Institutt for fysikk, NTNU

Faglig kontakt under eksamen:
Professor Kristian Fossheim
Tlf 93638

KONTINUASJONSEKSAMEN I FAG 74135 – FYSIKK
Fakultet for Maskinteknikk, Teknisk design og Indøk maskin
19. august 1998
kl. 0900 – 1500

Tillatne hjelpemidlar:
Rottmann: Mathematische Formelsammlung.
Barnett and Cronin: Mathematical Formulae.
Øgrim og Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
O. Jaren og K.J. Kutsen: Formelsamling i matematikk.
Godkjend kalkulator.
Vedlagd formelliste og data.

Oppgåve 1

a) Ein lang, rett metalltråd har ei uniformt fordelt ladning pr meter, λ (C/m). I eit punkt P i avstand r frå tråden er feltet dE frå ladninga $dq = \lambda\, dx$ i det infinitesimale lengdeelementet dx av tråden:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{x^2 + r^2}$$

x er koordinaten langs tråden med nullpunkt ved dq.
-Vis at det totale feltet omkring tråden er

$$\vec{E}_r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r}$$

ved å integrerer dE langs x-aksen frå $-\infty$ til $+\infty$.

b) -Bruk Gauss-satsen til å vise at den gir same resultat som i oppgåve a).

c) -Finn uttrykket for det elektriske potensialet $V(r)$ i vilkårleg avstand r frå tråden, målt i forhold til eit referansepunkt, r_0.

d) -Vis at den elektriske potensielle energien for ei ladning q i avstand r frå tråden er

$$U(r) = -\frac{\lambda q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r}{r_0}$$

-Vis at arbeidet utført av feltet når ei ladning q bevegar seg frå eit punkt r_A til eit anna r_B er

$$W(r) = \frac{\lambda q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_A}{r_B}$$

-Vis ved bruk av $E_r = -\, dV/dr$ at du igjen får same svar for E som tidlegare.

La tråden ha ein ladning λ = 10 mC/m. Ein punktladning med ladning q = 40 μC er plassert i punktet r_A.
-Kor stort arbeid må utførast ved halvering av avstanden mellom punktladningen og tråden?

Oppgåve 2

a) -Skriv opp Faradays lov, og forklar innhaldet kort.

-Vis at for ei enkel straumsløyfe med areal A som roterer med vinkelfrekvens ω, med akse normalt til eit homogent magnetfelt B kan den resulterande elektromotoriske spenningen skrivast som

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t.$$

-Skisser tidsforløpet for fluksen Φ_B gjennom sløyfa, og for spenningen $\mathcal{E}$.

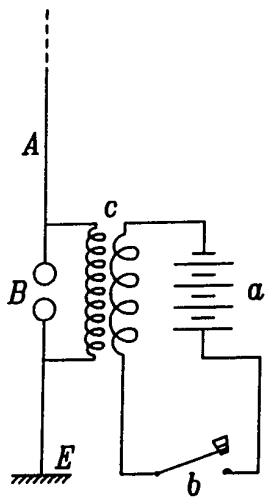
b) I ein ideell, rett spole med vindingstal N_1 , går det ein straum I som kan bli gitt ein tidsvariasjon dI/dt. Innafor denne spolen er det vikla ein ny spole med N_2 vindingar og motstand R. Spolane er vikla rundt ein sylindrisk jernkjerne med permeabilitet $\mu = K_m \mu_0$. Jernkjernen og spolene har eit tversnittareal A_1 og lengde l.

-Vis at det vil gå ein straum I' i sekundærspolen, driven av ein spenning $\mathcal{E}$,

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{N_1 N_2 A_1 K_m \mu_0}{Rl}\frac{dI}{dt}.$$

La N_1 = 100, N_2 = 2000, A_1 = 1 cm^2 , l = 10 cm og K_m = 1000.

-Finn spenningen $\mathcal{E}$ i sekundærkretsen når vi bryt straumen I = 8A hurtig men kontrollert, med lineært avtakande I, i løpet av 0.1 ms.



