

Institutt for fysikk, NTNU

Faglig kontakt under eksamen:  
 Professor J.S.Høye  
 Tlf. 93654

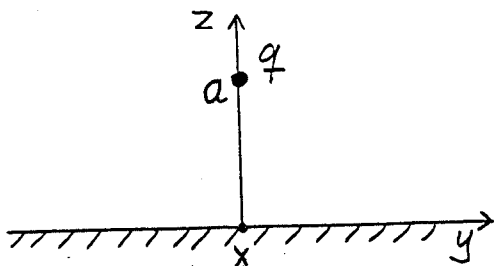
EKSAMEN I FAG 74233 ELEKTRISITET OG MAGNETISME  
 Torsdag 22.mai 1997  
 kl.0900 – 1300.

Tillatte hjelpemidler:  
 Rottmann: Mathematische Formelsammlung.  
 Barnett and Cronin: Mathematical Formulae.  
 Øgrim og Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.  
 Knutsen: Formler og data i fysikk.  
 Godkjent kalkulator.

Oppgave 1

- a) Utled hvordan elektriske ladninger er plassert på ledere i statisk likevekt (se bort fra hulrom for enkelhets skyld.)  
 En ladet metallkule berører innsiden av et lukket metallhulrom (dvs. hulrom i leder). Hva skjer med ladningen til metallkula?  
 Vis at sammenhengen mellom overflateladning (ladning pr. arealenheter)  $\sigma$  og elektrisk felt langs en metalloverflate er  $\sigma = \epsilon_0 E$ .

b)



En ladning  $q$  er plassert på  $z$ -aksen i posisjonen  $a > 0$  over  $xy$ -planet som er en ledende metalloverflate. For denne situasjonen kan det vises at det elektriske potensialet  $V$  for  $z > 0$  er gitt ved

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{(\rho^2 + (z-a)^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{(\rho^2 + (z+a)^2)^{\frac{1}{2}}} \right)$$

der  $\rho^2 = x^2 + y^2$ , og  $\epsilon_0$  er permitiviteten for vakuum. (Dette er samme  $V$  som for to motsatte ladninger plassert i posisjonene  $z=a$  og  $z=-a$  på  $z$ -aksen.)

Skisser feltlinjer for det elektriske feltet  $\mathbf{E}$  og tilhørende ekvipotensialflater i  $yz$ -planet for  $z > 0$ . Angi vinkelen mellom kurvene (linjene).

- c) Det elektriske feltet  $\mathbf{E}$  vil indusere overflateladning i metallflaten. Hva blir denne overflateladningen  $\sigma = \sigma(\rho)$  ?

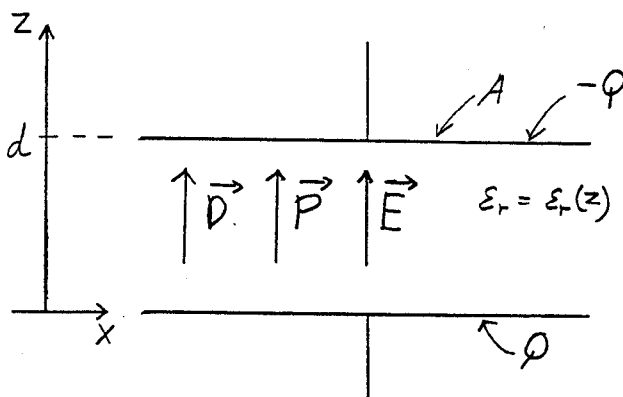
Oppgitt:  $\epsilon_0 \oint \mathbf{E} d\mathbf{A} = Q$

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{e}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{e}_z$$

### Oppgave 2

- a) Utled uttrykket  $C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$  for kapasitansen til en luftfylt kondensator (kapasitans) bestående av plane parallelle plater som hver har areal  $A$  mens avstanden mellom dem (som anses liten) er lik  $d$ . Permittiviteten for vakuum er  $\epsilon_0$ . Angi hva kapasitansen  $C$  blir når det er et dielektrisk medium med konstant relativ permittivitet (dielektrisitetskonstant)  $\epsilon_r$  mellom platene. Hva er den numeriske verdien til  $C$  dersom  $A = 120 \text{ cm}^2$ ,  $d = 3,0 \text{ mm}$  og  $\epsilon_r = 5,6$ . Permittiviteten for vakuum  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$ .

