OPPGAVE 1

Energi lagret i feltet er per volumenhet

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r E^2$$

For et volum på 1 liter fås derfor

$$U_e = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r E^2 \cdot V$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 1200\cdot(250\cdot 10^6)^2\cdot 10^{-3}$$

$$= 0{,}332\cdot 10^6\ J/l.$$

For et bilbatteri:

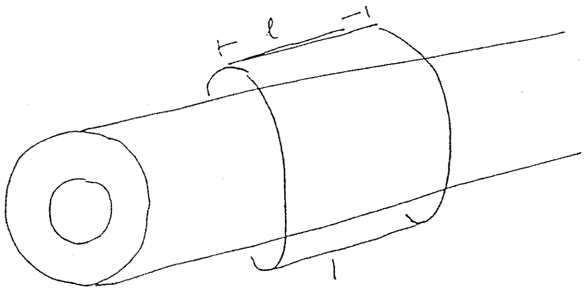
$$W = U\cdot I\cdot t$$

$$= 12\cdot 50\cdot 3600 = 2{,}16\cdot 10^6\ J$$

Per liter får vi da

$$U_e = 2{,}16\cdot 10^6/6 = 0{,}36\cdot 10^6\ J/l$$

b



Gaussflate for $r > R_2$

$\bar{E}$ er radiell og avhenger bare av avstanden fra sentrum i sylinderen. På den valgte Gaussflata er derfor $|\bar{E}|$ konstant. Vi kan velge Gaussflata så lang. Da blir effekten av endeflatene uten betydning. Men $\vec{E}$ er også $\perp$ på endeflatene av Gauss-sylinder-flata

$$\Rightarrow \oint \vec{E}\,d\vec{A} = 2\int_{\text{endefl}} \vec{E}\,d\vec{A} + \int_{\text{syl. fl.}} \vec{E}\,d\vec{A} = E\cdot 2\pi r l$$

Vi må beregne total ladning innenfor Gaussflata

$$q_{tot} = \rho_0\cdot vol = \rho_0\cdot\pi(R_2^2 - R_1^2)\cdot l$$

Med $R_2 = 2R_1$ fås

$$q_{tot} = 3\rho_0\pi R_1^2\cdot l$$

Gauss lov gir da

$$\oint \vec{E}\,dA = E\cdot 2\pi r l = \frac{q_{tot}}{\epsilon_0} = \frac{3\rho_0\pi R_1^2\cdot l}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{3\rho_0 R_1^2}{2\epsilon_0 r}$$

ii) $R_1 < r < R_2$

$$q_i = \int_{R_1}^{r} \rho_0 \, 2\pi r l \, dr = 2\rho_0 \pi l \left[\tfrac{1}{2} r^2\right]_{R_1}^{r}$$

$$\Leftrightarrow q_i = \rho_0 \pi l \left[r^2 - R_1^2\right]$$

$$\Rightarrow E \cdot 2\pi r l = \frac{\rho_0}{\epsilon} \pi l \left[r^2 - R_1^2\right]$$

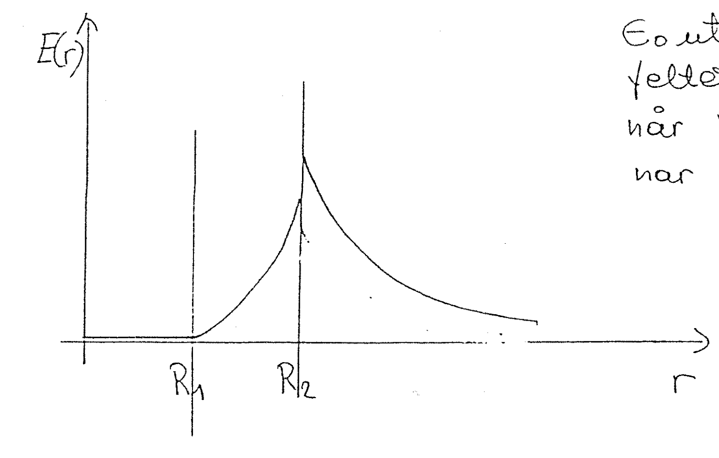
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{E}} = \frac{\rho_0 \left[r^2 - R_1^2\right]}{2\epsilon r} = \underline{\underline{\frac{\rho_0}{2\epsilon}\left[r - \frac{R_1^2}{r}\right]}}$$

$$\underline{r = R_2} \Rightarrow E = \frac{\rho_0}{2\epsilon}\left[R_2 - \frac{R_1^2}{R_2}\right]$$

