NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

~~Nidarøhallen~~
FY1002: E5 (1) 4,5 h
E4 (2) 4,0 h
~~Gløs~~:
TFY4160:
F4 (1)
F3 (2) } 4.5 h
S3, S7 (30+30)
EL2, EL3 (30+30) } 4.0 h

Kontakt under eksamen:
Jon Andreas Støvneng
Telefon: 73 59 36 63 / 45 45 55 33

EKSAMEN FY1002 og TFY4160 BØLGEFYSIKK

Fredag 5. desember 2008 kl. 0900 - 1300

Bokmål

Hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling (alle språk).
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk, eller C. Angell og B. E. Lian: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller lignende.)

Side 2 – 7: Oppgaver
Side 8 – 16: Formelsamling

Prøven består av 5 oppgaver. Det er angitt hvor mye de ulike oppgavene teller under vurderingen. De prosentvise tallene summerer seg opp til 100 %. Hele denne prøven teller 80 % på sluttkarakteren. De resterende 20 % utgjøres av midtsemesterprøven som ble avholdt i oktober.

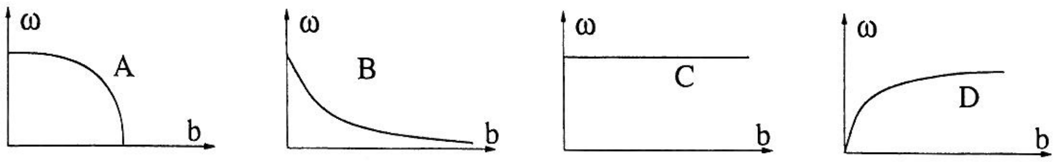
Sensuren kommer senest 5. januar 2009.

OPPGAVE 1 [teller 20 %, dvs 10 flervalgsoppgaver som teller 2% hver]

Hvert av spørsmålene **a** – **j** har ett riktig og tre gale svaralternativ. Angi ett svar (A, B, C eller D) for hvert spørsmål. (Det bes altså ikke om begrunnelser eller utregninger på denne oppgaven.)

---

a) En masse m er festet til ei fjær med fjærkonstant k og kan utføre dempede harmoniske svingninger med vinkelfrekvens ω. Dempingskraften virker mot massens bevegelse og er proporsjonal med massens hastighet, $F_d = -b\dot{x}$. Hvilken av figurene nedenfor viser hvordan vinkelfrekvensen ω avhenger av dempingskonstanten b?

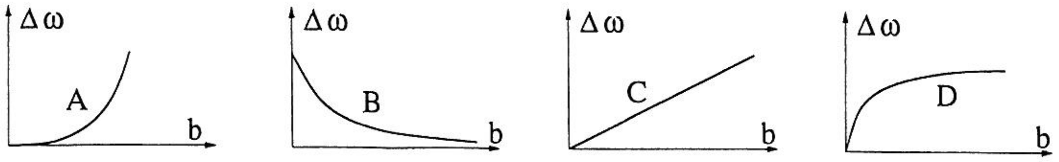


---

b) Massen i oppgave **a)** påvirkes så av en harmonisk kraft $F_0 \cos\omega t$ og tvinges dermed til å utføre harmoniske svingninger med amplitude

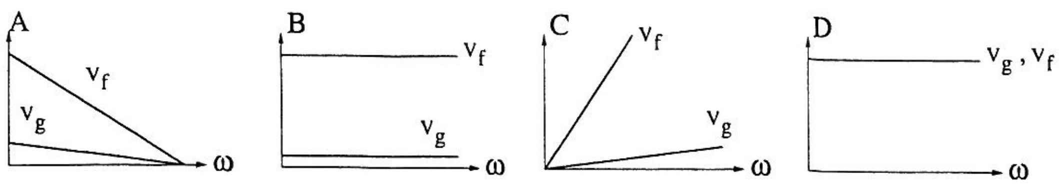
$$A(\omega) = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega^2 - k/m)^2 + \omega^2 b^2/m^2}}$$

Anta at dempingen er svak (dvs $b \ll \sqrt{mk}$). Hvilken av figurene nedenfor viser hvordan halvverdibredden $\Delta\omega$ avhenger av dempingskonstanten b? $\Delta\omega$ er definert som bredden til $A(\omega)$ der hvor A er en faktor $1/\sqrt{2}$ av sin maksimale verdi.