b)



Istedenfor et medium med konstant permittivitet lages det et medium der relativ permittivitet varierer med posisjonen  $z$  mellom platene som angitt på figuren. Anta at  $\epsilon_r$  varierer mellom platene slik at

$$\epsilon_r = \epsilon_r(z) = a + bz \quad \text{for } 0 < z < d.$$

La ladningen på platene være  $\pm Q$  som angitt på figuren. Bestem som funksjon av  $z$  størrelsen på den elektriske flukstettheten (forskyvningen)  $D$ , det elektriske feltet  $E$  og polarisasjonen  $P$  (dvs. bestem  $z$ -komponentene til disse vektorene). Hva blir kapasitansen  $C_V$  til denne kondensatoren med varierende  $\epsilon_r$ ?

Bestem også bunden romladningstetthet (ladning pr. volumenhet)  $\rho_b = \rho_b(z)$  mellom platene. (Det skal ikke settes inn tallverdier i denne delen av oppgaven.)

Oppgitt:

$$\oint D dA = Q$$

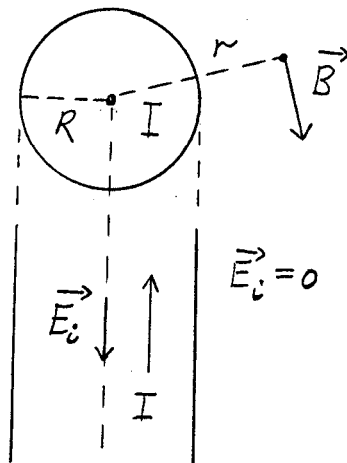
$$\nabla D = \rho$$

$$\nabla D = \text{div } D = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$$

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_r \epsilon_0 E$$

### Oppgave 3

a)



En homogen sirkelformet leder med radius  $R$ , som angitt på figuren, fører en konstant strøm  $I$  (rettet inn i papirplanet). Beregn størrelsen på magnetfeltet  $B$  som funksjon av avstanden  $r$  fra sentrum både innenfor og utenfor lederen. Permeabiliteten for vakuum er  $\mu_0$ .

Hva blir magnetfeltet  $B$  innenfor en sirkelformet jernring med relativ

permeabilitet  $\mu_r$  dersom den legges konsentrisk om sentrum til lederen.

( $r > R$ ).

- b) Lederen har resistivitet  $\rho$ . Hvor stor spenning  $V$  trengs for å drive en strøm  $I$  gjennom en slik leder av lengde  $L$ ? Hva er størrelsen på den tilhørende elektriske feltstyrken  $E$  langs lederen? Beregn verdien til spenningen  $V$  numerisk når lederen er av aluminium med resistivitet  $\rho = 2,82 \cdot 10^{-8} \Omega m$  ( $1\Omega = 1\text{ohm} = 1 \text{ V/A}$ ), har radius  $R = 5,0 \text{ mm}$ , lengde  $L = 400\text{m}$ , og strømstyrken er  $I = 35\text{A}$ .

- c) En lar nå strømmen  $I$  gjennom lederen være vekselstrøm gitt ved

$$I = I_0 \sin \omega t$$

der  $t$  er tiden og  $\omega$  er vinkelfrekvensen. Det vekslende magnetfeltet fører da til at det induseres et elektrisk felt  $\mathbf{E}_1$  i lederen (langs denne) som angitt på figuren foran. Dette induerte feltet som viser seg å være null på overflaten av lederen, øker innover mot sentrum av denne og bidrar til å redusere strømtettheten. Beregn størrelsen på  $\mathbf{E}_1$  i sentrum av lederen når en ser bort fra denne reduksjonen i strømmen.

Oppgitt: 
$$\oint \mathbf{E} ds = -\frac{d}{dt}(\phi_B)$$

$$\oint \mathbf{H} ds = I + \frac{d}{dt}(\phi_D)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_r \mu_0 \mathbf{H}$$