Forslag til løsning

Eks. fag 74135, 19/1-199.

Oppgave 1.

a) Kraften mellom ladningene: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{c^2}$

$c = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{12^2+5^2}\,\text{cm} = 13\,\text{cm}$

$$F = 9{,}0\cdot 10^9\,\frac{2{,}0\cdot 10^{-8}\cdot 10^{-9}}{0{,}13^2}\,\text{N} = \underline{\underline{1{,}07\cdot 10^{-5}\,\text{N}}}$$

Kraften er frastøtende og er rettet langs den rette forbindelseslinjen mellom ladningene.

Dekomponerer det elektriske feltet langs x- og y-akse. Ladning q_1 gir bare komponent langs x-aksen, og ladning q_2 gir bare komponent langs y-aksen

$$E_x = k\frac{q_1}{a^2} = 9\cdot 10^9\cdot\frac{2{,}0\cdot 10^{-8}}{0{,}12^2}\,\text{N/C} = \underline{\underline{1{,}25\cdot 10^4\,\text{N/C}}}\ (= \underline{\underline{1{,}25\cdot 10^4\,\text{V/m}}})$$

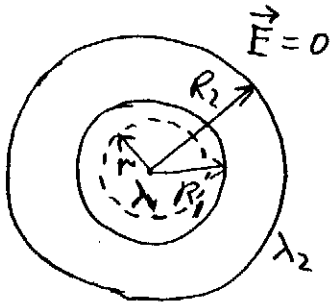
$$E_y = k\frac{q_2}{a^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{10^{-9}}{0{,}05^2}\,\text{N/C} = \underline{\underline{3{,}6\cdot 10^3\,\text{N/C}}}\ (= \underline{\underline{3{,}6\cdot 10^3\,\text{V/m}}})$$

Retning: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{E_y}{E_x} = 0{,}228$

$\underline{\underline{\alpha = 16{,}1^\circ}}$ (evt. $\alpha = 0{,}280$ rad.)

Feltstyrke: $E = \sqrt{E_x^2+E_y^2} = \sqrt{1{,}25^2+0{,}36^2}\cdot 10^4\,\text{N/C} = \underline{\underline{1{,}30\cdot 10^4\,\text{N/C}}}$

b)



I Gauss lov går integralet over en lukket flate der Φ er ladningen innenfor. Her velger vi som Gaussflate en sylinder med radius r konsentrisk med de gitte sylindrene og med lengde L. P.g.a. symmetrien er det elektriske feltet $\vec{E}$ rettet radielt (utover dersom $\lambda > 0$) og har konstant tallverdi for gitt r.

For $r > R_2$ er $\vec{E} = 0$, Dette medfører følgelig $\Phi = 0$ ved bruk av Gauss lov. Følgelig

$$0 = \Phi = L(\lambda + \lambda_2) = 0$$

$$\underline{\underline{\lambda_2 = -\lambda}}$$

For $R_1 < r < R_2$ finnes

$$\oint \vec{E}\, d\vec{A} = E \cdot 2\pi r L = \Phi/\varepsilon_0 = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

$$\underline{\underline{E = E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}}$$

For $r < R_1$ blir bare en del av ladningen λ innenfor Gaussflaten. Denne delen blir

$$\lambda' = \lambda \frac{\pi r^2}{\pi R_1^2} = \lambda \left(\frac{r}{R_1}\right)^2$$

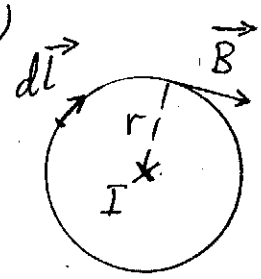
Så for $r < R_1$ blir det elektriske feltet

$$E \cdot 2\pi r L = \frac{\Phi}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda' L}{\varepsilon_0} = \lambda L \left(\frac{r}{R_1}\right)^2 \frac{1}{\varepsilon_0}$$

$$\underline{\underline{E = \frac{\lambda r}{2\pi\varepsilon_0 R_1^2}}}$$

Oppgave 2.

a)



