UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR RØNTGENTEKNIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Johannes Bremer
Tlf.: 3582

EKSAMEN I FAG 72551 STRUKTURFYSIKK
Tirsdag 15. desember 1987
Tid: kl 0900 - 1400

Hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator tillatt
Karl Rottmann: Mathematische Formelsammlung

Oppgave 1.

a) Vis analytisk at følgende teorem er riktig: Speiling gjennom et plan m_1 fulgt av ny speiling gjennom et plan m_2 som danner en vinkel $\alpha/2$ med m_1, er ekvivalent med en enkelt rotasjon α om en akse som ligger i skjæringslinja mellom m_1 og m_2 (se fig. 1)

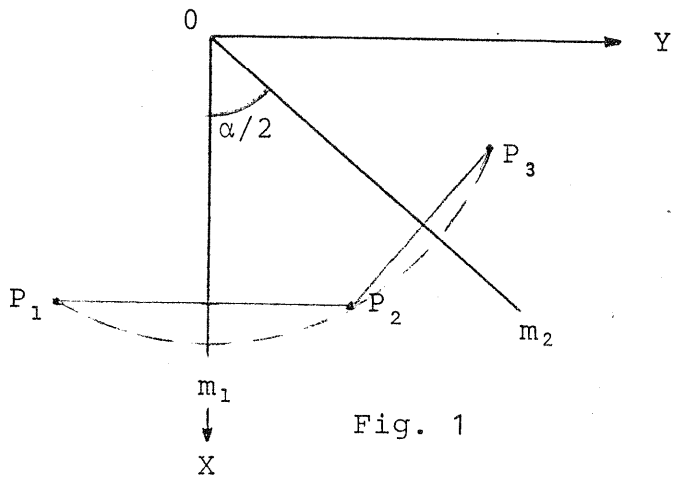

Fig. 1

b) Gitt en kombinasjon av akser A, B og C som går gjennom et punkt O i rommet (fig. 2)

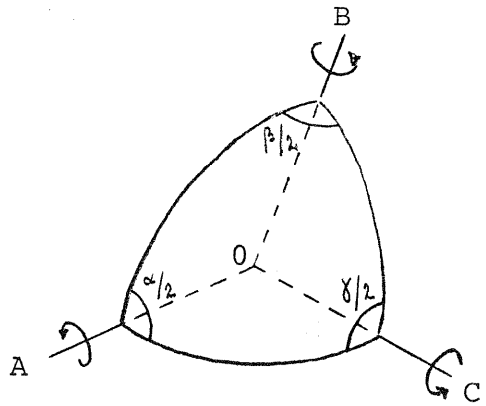

Fig. 2

Ifølge Silvesters teorem

fører disse rotasjonene (positiv dreieretning) en figur tilbake i seg selv: rotasjon α om A, deretter β om B, deretter γ om C.

Forklar Silvesters teorem ut fra resultatet i a) og vis at bare disse aksekombinasjonene er mulige:

22n, 233, 234, 235

c) Diskuter resultatet i b) ut fra de restriksjonene som translasjonsperiodisiteten i et gitter legger. Hvilke tre-akse kombinasjoner er krystallografisk tillatt?

d) Forklar kort hvordan romgruppene kan utledes fra krystall-klassene. Gjør spesielt rede for hva som menes med symmorfe og ikke-symmorfe romgrupper.

e) En monoklin romgruppe har romgruppesymbol $P2_1/n$ (y-akse unik). Hvilket symmetrielement representerer symbolet n? Utled eventuell utslokningsregel som skyldes dette symmetrielementet.

f) I to dimensjoner kan en utlede 17 forskjellige plangrupper fordelt på 5 aksesystemer. De er illustrert i fig. 3. Fig. 4 viser en av M.C. Eschers periodiske figurer. Hvilket aksesystem og hvilken plangruppe tilhører den? Svaret skal begrunnes.

Oppgave 2.

Uorden i en-dimensjonale systemer skal studeres. Til hjelp for utførelse av punktene a), e) og f) opplyses det at funksjonen

$$g(x) = (\pi b^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{b^2}\right)$$

har Fouriertransformen

$$\tilde{g}(Q) = \exp\left(-\frac{b^2Q^2}{4}\right)$$

a) Vis at termiske bevegelser demper Braggrefleksene fra en

en-dimensjonal krystall.

b) I resten av oppgaven betyr $h_1(x)$ sannsynligheten for at avstanden mellom to nærmeste naboer (punktspredere) ligger i intervallet $[x,x+dx]$ med middelverdi $\langle x \rangle = a$. Vis at $h_2 = h_1 \otimes h_1$ er sannsynlighetsfordelingen for nestnærmeste-avstanden.

