UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK
Faglig kontakt under eksamen:
Magne Kringlebotn, tlf. 3457

EKSAMEN I FAG 74222 BØLGEFYSIKK
22. august 1992
kl. 0900 - 1300

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator
Rottmann: Matematische Formelsammlung
Barnett & Cronin: Mathematical Formulae

Ved oppgaveløsningen kan det bli bruk for noen av de nedenfor oppgitte formler (som kandidaten selv må tolke) :

Svingninger og bølger.

$$F_m = m\frac{dv}{dt} \qquad F_S = S(s_1 - s_2) \qquad F_R = R_M(v_1 - v_2)$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = -\lambda^2\frac{dv}{d\lambda} = v_f - \lambda\frac{dv_f}{d\lambda} = \frac{v_f}{1 - \frac{\omega}{v_f}\frac{dv_f}{d\omega}} \qquad v_M = v_M(v{=}0)\,\frac{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}{1+\frac{\frac{dr}{dt}}{v_f}}$$

Akustikk.

$$-\nabla p = \rho\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \qquad \frac{\partial p}{\partial t} = -K\,\nabla\mathbf{v} \qquad \nabla^2 p = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

$$Z_{S+} = \frac{\rho c}{1+\frac{1}{jkr}} \qquad Z_{S-} = \frac{-\rho c}{1-\frac{1}{jkr}} \qquad p_{eff}^2 = \frac{1}{2}\Sigma\,|\,p_n^2\,|$$

$$I = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(pv^*) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(Z_S)\,|\,v\,|^2 = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(Z_S)\,|\,\frac{p}{Z_S}\,|^2 \qquad \mathbf{I} = \Sigma\,\mathbf{I}_n = \Sigma\,\frac{\mathbf{k}_n}{k_n}\frac{p_{n,eff}^2}{\rho c}$$

$$I = \frac{p_{eff}^2}{\rho c} \qquad L_p\,(\text{dB re. } p_o) = 20\lg\frac{p}{p_o} \qquad \text{I luft: } p_o = 20\ \mu\text{Pa}$$

$$\frac{f_2}{f_1} = 2^{1/n} \qquad f_c = \sqrt{f_1 f_2} \qquad s = \hat{s}\,e^{j(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r})}$$

Elektrisitet og magnetisme.

$$\mathbf{E} = -\nabla V \qquad dV = -\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} \qquad d\mathbf{F} = I\,d\boldsymbol{\ell}\times\mathbf{B} \qquad d\mathbf{B} = \frac{\mu_o I\,d\boldsymbol{\ell}\times\mathbf{r}}{4\pi r^3}$$

$$W_e = \iiint \frac{1}{2}\mathbf{D}\cdot\mathbf{E}\cdot d\tau \qquad W_m = \iiint \frac{1}{2}\mathbf{B}\cdot\mathbf{H}\cdot d\tau$$

$$Z = \frac{u}{i} \qquad u_L = L\frac{di}{dt} \qquad u_C = \frac{1}{C}q \qquad u_R = Ri$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L'C'\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (R'C' + L'G')\frac{\partial u}{\partial t} + R'G'u \qquad u = U\,e^{j\omega t - \gamma x}$$

$$\gamma^2 = -\omega^2 L'C' + j\omega(R'C' + L'G') - R'G' \qquad \gamma = \alpha + j\beta$$

$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v}\times\mathbf{B})$ I isotrope, lineære media: $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$ $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\mathbf{H}\cdot\mathbf{B}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\mathbf{E}\cdot\mathbf{D}\right) + \mathbf{E}\cdot\mathbf{J} + \nabla\mathbf{S} = 0 \qquad \mathbf{S} = \mathbf{E}\times\mathbf{H} \qquad \mathbf{B} = \frac{\mathbf{k}\times\mathbf{E}}{\omega} = \mathbf{e}_B\frac{E}{c}$$

Maxwells ligninger:

$$\nabla\mathbf{D} = \rho \qquad \oiint_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S} = q = \iiint \rho\, d\tau$$

$$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \qquad \oint_\Gamma \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial\phi}{\partial t} = -\iint_S \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\, d\mathbf{S} \quad \text{(S omsluttet av } \Gamma\text{)}$$

$$\nabla\mathbf{B} = 0 \qquad \oiint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = 0$$

$$\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{j}_c + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \qquad \oint_\Gamma \mathbf{H}\cdot d\mathbf{s} = I_c + I_d = \iint_S \left(\mathbf{j}_c + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\right) d\mathbf{S} \quad \text{(S omsluttet av } \Gamma\text{)}$$

Diffraksjon.

$$U = \frac{jkA}{4\pi}\oiint_S \frac{e^{-jk(q+p)}}{qp}\,[\cos(\mathbf{n},\mathbf{q}) + \cos(\mathbf{n},\mathbf{p})]\,dS \qquad R_n = \cos(\mathbf{n},\mathbf{q}) + \cos(\mathbf{n},\mathbf{p})$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{q} + \frac{1}{p_o} \qquad \Delta S = \pi\lambda f \qquad a_n = \sqrt{n\lambda f} \qquad U_n = (-1)^{n-1} R_n U_o$$

$$U = U_o F \qquad F = \frac{1}{S}\iint_S e^{jk[(\alpha-\alpha_o)\xi + (\beta-\beta_o)\eta]}\, d\xi\, d\eta \qquad U_o = \frac{jkA}{4\pi}\frac{2\cos\theta_o}{R'R}\, e^{-jk(R'+R)}\, S$$

$$I = I_o F^2 \qquad F = \frac{\sin k\alpha a}{k\alpha a}\cdot\frac{\sin k\beta b}{k\beta b} \qquad F = \frac{2J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta})$$

$$\theta_1 = 1.22\frac{\lambda}{d} \qquad \frac{1}{\Delta\theta} = \frac{d}{1.22\lambda}$$

$$U = U_1\sum_{n=1}^{N} e^{jk\alpha(n-1)h} = U_1\,(1 + e^{jk\alpha h} + \dots\, e^{jk\alpha(N-1)h})$$

$$I = I_1 N^2\left(\frac{\sin(Nk\alpha h/2)}{N\sin(k\alpha h/2)}\right)^2 \qquad I_1 = I_o\left(\frac{\sin(k\alpha a)}{k\alpha a}\right)^2 \qquad \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = nN$$

Oppgave 1.