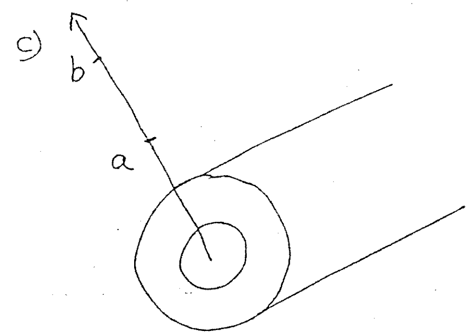
$$R_2 = 2R_1 \Rightarrow \underline{\underline{E}} = \frac{\rho_0}{2\epsilon}\left[2R_1 - \frac{R_1}{2}\right] = \underline{\underline{\frac{3\rho_0 R_1}{4\epsilon}}}$$

forskjellen er ϵ i det diel. materialet og ϵ_0 utenfor. $\Rightarrow$ feltet er noe større når $r \geqslant R_2$ enn når $r \leq R_2$.

iii) $q_{tot} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{E = 0}}$



c)



$$\underline{r > R_2} \quad V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad ; \quad \vec{E} \parallel d\vec{r}$$

$$\Rightarrow V_a - V_b = \int_a^b E \, dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{3\rho_0 R_1^2}{2\pi \epsilon_0 r} dr = \frac{3\rho_0 R_1^2}{2\epsilon_0}\left[\ln r\right]_{r_a}^{r_b}$$

$$\Leftrightarrow \underline{V_a - V_b = \frac{3\rho_0 R_1^2}{2\epsilon_0} \ln\left[\frac{r_b}{r_a}\right]}$$

$r_b = R_2$ som referansepunkt hvor $V = 0$. $\Rightarrow$

$$\underline{\underline{V(r) = \frac{3\rho_0 R_1^2}{2\epsilon_0} \ln\left[\frac{2R_1}{r}\right]}}$$

$$\underline{R_1 < r < R_2} \quad V = \int_r^{2R_1} \vec{E} \cdot d\vec{r}' \qquad \vec{E} \parallel d\vec{r}' \Rightarrow$$

$$V(r) = \int_r^{2R_1} E \, dr' = \int_r^{2R} \frac{\rho_0}{2\epsilon}\left[r' - \frac{R_1^2}{r'}\right] dr' = \frac{\rho_0}{2\epsilon}\left[\tfrac{1}{2} r'^2 - R\right.$$

$$\Leftrightarrow V(r) = \frac{\rho_0}{2\epsilon}\left[\tfrac{1}{2}(2R_1)^2 - R_1^2 \ln(2R_1) - \tfrac{1}{2} r^2 + R_1^2 \ln r\right]$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{V(r) = \frac{\rho_0}{2\epsilon}\left[2R_1^2 - \tfrac{1}{2} r^2 + R_1^2 \ln \frac{r}{2R_1}\right]}}$$

$$V(R_2) = \frac{\rho_0}{2\epsilon}\left\{2R_1^2 - \frac{1}{2}(2R_1)^2 + R_1^2 \ln\frac{2R_1}{2R_1}\right\} = \underline{\underline{0}}$$

OK!

$\underline{r < R_2}$

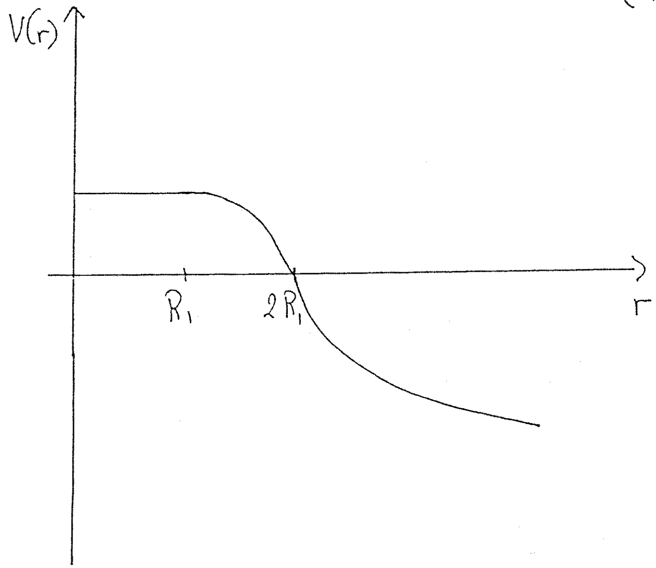
$V(r) = V(R_1)$ fra uttrykket over:

