

Faglig kontakt under eksamen:
Institutt for fysikk, Gløshaugen
Professor Kåre Olaussen, 73593652

KONTINUASJONSEKSAMEN I FAG 74135 FYSIKK

Tirsdag 10. august 1999

Tid: kl 09.00-15.00

Tillatte hjelpebidrifter: (Alternativ B2):

Typegodkjent kalkulator

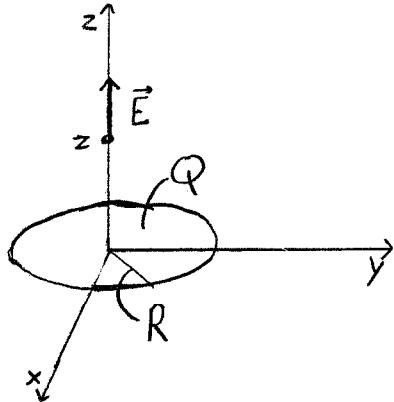
Rottmann: Matematisk formelsamling (alle språkutgaver).

O.H. Jahren og K.J. Knudsen: Formelsamling i matematikk.

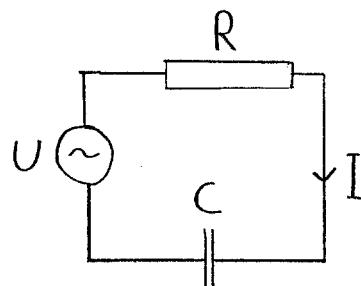
Barnett og Cronin: Mathematical Formulae.

Dette eksamenssettet er på 4 sider pluss et generelt vedlegg på 4 sider.

Oppgave 1



- a) Ladningen Q (se fig.) er jevnt fordelt utover en sirkelskive med radius R . Skiven ligger i xy -planet med origo i sentrum av skiva.
- Beregn den elektriske feltstyrken $\vec{E} = \vec{E}(z)$ på z -aksen. [Hint: innfør sylinderkoordinater ϕ og r .]

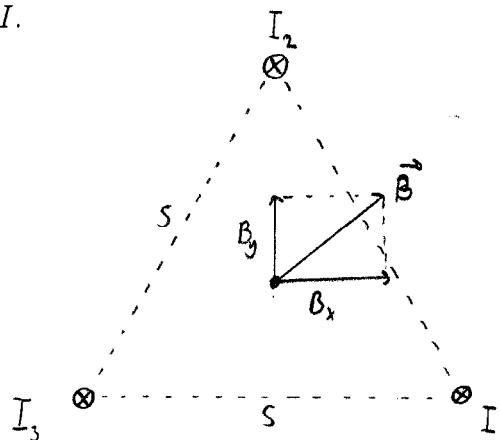


- b) Vi ser på en elektrisk krets som vist på figuren. Ved frekvensen $f = \omega/2\pi = 50 \text{ Hz}$ har strømmen amplituden $I = 15 \text{ A}$ og spenningen $U = 300 \text{ V}$. Faseforskyvningen mellom dem er $\phi = 50^\circ$.
- Hvor stor effekt (energi pr. tidsenhet) tilføres kretsen i middel?
 - Bestem resistansen R og kapasitansen C .

Oppgave 2

- a) En elektrisk kabel består av en leder som kan betraktes som en uendelig lang massiv sylinder med radius R .

- Benytt Amperes lov til å beregne magnetfeltet $\vec{B} = \vec{B}(r)$ både innenfor ($r < R$) og utenfor ($r > R$) denne lederen når strømstyrken er lik I .

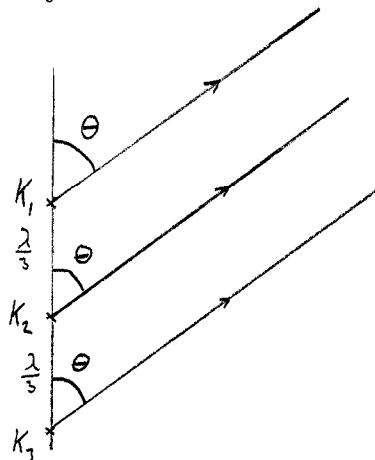


- b) Tre strømførende, parallele ledere går vinkelrett inn i papirplanet og ligger på hjørnene av en likesidet trekant, som vist på figuren. Trekanten har sidekanter av lengde s . Positiv strømretning er rettet inn i papirplanet og vinkelrett på dette. Strømstyrken i hver leder er I_0 .

