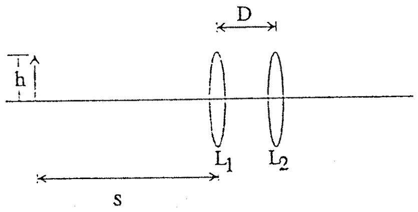


Figur 3.1.

a) Et objekt plasseres i en avstand s = 80 mm fra den første linsa. Objektet har en høyde h = 10 mm.

i) Tegn en figur som viser strålegangen i linsesystemet.

ii) Beregn avstanden mellom linse L_2 og det endelige billedpunktet. Er bildet reelt eller virtuelt?

iii) Vis at longitudinal forstørrelse for en linse generelt er gitt av:

$$m_L = \frac{ds'}{ds} = -\left(\frac{s'}{s}\right)^2$$

Her er s objektavstand og s' billedavstand fra linsa. Beregn så transversal og longitudinal forstørrelse i bildet som dannes av det sammensatte linsesystemet og transversal og longitudinal størrelse av bildet når tykkelsen av objektet er 2 mm.

Oppgitt: Linseformelen lyder:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

Legg merke til at fortegnskonvensjonene i formelsamlingen er forskjellig fra den som er brukt i læreboka.

b) Et sammensatt linsesystem består av to tynne linser L_1 og L_2 i kontakt med hverandre og med fokallengder f_1 og f_2. Vis at den effektive fokallengden til det sammensatte linsesystemet er gitt av:

$$\frac{1}{f_{syst}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

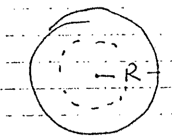
Vi ser her bort fra avstanden mellom linsene.

Hint: Se på avbildningen av et pukt som ligger uendelig langt borte fra linsesystemet.

FYSIKK 2 – VINTER 95

LØSNINGSFORSLAG

OPPGAVE 1



Vi legger en Gaussflate i området r<R

Da kan vi skrive

$$\oint \vec{E}\cdot\hat{u}_n\, dA = E\cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{innenfor}}{\epsilon_0} = \frac{\int_0^r \rho(z)\, 4\pi z^2\, dz}{\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 E(r)\cdot r^2 = \int_0^r \rho(z) z^2 dz$$

$$\epsilon_0 \frac{\rho_0}{\epsilon_0}\left[\frac{r}{3} - \frac{r^2}{4R}\right] r^2 = \int_0^r \rho(z) z^2 dz$$

Vi deriverer denne ligningen og får da

$$\rho_0\left[r^2 - \frac{r^3}{R}\right] = \rho(r)\, r^2$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\rho(r) = \rho_0\left(1 - \frac{r}{R}\right)}}$$

For $r > R$ er $E \sim \frac{1}{r^2}$, det viser at all ladning er i området $r \leq R$.

Dette betyr at

$$Q_0 = \int_0^R \rho(r)\, 4\pi r^2 dr = 4\pi\rho_0 \int_0^R \left(1 - \frac{r}{R}\right) r^2 dr$$

$$Q_0 = \frac{\pi}{3}\rho_0 R^3$$

Etter definisjonen på potensial har vi

$$V(r) - V(\infty) = -\int_\infty^r E(z)\,dz \qquad V(\infty) = 0$$

$$V(r) = -\int_\infty^r E(z)\,dz$$

$r \geq R$

$$\underline{\underline{V(r)}} = -\int_\infty^r \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 z^2}\,dz = \underline{\underline{\frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 r}}}$$

For $r \leq R$ fås

$$V(r) = -\int_\infty^r E(z)\,dz = -\int_\infty^R E(z)\,dz - \int_R^r E(z)\,dz$$

$$= \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 R} - \int_R^r \frac{\rho_0}{\epsilon_0}\left(\frac{z}{3} - \frac{z^2}{4R}\right)dz$$

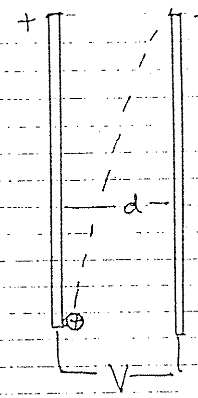
$$= \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{\rho_0}{\epsilon_0}\left[\frac{r^2}{6} - \frac{r^3}{12R} - \frac{R^2}{12}\right]$$

Setter vi inn for Q_0 fås:

$$\underline{\underline{V(r) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0}\left[\frac{R^2}{6} - \frac{r^2}{6} + \frac{r^3}{12R}\right]}}$$

Eksamen jan. -95 oppg. 1

c)



Den "kritiske" banen er antydet på figuren.

Feltet mellom platene er gitt av

$$E = \frac{V}{d}$$

og kraften på partikkelen

$$F = \frac{Q_0 V}{d}$$

Partikkelen får en horisontal akselerasjon $a = \frac{F}{m}$

og en horisontal forskyvning

$$s = \frac{1}{2} a t^2$$

Dersom lengden av pipa er l, så er transitt-tiden $t = \frac{l}{v_p}$

der v_p er hastigheten til røykpartiklene

Dette gir

$$s = \frac{1}{2}\,\frac{Q_0 V}{d \cdot m}\left(\frac{l}{v_p}\right)^2$$

Dersom partiklene skal fanges opp må $s \geq d$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{Q_0}} = \frac{2m}{V}\left(\frac{v_p d}{l}\right)^2 = \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^{-17}\ \mathrm{C}}}$$

OPPGAVE 2.