$$V(r) = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0}\left[2R_1^2 - \frac{1}{2}R_1^2 + R_1^2 \ln\frac{R_1}{2R_1}\right]$$

$$\Leftrightarrow V(r) = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0}\left[2R_1^2 - \frac{1}{2}R_1^2 - R_1^2 \ln 2\right]$$

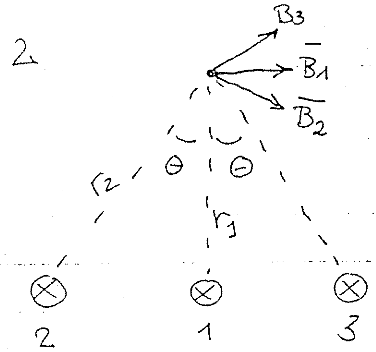
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{V(r)}} = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0}\left[\frac{3}{2}R_1^2 - R_1^2 \ln 2\right] = \underline{\underline{\frac{\rho_0}{2\epsilon}R_1^2\left[\frac{3}{2} - \ln 2\right]}}$$

(>0) og konst.

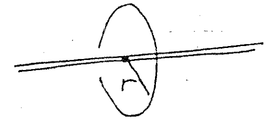


OPPGAVE 2

a)



Amperes lov for en leder



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow \quad B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Totalfeltet i P er vektorsummen av de tre feltene $\overline{B_1}$, $\overline{B_2}$ og $\overline{B_3}$

Vertikalkomponenten:

$$B_{VERT} = 0.$$

Horisontalkomponenten:

$$B_{HOR} = B_1 + B_2 \cos\theta + B_3 \cos\theta$$

$$= B_1 + 2B_2 \cos\theta$$

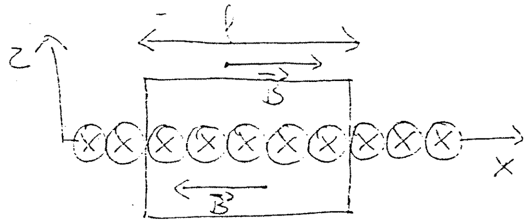
Med $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}$ $\qquad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1/\cos\theta}$

Dette gir:

$$B_{HOR} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} + 2\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi r_1/\cos\theta}\cdot\cos\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}\left(1+2\cos^2\theta\right)$$

b)



Ampères lov:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{innenfor}$$

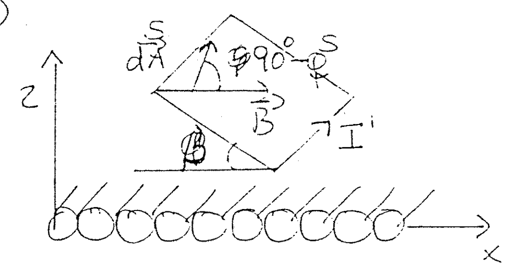
Retningen til magnetfeltet er ~~#~~ parallellt med $\vec{i}$ over planet og parallellt med $-\vec{i}$ under planet. Velger integrasjonssløyfe som et rektang med langsider l. Se fig.

$\Rightarrow$ ~~$\oint dl$~~

$$\Rightarrow \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = 2\underbrace{\int_{langs.} \vec{B}\cdot d\vec{l}}_{\substack{\vec{B}\parallel d\vec{l} \\ |\vec{B}| = konst.}} + 2\underbrace{\int \vec{B}\cdot d\vec{l}}_{\vec{B}\perp d\vec{l}}$$

$$= 2Bl = \mu_0 I n l \iff \underline{\underline{B = \tfrac{1}{2}\mu_0 n I}} \quad q.e.d.$$

b)



Velger $d\vec{A}$ som vist på fig.