- Bestem x - og y -komponentene av den magnetiske fluksstettheten \vec{B} i trekantens tyngdepunkt (midtpunkt) som angitt på figuren.

- c) De tre lederne fra spørsmål b) fører nå vekselstrøm med hver sin fase. Strømstyrkene er nå gitt ved $I_i = I_0 \cos(\omega t + \phi_i)$, der fasevinklene i radianer er $\phi_1 = 2\pi/3$, $\phi_2 = 0$ og $\phi_3 = -2\pi/3$.
- Bestem x - og y -komponentene av den magnetiske fluksstettheten \vec{B} som funksjon av tiden t i trekantens tyngdepunkt.

Oppgave 3



- a) Tre lydkilder K_1 , K_2 og K_3 sender hver ut en tone med samme frekvens og intensitet. Kildene er plassert på en rett linje i en avstand fra hverandre som er en tredjedels bølgelengde $\lambda/3$, som vist på figuren. Videre er kildene K_1 og K_3 forskjøvet en fasevinkel $\phi = 2\pi/3$ henholdsvis etter og før kilden K_2 . I en avstand som er stor i forhold til avstanden mellom lydkildene vil lyden fra de 3 kildene interferere ved at de tre trykkvariasjonene $A \cos(\omega t - \delta)$, $A \cos(\omega t)$ og $A \cos(\omega t + \delta)$ adderes.

- Hva blir intensiteten som funksjon av δ når den enkelte lydkilden gir ut en intensitet på $I_0 = \frac{1}{2}A^2$?
[Hint: Finn først resulterende trykkutsving]
- Hva blir den resulterende fasevinkelen δ som funksjon av vinkelen θ (se figur), når ϕ er som gitt ovenfor?

- b) I avstanden 10 m fra en lydkilde er lydintensitetsnivået 90 dB (decibel).

- Hvor stor lydeffekt sender lydkilden ut når energien sendes ut jevnt fordelt i alle retninger?
- I hvilken avstand er lydintensitetsnivået 75 dB?

[Oppgitt: Lydintensitetsnivå i decibel(dB) er definert som $\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I^*}$ der $I^* = 10^{-12} \text{ W/m}^2$]

Oppgave 4

a) Ifølge kvanteteorien kan det knyttes en bølgelengde λ til partikler (de Broglie bølgelengde).

- Hva er de Broglie bølgelengden λ for nøytroner med kinetisk energi $E = 0,25 \text{ eV}$?

b) – Hva er spesielt med lyset i en laserstråle?

- Hvilken rolle spiller energinivåene i virkemåten for laseren?

c) Et elektron er fanget i en en-dimensjonal potensial-brønn, der potensialet er gitt ved

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 < x < L \\ \infty & \text{ellers} \end{cases}$$

- Vis at $\psi(x) = \frac{2}{\sqrt{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$, $n = 1, 2, 3, \dots$ oppfyller Schrødingerlikningen.

- Hva er grunntilstandsenergien til elektronet hvis $L = 100 \text{ nm}$?

Vedlegg 1:

Elektrisitet

Coulomb-kraft:	$\mathbf{F}_{2 \rightarrow 1} = -\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{ \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 ^3}$	(for punktladninger q_i)
Elektrisk felt:	$\mathbf{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\mathbf{F}}{q} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_1}{ \mathbf{r} - \mathbf{r}_1 ^3}$	(fra punktladning q_1)
Gauss' lov (S lukket):	$\Phi_E = \iint_S d^2 A \cdot \mathbf{E} = Q/\epsilon_0.$	(Q ladning innenfor S)
Elektrisk potensial:	$V_a - V_b = \int_a^b d\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})$	$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla V(\mathbf{r})$
Coulomb potensial:	$V(\mathbf{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$	(punktladning q i origo)
Flate- og volum-ladning:	$V(\mathbf{r}) = \iint \frac{d^2 r_1 \sigma(\mathbf{r}_1)}{4\pi\epsilon_0 \mathbf{r} - \mathbf{r}_1 }$	$V(\mathbf{r}) = \iiint \frac{d^3 r_1 \rho(\mathbf{r}_1)}{4\pi\epsilon_0 \mathbf{r} - \mathbf{r}_1 }$
Elektrisk feltenergi pr. volum:		$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$
I dielektrisk medium:	$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_r \epsilon_0 = \epsilon,$	(ϵ_r relativ permitivitet)