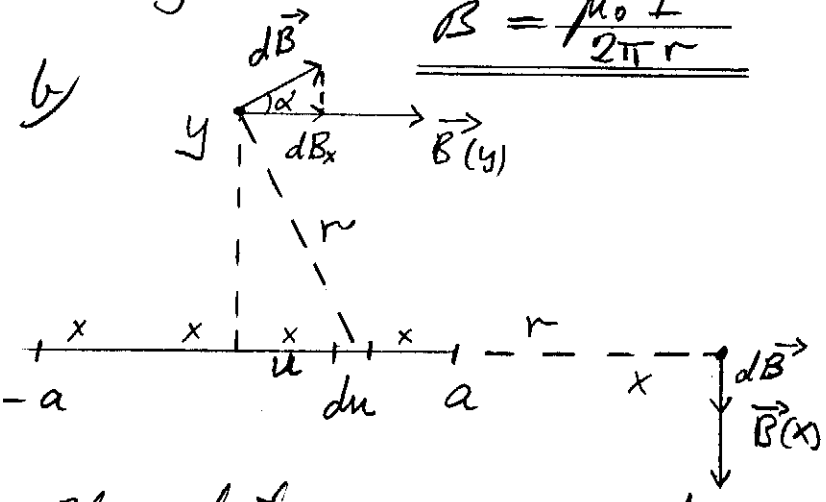
Amperes lov er et linjeintegral langs en lukket kurve, og I er strømmen som omsluttes av denne kurven

Det magnetiske feltet vil stå vinkelrett på retningen fra lederen, og størrelsen vil være konstant rundt hele sirkelen for gitt r p.g.a. symmetrien. Ved å la integrasjonskurven være denne sirkelen finnes dermed da $\vec{B}$ og $d\vec{l}$ er parallelle

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$\underline{\underline{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}}$$

b)



Elementet av bredde du fører strømmen

$$dI = \frac{I}{2a}\, du$$

og gir magnetfeltet

$$dB = \frac{\mu_0}{2\pi r}\, dI = \frac{\mu_0 I}{4\pi a r}\, du$$

På x-aksen er feltet $d\vec{B}$ rettet langs negativ y-akse med $r = x - u$. Integrering gir feltet på x-aksen

$$B_y(x) = \int dB_y = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a r}\int_{-a}^{a} \frac{du}{x-u} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a r}\Big|_{-a}^{a} \left(+\ln(x-u)\right)$$

$$\underline{\underline{= -\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \ln \frac{x+a}{x-a}}}$$

På y-aksen danner dette feltet en vinkel α med x-aksen. På grunn av symmetrien vil y-komponenten forsvinne ved integrering. For x-komponenten har vi $dB_x = dB\cos\alpha = \frac{y}{r}dB$. Med $r^2 = y^2 + u^2$ finner vi da

$$B_x(y) = \int dB_x = \int \frac{y}{r} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{-a}^{a} \frac{y\,du}{u^2+y^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\Big|_{-a}^{a} \operatorname{Arctg}\left(\frac{u}{y}\right)$$

$$= \underline{\underline{\frac{\mu_0 I}{2\pi a}\operatorname{Arctg}\left(\frac{a}{y}\right)}}$$

c) Kraften (Lorentz-kraften) er gitt ved

$$\underline{\underline{\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})}}$$

Partikler går rett fram når $\vec{F} = 0$, dvs. når kraften fra $\vec{E}$ og $\vec{B}$ opphever hverandre. Dette skjer når hastigheten v er gitt ved

$$\underline{\underline{v = \frac{E}{B}}}$$

og vektorene $\vec{v}$, $\vec{E}$ og $\vec{B}$ står vinkelrett i forhold til hverandre. Komponent av $\vec{v}$ parallelt $\vec{B}$ vil riktignok ikke gi noen ekstra kraft, men disse kan da ikke skilles fra hverandre. Derfor kan en velge $\vec{v} \perp \vec{B}$ slik at denne komponenten er eliminert

Oppgave 3.

a) Lydhastigheten i gasser er gitt ved $c = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$

1 mol av He veier $M = 4g = 4 \cdot 10^{-3} kg$. For He ved 20°C, dvs. $T = (273+20)K = 293K$ finnes dermed

$$c = \sqrt{\frac{5 \cdot 8{,}314 \cdot 293}{3 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}} \, m/s = \underline{\underline{1007 \, m/s}}$$

For en orgelpipe med gitt lengde er frekvensen f proporsjonal med c. [$f = c/\lambda = c/2L$ evt $c/4L$.] Så med He blir frekvensen

$$f = f_0 \frac{c_{He}}{c_L} = f_0 \sqrt{\frac{\gamma_{He} M_L}{M_{He} c_L}} = 262 \sqrt{\frac{5/3 \cdot 29}{4 \cdot 1{,}4}} \, Hz = \underline{\underline{770 Hz}}$$

b) Lydintensiteten er proporsjonal med kvadratet av amplituden, dvs. $I = cp^2$ der c er en konstant. Dette gir

$$I_B = K p_B^2 = K\left(\tfrac{1}{2} p_A^2\right) = \underline{\underline{\tfrac{1}{4} I_A}}$$