$$B = B(t) = \tfrac{1}{2}\mu_0 n(I_0 - \alpha t)$$

Fluks gjennom sløyfa: $\Phi_B = \int_A \vec{B}\cdot d\vec{A}$

$$\iff \Phi_B = \int_A \tfrac{1}{2}\mu_0 n\,(I_0-\alpha t)\cdot dA\cdot\cos(90°-\beta)$$

$$\iff \Phi_B = \tfrac{1}{2}\mu_0 n s^2 \sin\beta\,(I_0-\alpha t)$$

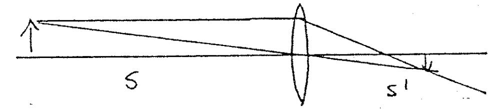
c) Vi kan tenke oss at null strøm er det samme som en strø I i positiv y-retning plus en strøm I i negativ y-retning. Dette betyr at feltet kan beregnes som en sum av feltet fra et strømførende plan pluss feltet fra de 3 strømførende ledere i punkt a, men med strømmen snudd i forhold til punkt a. Dette gir

$$\vec{B} = \frac{1}{2}\mu_0 n I \hat{x} - \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}(1+2\cos^2\theta)\hat{x}$$

$$= \frac{1}{2}\mu_0 I \left(n - \frac{1}{\pi r_1}(1+2\cos^2\theta) \right)\hat{x}$$

OPPGAVE 3

a)



Linseformelen gir

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{5000} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{50}$$

$s' = 50{,}5\,mm$

Transversal ~~Longitudinal~~ forstørrelse er gitt av

$$m = -\frac{s'}{s} = \frac{50{,}5}{5000} = -0{,}01$$

~~Trans~~ Longitudinal forstørrelse

$$m' = m^2 = 10^{-4}$$

b) Fokallengden i en linse er gitt av

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

der R_1 og R_2 er radier i de to linseflatene. Kalle fokallengden for blått lys f_B. Da har vi:

$$\frac{1}{f} = (n_R - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_B} = (n_B - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad f_B = f \cdot \frac{n_R - 1}{n_B - 1} = 50 \cdot \frac{1.504 - 1}{1.513 - 1} = \underline{\underline{49{,}12 \text{ mm}}}$$

Linseformelen gir da

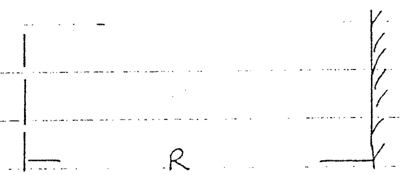
$$s'_R = \frac{f \cdot s}{s - f} = \frac{50 \cdot 2000}{2000 - 50} = 51{,}28 \text{ mm}$$

$$s'_B = \frac{f_B \cdot s}{s - f_B} = \frac{49{,}12 \cdot 2000}{2000 - 49{,}12} = 50{,}36 \text{ mm}$$

Avstanden mellom billedplanene

$$\underline{\underline{\Delta = s'_R - s'_B = 0{,}92 \text{ mm}}}$$

c)



Vi kan for enkelhets skyld anta at de to spaltene er i fase

Da får vi interferensmaksima for

$$d \sin\theta = m\lambda \qquad m = 0, \pm 1, \ldots$$

Posisjonen på skjermen er gitt av

$$y_m = R \operatorname{tg}\theta$$

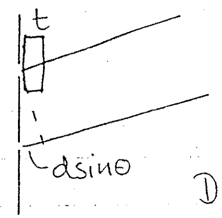
Siden vinklene er små, så er $\sin\theta \simeq \operatorname{tg}\theta$

$$\Rightarrow \quad y_m = R \cdot \frac{m\lambda}{d}$$

Avstanden mellom to striper

$$\delta y = \frac{R \cdot \lambda}{d} = \frac{600 \cdot 600 \cdot 10^{-6}}{0{,}3} = \underline{\underline{1{,}2 \text{ mm}}}$$

Når vi plasserer en glass-skive over en av spaltene får vi et ekstra faseskift på grunn av at bølgelengden i glass er $\lambda_g = \lambda / n$. Dersom vi kaller tykkelsen av glasset t kan vi skrive



$$d \sin\theta - (n-1)t = m \cdot \lambda$$

Dersom en lys stripe skal bli mørk og vice versa må $(n-1)t = \lambda/2,\ 3\lambda/2$, osv

Dette gir for den minste tykkelse glassplata kan ha.

$$t = \frac{\lambda}{2 \cdot (n-1)}$$

For $n = 1,5$ fås:

$$\underline{\underline{t_{min} = \lambda}}$$