Figur 1. Marconis oppstilling for
Trådløs radiokommunikasjon.

c) Figur 1 viser Marconis første patenterte oppstilling (1896) for trådlaus radiokommunikasjon. Første transatlantiske sending vart gjennomført i 1901. Her er A antenne, B er to metallkuler, E er jord, c er spole med primærvikling og sekundærvikling, a er batteri, og b er brytar.

-Forklar kort korleis denne sendaren verkar.

-Kva trur du kan vere grunnen til at telegrafistar på norske båtar i generasjonar har vore kalla "gnisten"?
-I bilen fins det ein innretning kalla "coilen". Kva funksjon og verkemåte har den?

d) I moderne radiosamband brukar ein frekvensavstemde elektriske kretsar, ei viktig vidareutvikling av Marconis system, med direkte tale i staden for (Morse) bokstavkoder som vart danna ved vekslande korte og lange trykk på brytaren i Marconis apparat. Frekvensbanda er delte opp i smale frekvenskanalar som på vanleg radio, til dømes i FM-bandet frå 88 til 108 MHz.

-Du bygger ein enkel mottakar med ein serie-resonanskrets med induktans, L = 32 nH, og kapasitans C. Kva verdi må kapasitansen ha for at du skal kunne ta imot NRK ved 88.0 MHz ?
-Impedansen Z i kretsen kan skrivast som $Z= (R^2+ (X_L-X_C)^2)^{1/2}$. Kva er vilkåret for resonans, generelt?
-Korleis ville du modifisere den enkle kretsen ovanfor til å dekke heile FM-bandet?
-Kvifor er det viktig å ikkje ha for stor R i kretsen?

Oppgåve 3

a) For bølgjer i luft gjeld likninga

$$p(x,t) = -B\frac{dy(x,t)}{dx}$$

-Definer størrelsane i likninga.
-La $y(x,t)= A\ sin(\omega t-kx)$. Finn det tilhøyrande uttrykket for $p(x,t)$.
-Kva faseforskjell er det mellom partikkelutsving og trykk?
-Skisser for stående trykkbølgje i luft i eit lukka rør:
  i) Utsvingsmønsteret med 3 bukar.
  ii) Trykkmønsteret for same situasjon som under i).
-Indiker bølgjelengda λ på begge figurar, i) og ii).
-Forklar den fysiske samanhengen mellom dei to figurane.

b) -Skriv opp eller utlei uttrykka for dei 3 lågaste resonansfrekvensane f_1, f_2, f_3 for eit ope rør, som til dømes ei open orgelpipe eller open seljefløyte, uttrykt ved lengda L og lydfart v i luftsøyla.
-Skisser dei stående trykkbølgjene for desse 3 svingeformene.
-Vi stenger røret i eine enden. Kva er uttrykka for dei 3 lågaste frekvensane nå?
-Skisser dei tilhøyrande stående trykkbølgjene for dette tilfellet
-Rekn ut f_1 og f_2 for begge dei føregående tilfella når L = 0.85 m og v = 430 m/s.

c) På ein fiolin har strengene eit fritt spenn på 30 cm. A-strengen skal, ved rett stemming, vibrere resonant ved f = 440 Hz (kammertone) som open streng (utan fingergrep). Den har ein masse pr lengde μ =3.6 g/m. Dei neste tonane på C-skalaen er h ved 494 Hz, og c ved 523 Hz.
-Kor langt frå enden av strengen må fiolinisten sette fingeren for å spele desse tonane?
Fiolinisten får feil kammertone frå oboen, og stemmer A-strengen til h, dvs. til 494 Hz.
-Kva stekk-kraft, F, brukar han på strengen?
-Kor mykje må han endre strekk-krafta for å få riktig tone, 440 Hz?

d) I den etterfølgjande friluftskonserten med rockeband, der mellom andre obo, fløyte og fiolin deltar, blir lyden forsterka opp og send ut over ein høgtalar som leverer opp til P=500 watt i lydeffekt. Anta at lydbølgjene frå høgtalaren breier seg jamnt utover i alle retningar. Lydstyrken

i ymse avstandar måler vi med eit decibel-meter, der definisjonen på lydstyrke β i dB er gitt ved $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ dB, og referanseintensiteten er $I_0 = 10^{-12}$ watt/m^2

-Kva avstand må du stå i for at det maskimale lydnivået skal vere under smertegrensa på 120 dB? (NB:Under mange rockekonsertar brukar ein kanskje eit 10-tals slike høgtalarar!)