Ved interferens blir resulterende intensitet

$$I = I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B} \cos \delta$$

Maksimal intensitet oppstår ved $\cos\delta = 1$ og den minimale ved $\cos\delta = -1$. Dvs.

$$I_M = I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B} = I_A\left(1 + \tfrac{1}{4} + 2\sqrt{1 \cdot \tfrac{1}{4}}\right) = \underline{\underline{\tfrac{9}{4} I_A}}$$

$$I_m = I_A + I_B - 2\sqrt{I_A I_B} = I_A\left(1 + \tfrac{1}{4} - 2 \tfrac{1}{2}\right) = \underline{\underline{\tfrac{1}{4} I_A}}$$

[Alternativt:

$$I_M = c(p_A + p_B)^2 = c\left(\tfrac{3}{2} p_A\right)^2 = \underline{\underline{\tfrac{9}{4} I_A}} \quad \left(= \left(\sqrt{I_A} + \sqrt{I_B}\right)^2\right)$$

$$I_m = c(p_A - p_B)^2 = c\left(\tfrac{1}{2} p_A\right)^2 = \underline{\underline{\tfrac{1}{4} I_A}} \quad \left(= \left(\sqrt{I_A} - \sqrt{I_B}\right)^2\right)]$$

c)

Endring i frekvens skyldes dopplereffekten.
Når bilen er i ro vil sirenelyden ha frekvens f_0. Med hastigheten v på bilen har en da sammenhengene

$$f_m = f_0 \frac{c}{c-v}$$

$$f_e = f_0 \frac{c}{c+v}$$

Som gir forholdet

$$\frac{f_e}{f} = \frac{c-v}{c+v} = \frac{5}{6}$$

eller $\quad 6(c-v) = 5(c+v)$

$$c = 11v$$

$$v = \frac{1}{11}c = \frac{1}{11} \cdot 340 \text{ m/s} = \underline{\underline{30{,}9 \text{ m/s}}} = \underline{\underline{111 \text{ km/time}}}$$

Oppgave 4.

a) Avbøyningsvinklene er bestemt av

$$n\lambda = d \sin\theta \qquad n = 1, 2, 3, 4, \ldots$$

der d er gitteravstanden $d = \frac{1}{600\,mm} = \frac{1}{6}\cdot 10^{-5}\,m$

Dette gir

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d} n = \frac{656\cdot 10^{-9}}{\frac{1}{6}\cdot 10^{-5}} n = 0{,}3936\cdot n \leq 1$$

De mulige avbøyningsvinklene blir

$$n = 1 \qquad \underline{\underline{\theta = 23{,}2^\circ}} \qquad \underline{\underline{(= 0{,}405 \text{ rad})}}$$

$$n = 2 \qquad \underline{\underline{\theta = 51{,}9^\circ}} \qquad \underline{\underline{(= 0{,}906 \text{ rad})}}$$

b) Fotonenergien: $E_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

$$\underline{\lambda = \frac{hc}{E_f}}$$

Energisprang ved overgang mellom nivåene $n = 2$ og $n = 4$

$$E_f = E_4 - E_2 = -13{,}6\,eV\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{2^2}\right) = 13{,}6\cdot\frac{3}{16}\,eV = 2{,}55\,eV$$

$$= 2{,}55\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,J = 4{,}08\cdot 10^{-19}\,J$$

$$\lambda = \frac{6{,}625\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{4{,}08\cdot 10^{-19}}\,m = 4{,}87\cdot 10^{-7}\,m = \underline{\underline{487\,nm}}$$

c) De Broglie bølgelengde er gitt ved

$$p = mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

Hastigheten bestemmes av kinetisk energi

$$\frac{1}{2}mv^2 = E$$

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} \qquad (= 2189\,m/s)$$

som gir

$$\underline{\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}}$$

For nøytroner er $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg. Videre er $E = 0{,}025\,eV = 0{,}025 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,J = 4{,}0 \cdot 10^{-21}\,J$. Utregnet finnes dermed

$$\lambda = \frac{6{,}625 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-21}}}\,m = \underline{\underline{1{,}81 \cdot 10^{-10}\,m}} = \underline{\underline{1{,}81\,Å}}$$

d) Paulis ekskluksjonsprinsipp uttrykker at bare et elektron kan være i hver kvantetilstand.

De resulterende energinivåer for elektroner oppstår ved at atomnivåene spres utover i kontinuerlige energibånd. [Mellom båndene er det ikke tillatte energier, eller forbudte gap.]