Magnetisme

Magnetisk kraft på ladning q med hastighet \mathbf{v} :	$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}.$
Kraft på strømførende leder i magnetfelt:	$d\mathbf{F} = I d\mathbf{r} \times \mathbf{B}$
Biot-Savart's lov:	$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{r} \times \mathbf{r}}{r^3}$
Magnetfelt fra lang rett leder:	$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} I$
Ampère's lov:	$\oint_C d\mathbf{r} \cdot \mathbf{B} = \mu_0 I$ (I strøm gjennom C)
Magnetiske ladninger finnes ikke (S lukket):	$\Phi_B = \iint_S d\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0.$
Faraday's induksjonslov:	$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} \Phi_B = -\frac{d}{dt} \iint_S d^2 A \cdot \mathbf{B}$ (\mathcal{E} indusert ems)
Magnetisk feltenergi pr. volum:	$u_B = \frac{1}{2\mu_0} \mathbf{B}^2$
I materielt medium:	$\mu_0 \rightarrow \mu_r \mu_0 = \mu.$ (μ_r relativ permeabilitet)

Elektriske kretser

Resistans (ρ resistivitet, ℓ lengde, A tverrsnitt):	$R = \rho\ell/A$
I serie og parallel:	$R_s = R_1 + R_2,$
Kapasitans:	$C = Q/V$ Q ladning, V spenning
Platekondensator (A plate-areal, d plate-avstand):	$C = \epsilon A/d$
I serie og parallel:	$C_s = C_1^{-1} + C_2^{-1},$
	$C_p = C_1 + C_2.$

Elektriske kretser forts.

Selvinduktans ($N\Phi_B$ fluks gjennom spole med N viklinger): $L = N\Phi_B/I$ Lang spole (tverrsnitt A , lengde ℓ , N viklinger): $L = \mu AN^2/\ell$ I serie (s) og parallel (p): $L_s = L_1 + L_2$, $L_p^{-1} = L_1^{-1} + L_2^{-1}$.Energi i kondensator: $U_C = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV = \frac{Q^2}{2C}$ Magnetisk energi i spole: $U_L = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}N\Phi_B I$ Veksel-strøm og spenning: $i(t) = I \cos \omega t$, $\omega = 2\pi f$, $v(t) = V \cos(\omega t + \varphi)$.Effekt (tidsmidlet): $P_{av} = \frac{1}{2}VI \cos \varphi$ Kompleks impedans: $Z = |Z| e^{j\varphi} = (V/I) e^{j\varphi}$ For RCL -seriekrets: $|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}$, $\tan \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}$,med kompleks impedans: $Z = |Z| e^{j\varphi} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$.I serie (s) og parallel (p): $Z_s = Z_1 + Z_2$, $Z_p^{-1} = Z_1^{-1} + Z_2^{-1}$.

Bølger

Bølgeligning: $\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ (lineær dispersjonsrelasjon)Relasjoner: $\lambda f = v$, $\omega = 2\pi f$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\omega = vk$ Planbølge: $y(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \phi)$ Elektromagnetisk bølge i vakuum: $v = c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$.Doppler effekt (for lyd): $f_L = \frac{v + v_L}{v + v_S} f_S$ (S sender, L lytter)Interferens fra N spalter med avstand d ($\varphi = kd \sin \vartheta$): $I(\vartheta) = I(0) \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)}$ Diffraksjon fra én spalt med bredde a ($\Psi = ka \sin \vartheta$): $I(\vartheta) = I(0) \frac{\sin^2(\Psi/2)}{(\Psi/2)^2}$ Begge av overstående: $I(\vartheta) = I(0) \frac{\sin^2(\Psi/2)}{(\Psi/2)^2} \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{(\varphi/2)^2}$.