---

c) Vi betrakter en transversal harmonisk bølge på en streng, med liten amplitude (i forhold til bølgelengden). Hvilken av figurene nedenfor viser hvordan fasehastigheten v_f og gruppehastigheten v_g avhenger av bølgens vinkelfrekvens ω?



---

d) Bølgelengdene for stående lydbølger i et langt og tynt rør med lengde L som er åpent i den ene enden og lukket i den andre enden, er (med $n = 1, 2, \ldots$)

A: $\lambda_n = L/n$ B: $\lambda_n = 2L/(n+1)$ C: $\lambda_n = 3L/2n$ D: $\lambda_n = 4L/(2n-1)$

---

e) Planet $z = 0$ representerer grenseflaten mellom to ulike dielektriske medier. De to mediene er ikke magnetiske, dvs de har begge magnetisk permeabilitet μ_0, som vakuum. Hvilke komponenter av det elektromagnetiske feltet er da *ikke* kontinuerlige i $z = 0$?

A: Bare E_z B: E_z, B_x og B_y C: E_x, E_y og E_z D: B_x og B_y

---

f) Hva beskriver best årsaken til at himmelen er blå?

A: Intensiteten i stråling fra en oscillerende elektrisk dipol øker sterkt med økende frekvens.
B: I henhold til Snells brytningslov avbøyes blått lys mer enn rødt lys.
C: Brewsters vinkel er mindre for blått enn for rødt lys.
D: På grunn av dopplereffekten får vi en såkalt blåforskyvning av sollyset.

---

g) Hvitt lys som er polarisert i x-retning, propagerer i z-retning, og treffer på et spredende medium (som f.eks. atmosfæren). Hvilken påstand om det spredte lyset er da direkte feil?

A: Størst intensitet i yz-planet.
B: Stor grad av polarisering i y- og z-retning.
C: En intensitet som avtar med bølgelengden opphøyd i fjerde potens.
D: Tilnærmet null intensitet i x-retning.

---

h) En fin høstkveld ser du månen speile seg ute på en innsjø. Du anslår månelysets innfallsvinkel til et sted mellom 50 og 55 grader. Hva kan du da si om lyset som reflekteres på vannoverflaten?

A: Det er i stor grad sirkulærpolarisert.
B: Det er i stor grad polarisert normalt på innfallsplanet.
C: Det er i stor grad elliptisk polarisert.
D: Det er fullstendig upolarisert.

---

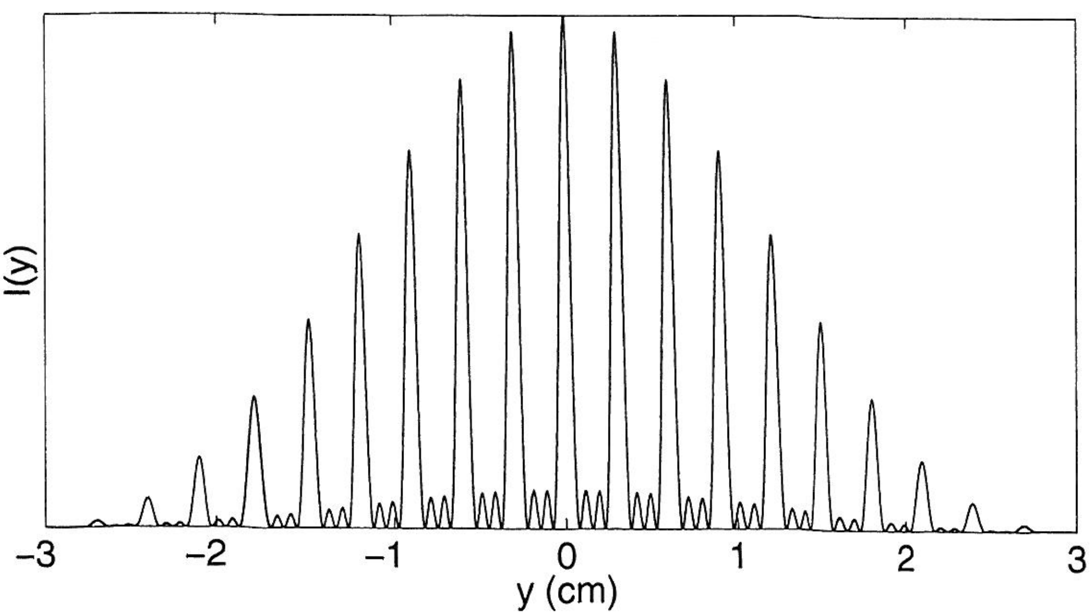
i) Koherent laserlys sammensatt av to bølgelengder, 450 nm (blått) og 675 nm (orange), sendes inn mot et diffraksjonsgitter med et stort antall meget smale spalter. Dette resulterer i et såkalt *linje-spektrum*, der vi normalt bruker betegnelsen *linjer* i stedet for hovedmaksima. (Såkalte bimaksima kan vi se bort fra her.) Hvilken påstand er da korrekt vedrørende linjespektrene som observeres på en skjerm langt unna diffraksjonsgitteret?