-Kor langt unna må høgtalaren vere for at naboane skal kunne samtale relativt uforstyrra ved ettermiddagskaffeen på sin veranda under konserten, når lydintensiteten under samtalen ligg på ca 65 dB.

-Kva fysisk fenomen vil i realiteten hjelpe konsertarrangøren med å redusere denne siste avstanden betydeleg?

Oppgåve 4

a)- Vis at $P_n(x) = A \sin k_n x$ er ei løysing av (eigenfunksjon i) Schrødinger-likninga for eit elektron som er innestengd i ein 1-dimensjonal boks med utstrekning L.

-Finn dei tilhøyrande energiane E_n uttrykt ved L, elektronmassen m, Plancks konstant h og kvantetalet n.

-Rekn ut, og skisser dei 3 første energinivåa på ein vertikal skala, i) for L = 1 nm, og ii) for L = $1\ \mu$m.

-Kva karakterisktiske eigenskapar for små kontra "store" kvantesystem kan du sjå av dette?

b) Emisjons- og absorpsjonsspektra for atom og andre kvantesystem blir som kjent bestemt av avstandane mellom dei ulike energinivåa. Desse spektra vil vere forskjellege om eit atom er plassert i eit magnetfelt eller ikkje. Forskjellen skuldast mellom anna at eit elektron som bevegar seg omkring atomkjernen, har ein dreieimpuls $\vec{L}$, og eit tilhøyrande magnetisk moment

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m}\vec{L}.$$

-Kva er regelen for L_z-kvantisering?

-Illustrer dette med ein figur.

-Bruk regelen for L_z -kvantisering til å vise at den potensielle energien, $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$, til dette magnetiske momentet i eit magnetfelt $\vec{B}$ blir

$$U = m_\ell \mu_B B$$

Her er $m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \pm \ell$; og $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$

-Skisser dei tilhøyrande energinivåa for $B=0$ og $B \neq 0$ når $\ell = 1$

c) Kvantetalet ℓ er underlagt regelen at det maksimalt kan vere lik $n-1$, der n er hovudkvantetalet (som i Bohrs teori.)

-Skisser dermed dei overgangar vi kan ha mellom $n=2$ og $n=1$ (dvs mellom 2p og 1s) når $B=0$ og når $B \neq 0$.

d) -Rekn ut splittinga mellom $\ell = 1$ nivåa i eV.

-Rekn ut bølgjelengdene for lys som blir emittert ved overgangane mellom 2p og 1s i eit magnetfelt på 1T.

-Er det det mulig å sjå denne oppsplittinga i eit optisk spektrometer som kan detektere relativ endring i bølgjelengde på $\Delta\lambda/\lambda = 5 \cdot 10^{-6}$?

Formelliste og data

Vil bli tillatt brukt ved eksamen i FYSIKK 74135 og 74136 . Kontinuasjonseksamen 19.08.98

Oppsatte formler og konstanter

Coulomb: $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$; $\vec{E}$ – felt: $\vec{E} = \vec{F}/q$;

Gauss: $\oint_S d\vec{A}\cdot\vec{E} = Q/\varepsilon_0$ (Q: nettoladning innenfor lukket flate S) ;

Elektrostatisk potensial: $\vec{E} = -\nabla V$;

Kapasitans: $C = \frac{Q}{V}$; Energi i kondensator: $U_c = \frac{1}{2}CV^2$;

Elektrisk feltenergi pr. volumenhet: $u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ (i vakuum)