Moderne fysikk

Fotoners energi E og bevegelsesmengde p ($\hbar \equiv \frac{h}{2\pi}$): $E = hf = \hbar\omega, p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k.$

Fotoelektrisk effekt: $E_K = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = hf - \phi$ (ϕ frigjøringsarbeid)

Fotoner fra atomære overganger ($i \rightarrow f$): $hf = E_i - E_f.$

Partiklers de Broglie bølgelengde: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$

Heisenbergs usikkerhetsrelasjon: $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{1}{2}\hbar.$

Hydrogenspekteret: $E_n = -\frac{hcR}{n^2} = -\frac{13.60 \text{ eV}}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$

Stefan-Boltzmann lov: $I = \sigma T^4 = 5.67 \times 10^{-8} T^4 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$

Planck's strålingslov: $I(\lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda k_B T} - 1)}$

Noen fysiske konstanter

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2} \quad \frac{\mu_0}{4\pi} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \quad c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad \hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad m_n = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Dekadiske prefikser

E	exa	10^{18}	P	peta	10^{15}
T	tera	10^{12}	G	giga	10^9
M	mega	10^6	k	kilo	10^3
h	hektto	10^2	da	deka	10^1
d	desi	10^{-1}	c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}	μ	mikro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}	p	piko	10^{-12}
f	femto	10^{-15}	a	atto	10^{-18}

Schrødingerlikningen: $\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right) \psi(x) = E\psi(x)$

Størrelse		SI-enhet	
Navn	Symbol	Navn	Symbol
Elektrisk feltstyrke	E	Volt/meter	V/m
Elektrisk potensial	V	Volt	V
Permittivitet	ϵ	Farad/meter	F/m
Relativ permittivitet	ϵ_r, K	1	1
Elektromotorisk spenning	\mathcal{E}, U	Volt	V
Vinkelfrekvens	ω	invers-sekund	s^{-1}
Vinkel	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	radian	rad
Romvinkel	Ω	steradian	sr
Lengde	l	meter	m
Areal	A	kvadratmeter	m^2
Volum	V	kubikkmeter	m^3
Tid	t	sekund	s
Hastighet	v	meter pr. sekund	m/s
Frekvens	f, ν	Hertz	$\text{Hz}=\text{s}^{-1}$
Bølgelengde	λ	meter	m
Masse	m	kilogram	kg
Kraft	F	Newton	$\text{N}=\text{kg}\text{m}/\text{s}^2$
Trykk	p	Pascal	$\text{Pa}=\text{N}/\text{m}^2$
Arbeid	A, W	Joule	$\text{J}=\text{kg}\text{m}^2/\text{s}^2$
Energi	E, W	Joule	$\text{J}=\text{Ws}$
Effekt	P	Watt	$\text{W}=\text{J}/\text{s}$
Termodynamisk temperatur	T, Θ	Kelvin	K
Celsiustemperatur	t, Θ	grad Celcius	$^{\circ}\text{C}$
Varme, varmemengde	Q	Joule	$\text{J}=\text{VAs}$
Elektrisk strøm	I	Ampère	A
Elektrisk ladning	Q	Coulomb	$\text{C}=\text{As}$
Potensialdifferens, spenning	U	Volt	V
Kapasitans	C	Farad	$\text{F}=\text{As}/\text{V}$
Magnetisk feltstyrke	H	Ampère pr. meter	A/m
Magnetisk fluks	Φ_B	Weber	Wb
Magnetfelt	B	Tesla	T
Intensitet	I	Watt pr. kvad.meter	W/m^2
Induktans	L	Henry	H
Resistans	R	Ohm	Ω
Konduktans	G	Siemens	$\text{S}=\Omega^{-1}$
Impedans	Z	Ohm	Ω
Reaktans	X	Ohm	Ω