A: Blått og orange lys vil ha samtlige linjer sammenfallende.
B: Blått og orange lys vil ikke ha noen sammenfallende linjer.
C: Hver tredje linje for blått lys vil falle sammen med hver andre linje for orange lys.
D: Hver andre linje for blått lys vil falle sammen med hver tredje linje for orange lys.

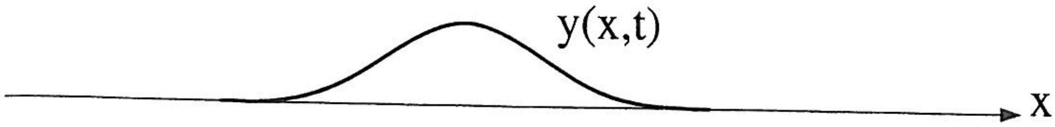
---

j) Koherent laserlys med bølgelengde 600 nm passerer gjennom 4 parallelle spalter og resulterer i en intensitetsfordeling $I(y)$ på en skjerm i avstand $L = 100$ cm fra spaltene, se figuren nedenfor. Vi har da sammenhengen $y = L \tan\theta$, der θ tilsvarer vinkelavviket i forhold til rett fram. Hvilken kombinasjon av spaltebredde a og (senter–til–senter) spalteavstand d er benyttet i eksperimentet?

A: $a = 0.02$ mm, $d = 0.06$ mm
B: $a = 0.02$ mm, $d = 0.20$ mm
C: $a = 0.10$ mm, $d = 0.30$ mm
D: $a = 0.10$ mm, $d = 0.50$ mm



OPPGAVE 2 [teller 30 %, dvs **a**, **b**, **c** og **d** teller 7.5 % hver]



En bølgepuls

$$y(x,t) = y_0 \exp\left[-(ax - bt)^2\right]$$

vandrer langs en (tilnærmet uendelig lang) streng med masse μ pr lengdeenhet. Størrelsen $y(x,t)$ representerer det transversale utsvinget (i forhold til likevekt) ved tidspunktet t for strengelementet i posisjonen x. Her er y_0, a, b og μ alle positive konstante størrelser som kan betraktes som kjente i denne oppgaven. Vi ser her kun på små utsving y.

a) I hvilken retning propagerer bølgen? Hva slags (SI-)enheter har koeffisientene a og b? Hva er bølgehastigheten v? Med hvor stor kraft S er strengen strukket?

b) Hva er bølgepulsens halvverdibredde Δx? Δx er definert som bredden der utsvinget y er lik maksimalt utsving multiplisert med $1/\sqrt{2}$.

c) Finn et uttrykk for bølgepulsens totale energi E. Kontroller at uttrykket for E har riktig dimensjon.

d) Regn ut bølgens totale impuls p.

Oppgitt:

Bølgeenergi pr lengdeenhet:

$$\varepsilon(x,t) = \mu v^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

Bølgeimpuls pr lengdeenhet:

$$\pi(x,t) = \mu \left(1 - \frac{\partial y}{\partial x}\right) \frac{\partial y}{\partial t}$$