(a) I uttrykket som beskriver en harmonisk, plan bølge vil fasen (ωt - $\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}$ + ϕ) inngå. Vis at hvis et punkt beveger seg med hastighet ω/k i vinkelbølgetallvektorens retning, vil fasen i punktet være konstant.

(b) N koherente bølger interfererer i et punkt, hvor delbølgenes svingestørrelser er: $E_1 = E_o \sin(\omega t+\phi)$, $E_2 = E_o \sin(\omega t+2\phi)$, $E_3 = E_o \sin(\omega t+3\phi)$, ... , $E_N = E_o \sin(\omega t+N\phi)$. Finn minste positive verdi for ϕ som medfører at resulterende svingning $E_R = E_1 + E_2 + E_3 \ldots + E_N$ blir lik null.

(c) Vis at intensitetene for henholdsvis akustiske og elektromagnetiske bølger har samme dimensjon, nemlig W/m^2.

Oppgave 2.

En akustisk bølge i medium 1 faller normalt inn mot en grenseflate til medium 2. Mediene har karakteristiske bølgeimpedanser $\rho_1 c_1$ og $\rho_2 c_2$. Finn uttrykk for amplituderefleksjonskoeffisienten og refleksjonsfaktoren uttrykt ved bølgeimpedansene, og vis at reflektert bølge har samme intensitet for to forskjellige verdier av $\rho_2 c_2$.

Oppgave 3.

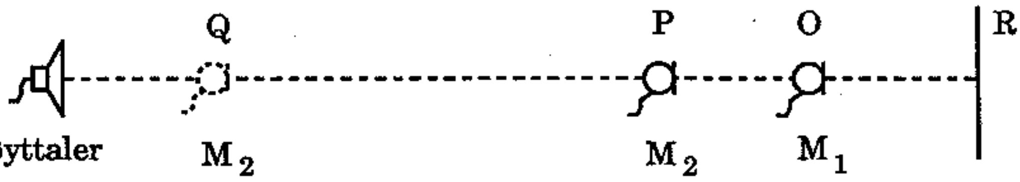
En lydkilde er montert i en uendelig vegg og stråler ut lyd fra en side av veggen. Ser på de to tilfellene at lydkilden er enten en pulserende halvkule eller et vibrerende stempel, men med samme radius a, overflatehastighets-amplitude u_o (hastigheten forutsettes normalt overflaten) og frekvens f slik at $ka \ll 1$.
Bestem forholdet mellom utstrålt effekt fra halvkulen og stemplet. (Hint: Det er tilstrekkelig for oppgaveløsningen å huske et vesentlig poeng i forbindelse med lydutstrålingen fra slike lydkilder, og ikke fullstendige formler.)

Oppgave 4.

Et modellfly er utstyrt med sender og mottager for lydbølger. Flyet flyr rett mot en plan murvegg med hastighet u. Fra flyets sender utgår et bølgetog mot veggen, sendefrekvensen (i flyets inertialsystem) er f. For det reflekterte bølgetoget fra veggen er mottagerfrekvensen f_m (i flyets inertialsystem). Lydhastigheten er v_f.

Bestem flyets hastighet u uttrykt ved f, f_m og v_f. Innsett tallverdier for følgende tilfelle: $v_f = 340$ m/s, $f = 5000$ Hz, $f_m = 5280$ Hz.

Oppgave 5.



En høyttaler svinger med frekvens f = 500 Hz. Anvendte mikrofoner antas så små at de ikke påvirker lydfeltet. Regn med lydhastighet c = 320 m/s.
En mikrofon M_1 flyttes vekk fra den reflekterende veggen R til et punkt O hvor amplituden for det detekterte signalet har maksimum. En annen mikrofon M_2 flyttes mot høyttaleren fra et punkt nær O . Første maksimum detekteres i et punkt P og et fjerde maksimum i punkt Q.

(a) Bestem bølgelengden for lyden fra høyttaleren, og avstanden PQ.

(b) Mikrofonene M_1 og M_2 er koplet til henholdsvis x- og y-avbøyningsplatene på et oscilloskop. Når mikrofonen M_2 flyttes fra P til Q endres bildet på oscilloskopskjermen fra det som er vist i fig.(c) til det som er vist i fig. (d). Forklar denne endringen.

(c) (d)

Oppgave 6.

(a) En plan bølge fra en HeNe laser med bølgelengde $\lambda = 632.8$ nm faller normalt inn mot en skjerm med sirkulær åpning med radius a = 1.591 mm. Hva er intensiteten på symmetriaksen i avstand $x_1 = 2$ m fra åpningen i forhold til intensiteten uten skjerm?

(b) Skjermen flyttes nå lengre bort fra åpningen. I hvilken avstand fra skjermåpningen x_2 blir dette intensitetsforholdet på symmetriaksen maksimalt, og hva blir det?

(c) Hva blir intensitetsforholdene i x_1 og x_2 på symmetriaksen dersom skjermen skiftes ut med en skjermflate som bare dekker den tidligere skjermåpningen?