

UNIVERSITETET I TRONDHEIM
 NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
 GRUPPE FOR TEORETISK FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
 F.aman. Finn Bakke
 Tlf. 3649

Kontinuasjoneksamen i fag 74350 Klassisk feltteori
 Tirsdag 29. august 1989
 kl.0900 - 1300

Tillatte hjelpemidler. Rottmann: Mathematische Formalsammlung
 Godkjent lommekalkulator

Oppgave 1

Gitt Lagrangetettheten

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} c \left[\gamma^\mu \left(\frac{\hbar}{i} \partial_\mu - eA_\mu \right) - mc \right] \psi$$

for tilstandsfunksjonen ψ for et elektron i et ytre elektromagnetisk felt $A^\mu = (\frac{\phi}{c}, \vec{A})$.

Her er $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$, og γ^μ er de konstante Dirac-matrisene.

- Finne feltlikningene for ψ og for $\bar{\psi}$.
- Hvilken energitetthet har feltet $(\psi, \bar{\psi})$ ovenfor og hvor stor er dets totale energi når feltet har en endelig utstrekning? Hvordan stemmer dette med hamiltonoperatoren i Dirac-likningen?

Oppgitt: Energi-impulstensoren for et flerkomponent-felt ϕ_α

$\alpha = 1, 2, \dots$ er

$$\mathcal{T}^\mu_\nu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left(\frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x^\mu} \right)} \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x^\nu} - \delta^\mu_\nu \mathcal{L} .$$

Oppgave 2

Intervallet ds for et gravitasjonsfelt er gitt ved

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\epsilon}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{\epsilon}{r}} dr^2 - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\phi^2)$$

- a) Finn bevegelseslikningene $\frac{d\phi}{d\sigma} = f(r)$ og $\frac{dt}{d\sigma} = g(r)$ for lysstråler som beveger seg i planet $\vartheta = \frac{\pi}{2}$. (σ er en baneparameter).
- b) Finn herav banelikningen $\frac{du}{d\phi} = h(u)$ hvor $u = \frac{1}{r}$ for en lysstråle.
- c) Vis at likningen $\frac{d^2u}{d\phi^2} + u = \frac{3}{2} \epsilon u$ følger fra likningen i b) og finn approksimativt lysstrålens bane når ϵ er liten.