Løsningsskisse

FASTE STOFFERS FYSIKK 1

10. 8. 1987

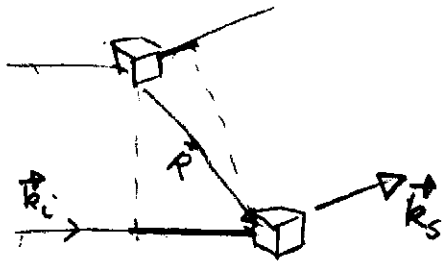
Oppgave 1

a) Den viktigste faktoren er midlere fri veglengde, fordi c_v er mer konstant ved høye T og midlere fononhastighet varierer lite. (v er konstant i Debye-modellen). l avtar p.g.a. fonon-fonon "støt". Da antall fononer med bestemt ω øker $\sim T$ for store T $\left(n \sim \frac{1}{e^{\hbar\omega/k_BT}-1} \approx \frac{k_BT}{\hbar\omega}\right)$, vil en rått anslå $\kappa \propto T^{-1}$.

b) For små perfekte krystaller ved lave T (få fononer) er l begrenset av geometrien, L-uavhengig. Da v er konstant (akustiske hastighet), og $c_v \propto T^3$, vil $\kappa \propto T^3$.

Oppgave 2

a) Gangvegforskjell mellom to gitterpunkt i avstand $\vec{R}$ er



$$\vec{R}\frac{\vec{k}_s}{k} - \vec{R}\frac{\vec{k}_i}{k} = \vec{R}(\vec{k}_s - \vec{k}_i)\cdot\frac{\lambda}{2\pi}$$

Konstruktiv interferens når dette er et helt antall (n) bølgelengder, dvs

$$\vec{R}(\vec{k}_s - \vec{k}_i) = 2\pi n, \quad \text{eller}$$

$$e^{i\vec{R}(\vec{k}_s-\vec{k}_i)} = 1$$

Med $\vec{k}_s - \vec{k}_i = \vec{K}$ = en vektor i det reciproke gitter, er dette oppfylt for <u>alle</u> $\vec{R}$.

For det kubiske gitter er

$$\vec{K} = \frac{2\pi}{a}(\hat{h}\vec{e}_x + \hat{k}\vec{e}_y + \hat{l}\vec{e}_z)$$

reciproke gittervektorer, fordi skalarproduktet med en gittervektor $\vec{R} = (n_x\vec{e}_x + n_y\vec{e}_y + n_z\vec{e}_z)a$ er et heltallig multiplum av 2π.

b) De relative fasefaktorer er etter det overstående gitt ved $e^{i(\vec{k}_s - \vec{k}_i)\vec{r}_m}$

så med ulike spredningsamplituder f_m for enkeltatomer blir den totale spredningsamplitude fra en basisgruppe lik

$$S = \sum_{m=1}^{s} f_m \, e^{i(\vec{k}_s - \vec{k}_i)\vec{r}_m}$$

c) Ga og As kubisk flatesentrert. Så også krystallen!

d)
$$S = f_{Ga} \cdot \left[1 + e^{\pi i (\hat{h}+\hat{k})} + e^{\pi i (\hat{h}+\hat{l})} + e^{\pi i (\hat{k}+\hat{l})} \right]$$
$$+ f_{As} e^{\frac{\pi i}{2}(\hat{h}+\hat{k}+\hat{l})} \cdot \left[\quad \text{——} \, \| \, \text{——} \quad \right]$$

):

$$S = \underline{\left(f_{Ga} + i^{\hat{h}+\hat{k}+\hat{l}} f_{As}\right)\left[1 + (-1)^{\hat{h}+\hat{k}} + (-1)^{\hat{h}+\hat{l}} + (-1)^{\vec{k}+\vec{l}}\right]}$$

e) Siste faktor blir null hvis både like og ulike indekser er tilstede.: <u>$S = 0$ for blandede indekser.</u>

Når $\hat{h}, \hat{k}, \hat{l}$ er alle like eller alle ulike er

$$S = 4\left(f_{Ga} + i^{\hat{h}+\hat{k}+\hat{l}} f_{As}\right)$$

For $\hat{h}+\hat{k}+\hat{l} = 2 + 4m$ (m heltallig) er $S = 4(f_{Ga} - f_{As})$, og disse refleksene er derfor svake når $f_{Ga} \approx f_{As}$.

Oppgave 3

a) Den enkle klassiske Halleffekt er at et magnetfelt som påtrykkes en strømleder gir opphav til et potensial tilsvarende et elektrisk felt normalt på magnetfeltet og på strømretningen.