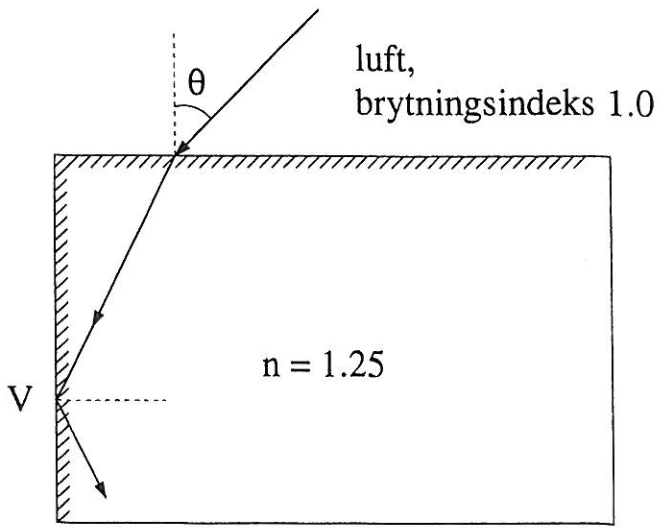
Et par integraler:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \beta e^{-\beta^2} d\beta = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \beta^2 e^{-\beta^2} d\beta = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

OPPGAVE 3 [teller 15%]

En plan elektromagnetisk bølge kommer inn i nærheten av hjørnet på et dielektrisk materiale med brytningsindeks $n = 1.25$. (Det omgivende mediet er luft med brytningsindeks 1.0.) Innfallsplanet tilsvarer papirplanet og står dermed vinkelrett på den vertikale overflaten til venstre (merket V i figuren). For hvilke verdier av innfallsvinkelen θ får vi total refleksjon i den vertikale overflaten til venstre?



OPPGAVE 4 [teller 15%]

En radioantenne er plassert i $x = 0$ og mottar tre koherente, plane elektromagnetiske cosinusbølger, en med amplitude A og vinkelfrekvens Ω, de to andre med amplitude α og vinkelfrekvens henholdsvis $\Omega + \omega$ og $\Omega - \omega$. Alle de tre bølgene forplanter seg i positiv x-retning, er polarisert i samme retning, har fasekonstant lik null, og interfererer maksimalt konstruktivt i $x = 0$ ved $t = 0$. Vis at den totale elektriske feltstyrken $E(t)$ ved radioantennen da kan skrives på formen

$$E(t) = A\cos\Omega t\,[1 + M(t)]$$

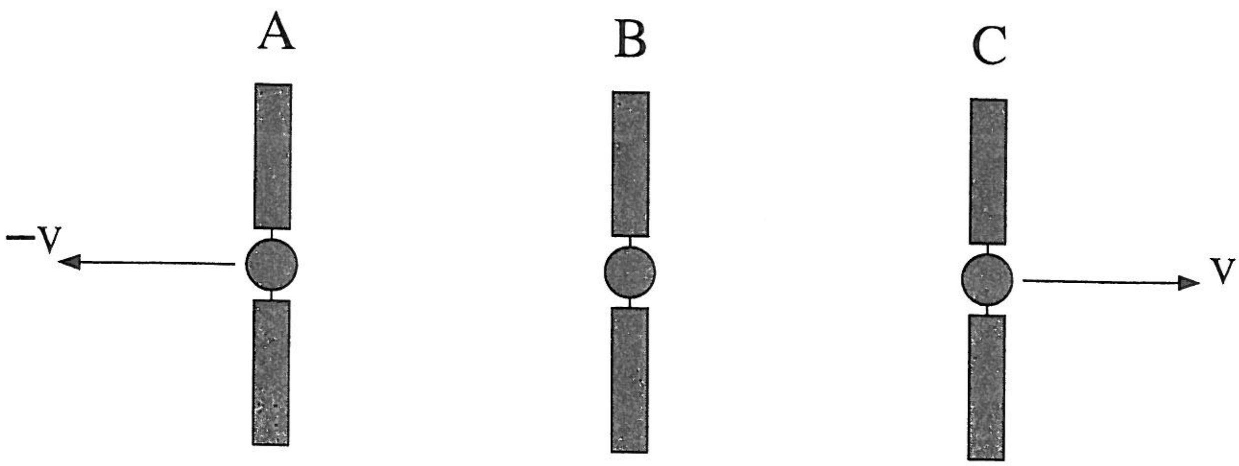
og bestem på den måten "modulasjonsbølgen" $M(t)$. Skisser størrelsen $E(t)/A$ mellom $t = 0$ og $t = 2\pi/\omega$ når $\alpha/A = 0.2$ og $\omega/\Omega = 0.1$.