I dielektrisk medium: $\varepsilon_0 \rightarrow K\varepsilon_0 = \varepsilon$ (K: relativ dielektrisitetskonstant) ;

Kraft på ladning i bevegelse: $\vec{F} = q(\vec{v}x\vec{B})$;

Kraft på leder: $d\vec{F} = Id\vec{l}x\vec{B}$

Magnetiske monopoler finnes ikke: $\oint_S d\vec{A}\cdot\vec{B} = 0$;

Biot-Savart: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}x\hat{r}}{r^2}$;

Ampère: $\oint d\vec{l}\cdot\vec{B} = \mu_0 I$ (I: strøm omsluttet av integrasjonsvegen) ;

Faraday: $\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ (Φ_B: magnetisk fluks gjennom sløyfe) ;

Selvinduktans: $L = \frac{N\Phi_B}{I}$ ($N\Phi_B$: magnetisk fluks gjennom spole med N viklinger);

Magnetisk energi i spole: $U_L = \frac{1}{2}LI^2$;

Magnetisk feltenergi pr. volumenhet: $u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$ (i vakuum) ;

I materielt medium: $\mu_0 \rightarrow K_m\mu_0 = \mu$ (K_m: relativ permeabilitet) ;

Resistans: $R = \rho\ell/A$ (ρ : resistivitet; ℓ : lengde; A: tverrsnitt) ;

Vekselspenning: $\mathrm{v}(t) = V\cos(\omega t + \varphi)$ (φ : fase relativt til $i(t)$) ;

Vekselstrøm: $i(t) = I\cos\omega t$;

Impedans (vekselstrømsmotstand): $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$; $\tan\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$;

Bølgeligning: $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$;

Bølgehastighet på streng: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

Bølgelengde/frekvens ved lineær dispersjonsrelasjon: $\lambda f = \mathrm{v}$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $\omega = 2\pi f$; $\omega = \mathrm{v}k$;

Elektromagnetiske bølger: $\mathrm{v} = c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$; (i vakuum)

Interferens fra N parallelle spalter med naboavstand d: $I(\theta) = I_1(0)\frac{\sin^2\frac{N\varphi}{2}}{\sin^2\frac{\varphi}{2}}$; $\varphi = kd\sin\theta$;

Diffraksjon fra én spalt med bredde a: $I(\theta) = I(0)\frac{\sin^2\frac{\psi}{2}}{(\psi/2)^2}$; $\psi = ka\sin\theta$;

Plancks strålingslov: $I(\lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5(e^{hc/\lambda k_B T} - 1)}$;

Fotoners energi og bevegelsesmengde: $E = hf = \hbar\omega$; $p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$;

Partiklers de Broglie bølgelengde: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\mathrm{v}}$;

Heisenbergs usikkerhetsrelasjon: $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$.

Schrödingerlikningen: $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi + V(x)\psi = E_n\psi$

Energinivåer for hydrogenatomet: $E_n = -\frac{\hbar^2}{2ma_0^2}\frac{1}{n^2}$

Konstanter: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}99 \cdot 10^9 \, Nm^2C^{-2}$; $k_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$;

$\frac{\mu_0}{4\pi} = 1{,}00 \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$; $c = 2{,}998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ lyshastigheten) ;

$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \, Js$ $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \, kg$ (elektronmassen);

$\hbar \equiv \frac{h}{2\pi}$

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \, C$; 1eV = 1,60 10^{-19} J

$a_0 = \varepsilon_0 \frac{h^2}{\pi m e^2} = 0.5292 \cdot 10^{-10}$ m

(Bohr-radien)

Integraler som du kan få bruk for

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x^2 + r^2)^{-1} dx = \frac{\pi}{r}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x^2 + r^2)^{-\frac{3}{2}} dx = \frac{2}{r^2}$$

Prefikser

T	Tera	10^{12}
G	Giga	10^{9}
M	Mega	10^{6}
m	milli	10^{-3}
μ	mikro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}
p	piko	10^{-12}