I stasjonær tilstand er Lorentzkrafta i y-retning lik null:

$$F_y = -e\mathcal{E}_y + e v_x B_z = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{E}_y = v_x B_z$$

Her er partikkelhastigheten og strømtettheten proporsjonale:

$$j_x = -e n_- v_x .$$

Hallkoeffisienten blir

$$R = \frac{\mathcal{E}_y}{j_x \cdot B_z} = \frac{v_x B_z}{-e n_- v_x B_z} = \underline{\underline{-\frac{1}{e n_-}}}$$

b) Her er

$$j_x = \frac{10^{-2}}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}} = 2000 \ \mathrm{A\,m^{-2}}$$

$$|E_y| = \frac{0.004}{0.005} = 0.8 \ \mathrm{V\,m^{-1}}$$

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \ \mathrm{C}$$

slik at

$$n_- = \frac{j_x B_z}{e|E_y|} = \frac{2000 \quad 0.6}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.8} \ \mathrm{m^{-3}} = \underline{\underline{0.94 \cdot 10^{22} \ \mathrm{m^{-3}}}}$$

c) Når mobilitetene $\mu_\pm$ er positivt definerte, fås

$$j_x = (n_+ e \mu_+ + n_- e \mu_-)\, \mathcal{E}_x$$

$$j_y = n_+ e \mu_+ [\mathcal{E}_y - \mu_+ \mathcal{E}_x B_z] + n_- e \mu_- [\mathcal{E}_y + \mu_- \mathcal{E}_x B_z]$$

$j_y = 0$ gir $\quad \mathcal{E}_y = \mathcal{E}_x B_z \, (\mu_+^2 n_+ - \mu_-^2 n_-) / (n_+ \mu_+ + n_- \mu_-)$

og

$$R = \frac{\mathcal{E}_y}{B_z j_x} = \underline{\underline{\frac{\mu_+^2 n_+ - \mu_-^2 n_-}{e(\mu_+ n_+ + \mu_- n_-)^2}}}$$

d) Eksperimentelt: (i) elektrisk ledningsevne $\ll$ metallers, men $\gg$ isolators

(ii) elektrisk ledningsevne øker med temperaturen

ev. noe om doping.

Bandstruktur: Gap mellom fylte og tomme bånd ved $T = 0$. Men gapet $\lesssim 2.5\,eV$ ved romtemperatur, ellers er stoffet en isolator.

Intrinsikk: Den elektriske ledningsevne skyldes i hovedsak termiske eksiterte ladningsbærere

Ekstrinsikk: Ladningsbærere kommer i hovedsak fra doping.

Oppgave 4

a) Fermienergien er den maksimale enpartikkelenergi i grunntilstanden. Med den oppgitte nivåtetthet $g(\epsilon)$ altså gitt ved

$$N = \int_0^{\epsilon_F} g(\epsilon)\, d\epsilon = \frac{V}{2\pi^2}\left(\frac{2\pi}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{2}{3}\epsilon_F^{3/2}$$

Med $N/V = n$ fås

$$\epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}.$$

b) Det blir nå energetisk fordelaktig å øke antallstettheten n_+ for elektroner med magnetisk moment parallellt $\vec{H}$, og minke antallstettheten n_- for elektroner med antiparallellt magnetisk moment. Endringene er

$$\Delta n_+ = \Delta E \cdot \tfrac{1}{2} g(\epsilon_F)$$
$$\Delta n_- = -\Delta E \cdot \tfrac{1}{2} g(\epsilon_F),$$

når energivinsten $\Delta E = \mu_0 \mu_B H$ er liten.

Da det magnetiske moment pr. elektron er $\pm\mu_B$ blir netto magnetiske moment pr. volumenhet

$$M = \mu_B(n_+ - n_-)\, V^{-1} = \mu_B^2 \mu_0 H\, g(\epsilon_F)\, V^{-1}$$

Susceptibiliten $\chi = \partial M / \partial H$ er derfor

$$\chi = \mu_B^2 \mu_0\, g(\epsilon_F)\, V^{-1}$$

For <u>frie</u> elektroner er

$$g(\epsilon_F) = \frac{V}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \epsilon_F^{1/2} = N \cdot \frac{3}{2\epsilon_F}$$

v.h.a. resultatet under a). Det gir

$$\underline{\chi = \tfrac{3}{2}\mu_B^2 \mu_0\, n\, \epsilon_F^{-1}},$$

som skulle vises.