NTNU
Institutt for fysikk

Faglig kontakt under eksamen:
E.H.Hauge
Tlf. 93651

EKSAMEN I FAG 74136 – FYSIKK
Avd.VIII(Marin)
Onsdag 21. august 1996
kl. 0900 – 1300

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B) Godkjent lommekalkulator
K.J.Knutsen: Formler og data i fysikk
O.H.Jahren og K.J.Knutsen: Formelsamling i matematikk
K.Rottmann: Matematische Formelsammlung
S.Barrett and T.M.Cronin: Mathematical Formulae.

NB. 1. Mange av punktene i oppgavene kan besvares uavhengig av hverandre.
2. Hvert bokstavpunkt i oppgavesettet teller i utgangspunktet likt.
3. I vedlegget finnes en del formler og konstanter

Oppgave 1

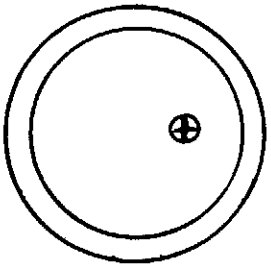
a. Kapasitansen pr. lengdeenhet til en koaksialkabel, er gitt som

$$C = \frac{2\pi K \epsilon_0}{\ell n \frac{b}{a}}$$

der K er relativt dielektrisitetskonstant til isolasjonsmaterialet mellom lederne, a er indre leders radius og b er ytre leders indre radius.

Utled denne formelen med utgangspunkt i Gauss' lov.

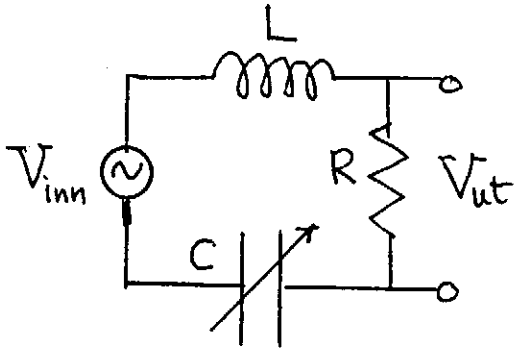
b. La nå den indre lederen være eksentrisk plassert i forhold til det omgivende ledende sylinderskallet (se figuren). La ladningen på indre leder være λ pr. lengdeenhet, mens det ytre sylinder skallet har null netto ladning.



Tegn en større figur som klart viser den kvalitative fordeling av den induserte ladningen på ytre sylinderskall, og som angir de elektriske feltlinjene, både innenfor og utenfor sylinderskallet.

Oppgave 2

Inngangskretsen i en AM radio er som vist på figuren. Signalet fra antennen gir spenningen V_{inn}, og utgangsspenningen V_{ut} går videre til radioens forsterkerdel. Induktansen L og resistansen R er fikserte, mens kapasitansen C, og derved kretsens resonansfrekvens, kan reguleres.



a. Skriv ned differensialligningen for strømmen som funksjon av tiden, i(t), slik den følger av spenningsbalanse rundt kretsen vist i figuren. Vis at for et harmonisk inngangssignal med vinkelfrekvens ω er forholdet mellom spenningens maksimalverdier gitt som

$$\frac{|V_{ut}|}{|V_{inn}|} = \frac{R}{\sqrt{R^2+[\omega L-(\omega C)^{-1}]^2}} \equiv g(\omega)$$

b. Finn uttrykket for faseforsinkelsen ϕ til V_{ut} relativt V_{inn} ved gitt ω. Skisser de to funksjonene $g(\omega)$ og $\phi(\omega)$.

c. La $L = 0.40$ mH og $C = 100$ pF. Hva blir resonansfrekvensen $f_0 = \omega_0/2\pi$ i dette tilfellet? Med $R = 10\Omega$, bestem $g(\omega)$ numerisk for verdiene $\omega = \omega_0$, $\omega = 1.005\omega_0$ og $\omega = 1.01\omega_0$.

d. Skriv $\omega = \omega_0 + \Delta\omega = \omega_0(1+x)$. Nær resonansfrekvensen kan vi bruke at $x = \Delta\omega/\omega_0 << 1$. Vis fra det generelle uttrykket for $g(\omega)$ at vi til ledende orden for små $x = \Delta\omega/\omega_0$ kan skrive

$$g(\omega) = \frac{|V_{ut}|}{|V_{inn}|} \simeq \frac{1}{\sqrt{1+K(\frac{\Delta\omega}{\omega_0})^2}}$$

forts.neste side

Bestem K som funksjon av R, L og C.
Hva sier denne formelen kvalitativt om hvordan R,L og C bør velges for at inngangskretsen skal plukke ut et smalt frekvensbånd rundt ω_0 ?

Oppgave 3

Kvantemekanisk kan et elektron "tunnelere", dvs. bevege seg (korte!) avstander gjennom et område som er forbudt ifølge klassisk mekanikk. Sannsynligheten T for å tunnelere gjennom en barriere med potensial U_0 og tykkelse d for et elektron med energi E og masse m er tilnærmet gitt som

$$T \approx e^{-2\kappa d} \quad ; \quad \kappa = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$$

der $\hbar = h/2\pi$, og h er Plancks konstant.

*

a. En typisk verdi for $U_0 - E$ er 4eV.

For hvilken barrieretykkelse, d , har elektronets tunnelerings–sannsynlighet blitt redusert med faktoren e ? Forklar kort tunnelerings–mikroskopets virkemåte.