c) La $h_3 = h_2 \otimes h_1$, $h_4 = h_3 \otimes h_1 \cdots$, $h_n = h_{n-1} \otimes h_1$. Forklar hvorfor $h_n(x)$ er normalisert og gi en tolkning av denne funksjonen.

d) Middelverdien for "n'te-nærmeste" naboavstand er $n \cdot a$. Vis dette for $n = 2$.

e) Forklar den fysikalske betydningen av uttrykket

$$p(x) = \delta(x) + \sum_{n=1}^{\infty} (h_n(x) + h_n(-x))$$

Hvilken intensitet vil systemet under b) gi når $h_1(x) = g(x-a)$?

f) Molekyler legges etter hverandre langs x-aksen på en slik måte at muligheten for bevegelse i x-retningen er forholdsvis liten ($b \ll a$). Skissér intensiteten som funksjon av spredningsvektoren. Effekten av indre interferens skal fortsatt neglisjeres.

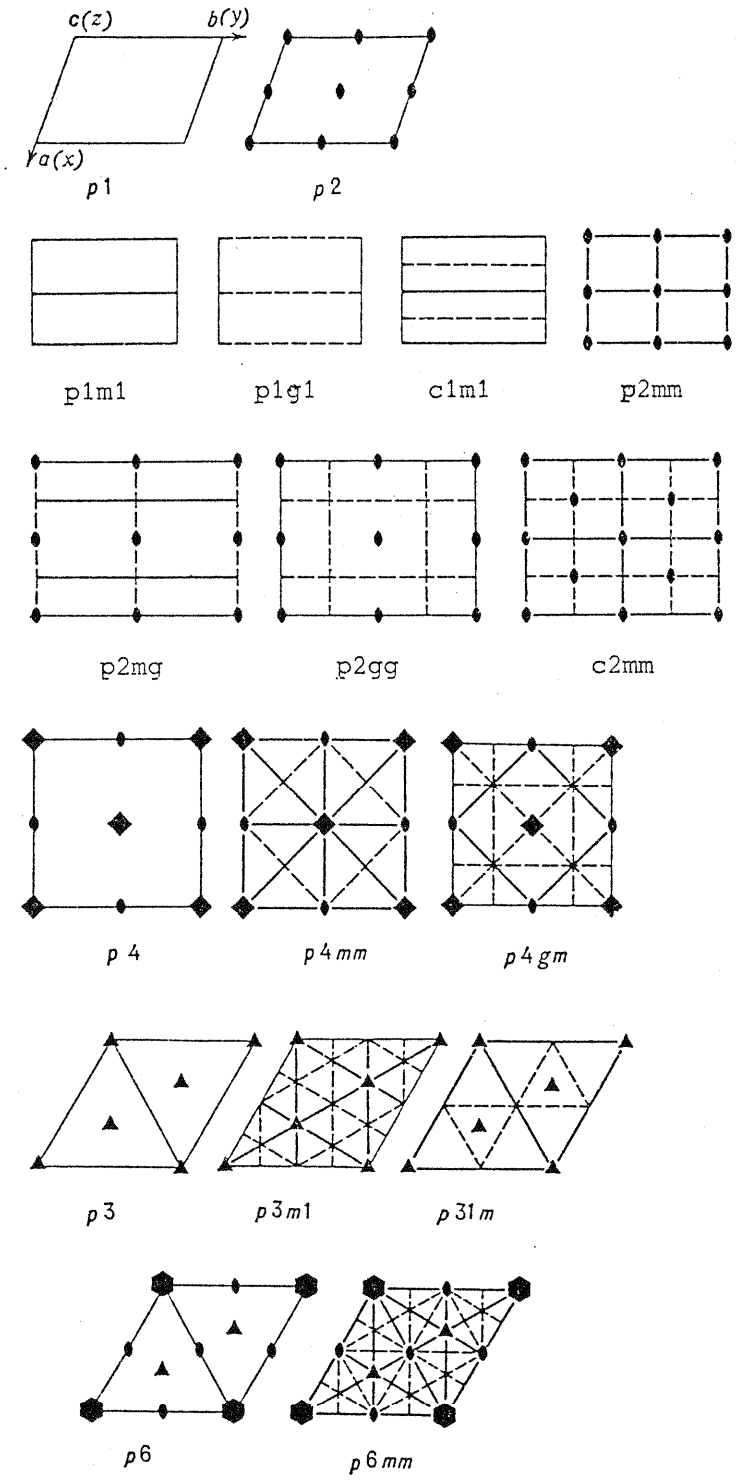

Fig.3. De 17 plangruppene

Fig. 4. Akvakultur