isospinn-formalismen.

b) Hvilke egentilstander $|T\ T_3>$ for det totale isospinn kan et system av 2 nukleoner ha ?
Skriv opp disse tilstandene uttrykt ved enkeltnukleonenes isospinntilstander $|p> \equiv |\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}>$ $|n> \equiv |\tfrac{1}{2} -\tfrac{1}{2}>$.
I hvilke av to-nukleonsystemene

$$ {}^2_0n\ ,\ {}^2_1H\ ,\ {}^2_2He $$

forekommer disse tilstandene ?

c) Hvilke egentilstander $|T\ T_3>$ kan et system av 3 nukleoner ha og i hvilke av tre-nukleon systemene

$$ {}^3_0n\ ,\ {}^3_1H\ ,\ {}^3_2He\ ,\ {}^3_3Li $$

forekommer disse ?

. Skriv opp de tilstandene som har totalt isospinn $T = 3/2$ uttrykt ved $|p>$ og $|n>$.

Oppgitt:
Stigeoperatorene $T_\pm = T_1 \pm i\ T_2$ gir

$$ T_\pm |T\ T_3> = \sqrt{(T\mp T_3)(T\pm T_3 + 1)}\,|T\ T_3 \pm 1> \ . $$

Oppgave 2

Anta at vekselvirkningen mellom et proton og et nøytron kan uttrykkes ved et spinnuavhengig kulesymmetrisk kassepotensial med en hard kjerne:

$$V(r) = \begin{cases} +\infty & \text{for} \quad r < R_C \\ -V_0 & \text{"} \quad R_C < r < R_C + a \\ 0 & \text{"} \quad r > R_C + a \end{cases}$$

a) Finn en likning som implisitt bestemmer deuteronets bindingsenergi E_B .

b) Gi et fysisk argument for at ved spredning ved lave energier E av et proton mot et nøytron vil bare partialbølger med $\ell=0$ bidra vesentlig til spredningstverrsnittet (S-spredning).

c) Finn et eksplisitt uttrykk for spredningsfasen δ_0 for S-bølgen og skriv opp det totale spredningstverrsnitt for lav-energispredningen.

d) Tegn en grov skisse av tilstandsfunksjonens radialdel for deuteronet og for S-bølgen ved lav-energi og ved høy-energi (f.eks. $E \approx 2V_0$) spredning.

e) Tensor operatoren $S_{12} = \dfrac{3(\vec{\sigma}(1)\vec{r})(\vec{\sigma}(2)\vec{r})}{r^2} - \vec{\sigma}(1)\vec{\sigma}(2)$

kommuterer med J^2, J_z og S^2 som også kommuterer innbyrdes. Det finnes da et felles sett egenfunksjoner $\mathcal{Z}^m_{js,d}$ for disse operatorene med egenverdier henholdsvis $d, j(j+1)\hbar^2$, $m\hbar$ og $s(s+1)\hbar^2$.

Vis at $\mathcal{Z}^0_{11,d_1} = \sqrt{\frac{2}{3}}\,\mathcal{Y}^0_{101} + \sqrt{\frac{1}{3}}\,\mathcal{Y}^0_{121}$

$$\mathcal{Z}^0_{11,d_2} = \sqrt{\frac{1}{3}}\,\mathcal{Y}^0_{101} - \sqrt{\frac{2}{3}}\,\mathcal{Y}^0_{121}$$

er slike egenfunksjoner for S_{12} og finn deres egenverdier d_1 og d_2 .

Her er $\mathcal{Y}^m_{j\ell s}$ egenfunksjoner for J^2, J_z, L^2 og S^2.

forts.

For disse gjelder

$$S_{12}\,\mathcal{Y}^{0}_{101} = 2\sqrt{2}\,\mathcal{Y}^{0}_{121}$$

$$S_{12}\,\mathcal{Y}^{0}_{121} = 2\sqrt{2}\,\mathcal{Y}^{0}_{101} - 2\mathcal{Y}^{0}_{121}\ .$$

d) Anta at vekselvirkningen mellom et proton og et nøytron i tillegg til det kulesymmetriske potensialet ovenfor også har et tensorpotensial av formen

$$V_T(r)\ S_{12}\ .$$

Deuteronets grunntilstand kan nå skrives

$$\psi = \frac{u_1(r)}{r}\mathcal{Z}^{0}_{11,d_1} + \frac{u_2(r)}{r}\mathcal{Z}^{0}_{11,d_2}$$

Finn de differensiallikningene som disse radialfunksjonene $u_1(r)$ og $u_2(r)$ må tilfredstille.