*

I et enkelt atom har elektronene et diskret energispektrum, bare visse bestemte energier er tillatt. Når atomene settes sammen til en periodisk krystallstruktur, vil bølgefunksjonene til naboatomer overlappe, elektronene kan tunnelere fra atom til atom. Dette fører til at de skarpe energinivåene smøres ut til energibånd langs energiaksen, avbrutt av forbudte energigap. Bredder på energibånd og energigap varierer, men er typisk av størrelsesorden 1eV. Til sammenligning er en typisk termisk energi $k_B T \sim 25\text{meV}$ når $T = 300\text{K}$.

*

b. Formuler Pauliprinsippet. Hvordan blir energifordelingen til elektronene i en krystallstruktur ved T=0 ?
Hva betyr "Ferminivået" (= "Fermienergien" = E_F) i denne forbindelsen?

*

*

Sannsynligheten for at en elektrontilstand med energi E, er fylt av et elektron er, ved temperaturen T , gitt av Fermifordelingen

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-E_F}{k_B T}\right) + 1}$$

der k_B er Boltzmanns konstant.

*

c. Bruk energibåndstruktur og Pauliprinsipp/Fermifordeling til kvalitativt å forklare eksistensen av elektriske isolatorer, halvledere og ledere.

*

I en halvleder kan tettheten av elektroner, n , i ledningsbåndet og av hull, p, i valensbåndet skrives som, henholdsvis

$$n = N_c \frac{1}{\exp\left(\frac{E_c-E_F}{k_B T}\right)+1} \quad ; \quad p = N_v \frac{1}{\exp\left(\frac{E_F-E_v}{k_B T}\right) + 1}$$

der N_c (N_v) er tettheten av tilstander nær nedre (øvre) båndkant i ledningsbåndet (valensbåndet) ved energi E_c (E_v).

*

d. Bruk dette til å vise at i en intrinsikk halvleder (en halvleder "uten" fremmedatomer) ligger Ferminivået omtrent midt i energigapet mellom valens- og ledningsbånd.

Oppgitte formler og konstanter

Coulomb: $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$; $\vec{E}$-felt: $\vec{E} = \vec{F}/q$

Gauss: $\oint_S d\vec{A}\cdot\vec{E} = q/\varepsilon_0$; (q: nettoladning inne i lukket flate S)

Elektrostatisk potensial: $\vec{E} = -\nabla V$;

Kapasitans: $C = \frac{Q}{V}$; Energi i kondensator: $U_c = \frac{1}{2}CV^2$;

Elektrisk feltenergi pr. volumenhet: $u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$;

I dielektrisk medium: $\varepsilon_0 \to K\varepsilon_0 = \varepsilon$ (K: relativ dielektrisitetskonst.)

Kraft på ladning i bevegelse: $\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B})$;

Magnetiske monopoler finnes ikke: $\oint_S d\vec{A}\cdot\vec{B} = 0$;

Biot-Savart: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$;

Ampère: $\oint d\vec{l}\cdot\vec{B} = \mu_0 I$ (I: Strøm innesluttet av integr.veg.);

Faraday: $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ (Φ_B magnetisk fluks gjennom sløyfe);

Selvinduktans: $L = \frac{N\Phi_B}{I}$ ($N\Phi_B$: magnetisk fluks gjennom spole med N viklinger);

Magnetisk energi i spole: $U_L = \frac{1}{2}LI^2$.

Magnetisk feltenergi pr. volumenhet: $u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$.

I materielt medium: $\mu_0 \to K_m\mu_0 = \mu$ (K_m: relativ permeabilitet)

Resistans: $R = \rho l/A$ (ρ: resistivitet; l: lengde; A: tverrsnitt)

Vekselspenning: $V(t) = V_0\cos(\omega t + \alpha)$, ($\alpha$: vilkårlig);

Vekselstrøm: $i(t) = i_0\cos(\omega t + \alpha - \varphi)$;

Impedans (vekselstrømsmotstand): $Z = |Z|e^{i\varphi}$;

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad ; \quad \tan\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Middeleffekt: $\overline{P} = \overline{V(t)\cdot i(t)} = \frac{1}{2} V_0 i_0 \cos\varphi = \frac{1}{2} R i_0^2 = R i_{eff}^2$

Bølgeligning: $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$

Bølgelengde/frekvens ved lineær dispersjonsrelasjon:

$$\lambda f = v \; ; \; k = \frac{2\pi}{\lambda} \; ; \; \omega = 2\pi f \; ; \; \omega = vk$$

Elektromagnetiske bølger: $v = c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$

Interferens fra N parallelle spalter med naboavstand d:

$$I(\theta) = I_1(0)\,\frac{\sin^2 \frac{N\varphi}{2}}{\sin^2 \frac{\varphi}{2}} \; ; \; \varphi = kd\sin\theta$$

Diffraksjon fra én spalt med bredde a:

$$I(\theta) = I(0)\,\frac{\sin^2 \frac{\psi}{2}}{(\psi/2)^2} \; ; \; \psi = ka\sin\theta$$

Plancks strålingslov:

$$I(\lambda) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5 \left(e^{hc/\lambda k_B T} - 1\right)}$$

Fotoners energi og bevegelsesmengde: $E = hf = \hbar\omega$; $p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$

Partiklers deBroglie bølgelengde: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

Heisenbergs uskarphetsrelasjon: $\Delta x \Delta p_x \sim h$

*

Konstanter: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99 \cdot 10^9\ \mathrm{Nm^2C^{-2}}$; $\frac{\mu_0}{4\pi} = 1.00 \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$;

$h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Js ; $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C ; $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$;

$c = 2.998 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (lyshastigheten); $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg (elektr.m