a) Fluksen er gitt av

$$\phi = \int_0^x B n\,dA = \int_0^x B \cdot \tfrac{1}{2}\sqrt{2} \cdot l \cdot ds$$

$$= \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\, l \int_0^x (B_0 + B_1 s)\, ds$$

$$\underline{\underline{\phi(x) = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\, l \left(B_0 \cdot x + \tfrac{1}{2} B_1 x^2\right)}}$$

Den induserte ems er gitt av

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\phi}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = -\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\, l\, (B_0 + B_1 x) \cdot v$$

$$\mathcal{E} = -\tfrac{1}{2}\sqrt{2} \cdot l \cdot B(x)\, v$$

Retningen av strømmen er med-urs, og strømstyrken er:

$$\underline{\underline{I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\, l \cdot B(x) \cdot v}{R}}}$$

b) Kraften er gitt av

$$\vec{F} = I\, \vec{l} \times \vec{B}$$

$$|\vec{F}| = I \cdot l \cdot B = \frac{\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\, l^2 B(x)^2 \cdot v}{R}$$

og har komponentene

$$F_y = -F_x = \frac{\tfrac{1}{2} l^2 B(x)^2 v}{R}$$

Den mekaniske effekt er gitt av

$$\underline{\underline{P = |F_x| \cdot v = \frac{\tfrac{1}{2} l^2 B(x)^2 v^2}{R}}}$$

Den elektriske effekt i motstanden R er gitt av

$$P_E = RI^2 = R \cdot \left(\frac{\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\, l\, B(x) v}{R}\right)^2$$

$$= \frac{\tfrac{1}{2} l^2 B(x)^2 v^2}{R}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{P = P_E}}$$

c) Vertikalkomponenten av kraften er gitt av:

$$F_y = \frac{\tfrac{1}{2} l^2 B(x)^2 v}{R}$$

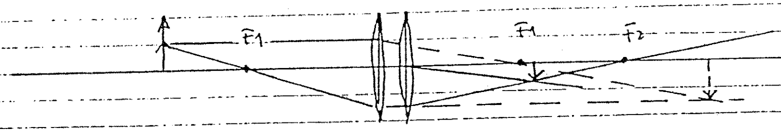
Staven letter fra skinnene når denne kraften er større/lik ~~enn~~ tyngdekraften. Dette inntrer når:

$$\frac{\tfrac{1}{2} l^2 B^2 v}{R} = mg$$

$$B(x)^2 = \frac{2mgR}{l^2 v} = (B_0 + B_1 x)^2$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{x = \frac{\sqrt{\frac{2mgR}{l^2 v}} - B_0}{B_1}}}$$

OPPGAVE 3



Bildet dannes like til høgre for F1.
Vi kan beregne billed-dannelsen som følger:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{f_1} \quad , \quad \frac{1}{80} + \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{50}$$

$$s_1' = \frac{50 \cdot 80}{30} = 133.3$$

Billeddannelsen i L2:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{f_2}$$

$s_2 = -123{,}3$ mm (til høgre for linse)

$$\Rightarrow s_2' = \frac{80 \cdot 123{,}3}{203{,}3} = 48{,}5 \text{ mm}$$

<u>Bildet dannes 48,5 mm til høgre for L2</u>

Bildet er reelt

Transversal forstørrelse av den første linse er gitt av

$$m_1 = -\frac{s_1'}{s} = -\frac{133{,}33}{80} = -1{,}667$$

og av den andre

$$m_2 = -\frac{s_2'}{s_2} = -\frac{48{,}5}{-123{,}33} = 0{,}39$$

Total forstørrelse blir derfor

$$\underline{\underline{m_T}} = -1{,}67 \cdot 0{,}39 = \underline{\underline{-0{,}66}}$$

Og størrelsen på bildet

$$\underline{\underline{h'}} = 10 \cdot 0{,}66 = \underline{\underline{6{,}6 \text{ mm}}}$$

Longitudinal forstørrelse er gitt av kvadratet på den transversale forstørrelse

$$m_L = m_T^2 = 0{,}43$$

og dybden av bildet blir:

$$\underline{\underline{l'}} = 2 \cdot 0{,}43 = \underline{\underline{0{,}86 \text{ mm}}}$$

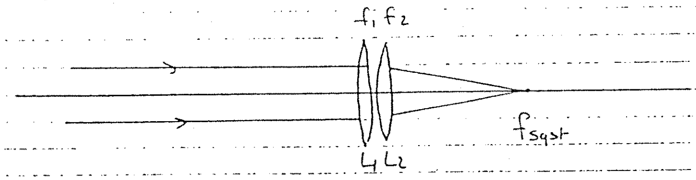
$$m_L = \frac{ds'}{ds}$$

Fra linseformelen $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$ fås ved derivasjon

$$-\frac{ds}{s^2} - \frac{ds'}{s'^2} = 0$$

$$\Rightarrow m_L = \frac{ds'}{ds} = -\left(\frac{s'}{s}\right)^2$$

b)



Vi ser bort fra avstanden mellom linsene

Et objekt med $s = \infty$ vil avbildes i f_{syst}

Avbildning i første linse gir $\quad s = s_1 = \infty$

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{f_1} \qquad s_1 = \infty \Rightarrow s_1' = f_1$$

Dette betyr at objektavstanden for linse 2 er $s_2 = -f_1$ (bildet/obj. ligger til venstre for linsa

$$\Rightarrow \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{f_2} \qquad s_2 = -f_1$$

$$\frac{1}{-f_1} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{s_2'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Men s_2' er avstanden fra linsene til det endelige billedpunktet, ⇒ $s_2' = f_{syst}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\frac{1}{f_{syst}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}}}$$