Oppgitt:

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$

OPPGAVE 5 [teller 20 %, dvs **a** og **b** teller 10% hver]

a) Tre identiske satellitter A, B og C har radiosender og -mottaker ombord. Alle tre kringkaster (dvs sender ut elektromagnetiske bølger) med frekvens f_0 (målt i satellittenes eget hvilesystem). Satellittene A og C beveger seg med hastighet henholdsvis $-v$ og v relativt satellitt B, som vist i figuren:



Bestem frekvensene f_{CB} og f_{CA} på signalene som mottakeren på satellitt C mottar fra senderne på henholdsvis satellitt B og satellitt A.

Hva blir differansen $f_{CB} - f_{CA}$ når satellittenes relative hastigheter er små i forhold til lyshastigheten, dvs $v \ll c$? (Med andre ord: Finn et tilnærmet uttrykk for denne differansen, til ledende orden i den lille størrelsen v/c.)

b) En rakett akselereres utelukkende ved å sende ut (masseløse) fotoner, alle i en og samme retning. Raketten starter i ro med masse M_0. Hva er rakettens hastighet v når dens masse har blitt redusert til M_1? Bestem tallverdi for v/c dersom $M_1 = M_0/2$. Helt til slutt, vurder om uttrykket du har funnet for v er fornuftig i grensen $M_1 \to 0$. (Alternativt: Hva *bør* v bli i denne grensen?)

Formelsamling

Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighet og symbolenes betydning antas å være kjent.

- Harmonisk plan bølge:

$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$\xi(\boldsymbol{r},t) = \xi_0 \sin(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} - \omega t + \phi)$$

- Bølgeligning:

$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \xi(\boldsymbol{r},t) \left(\equiv \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(\boldsymbol{r},t)}{\partial t^2}$$

- Fasehastighet:

$$v = \frac{\omega}{k}$$

- Gruppehastighet:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

- Generelt for ikkedispersive udempede bølger:

$$v = \sqrt{\frac{\text{elastisk modul}}{\text{massetetthet}}}$$

- Generelt for lineær respons i elastiske medier:

$$\text{mekanisk spenning} = \text{elastisk modul} \times \text{relativ tøyning}$$

- For transversale bølger på streng:

$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$

- For longitudinale bølger i fluider:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

- For longitudinale bølger i faste stoffer:

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

- Middelverdi av harmonisk varierende størrelse $A(x,t)$, midlet over bølgelengde λ:

$$\overline{A} = \frac{\int_0^\lambda A(x,t)\,dx}{\int_0^\lambda dx} = \frac{1}{\lambda}\int_0^\lambda A(x,t)\,dx$$

  Middelverdi av harmonisk varierende størrelse $A(x,t)$, midlet over periode T:

$$\langle A \rangle = \frac{\int_0^T A(x,t)\,dt}{\int_0^T dt} = \frac{1}{T}\int_0^T A(x,t)\,dt$$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan bølge:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\overline{P} = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Intensitet i harmonisk plan bølge:

$$I = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere impulstetthet for harmonisk bølge:

$$\overline{\pi} = \frac{\overline{\varepsilon}}{v}$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_BT$$

- Varmekapasitet ved konstant trykk (Q = varme):

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p$$

- Varmekapasitet ved konstant volum (Q = varme):

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$$

- Adiabatiske forhold (dvs ingen varmeutveksling):

$$pV^\gamma = \text{konstant}$$

- Adiabatkonstanten:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

Gass med 1-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med 2-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

- Bulkmodul for ideell gass ved adiabatiske forhold:

$$B = \gamma p$$

- Lydhastighet i gass (m = molekylmassen):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydnivå:

$$\beta(\mathrm{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

med $I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$

- Dopplereffekt for lydbølger:

$$\nu_\mathrm{O} = \frac{1 - v_\mathrm{O}/v}{1 - v_\mathrm{S}/v}\,\nu_\mathrm{S}$$

- For sjokkbølger gjelder:

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_\mathrm{S}}$$

- Transversal bølge på streng med massetetthet μ_1 for $x < 0$ og μ_2 for $x > 0$, innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

  $$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

  $$y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

  $$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

  $$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Plan lydbølge normalt inn mot grenseflate i $x = 0$ mellom to medier med elastiske moduler og massetettheter henholdsvis E_1, ρ_1 (for $x < 0$) og E_2, ρ_2 (for $x > 0$), innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

  $$\xi_{r0} = \frac{\sqrt{\rho_2 E_2} - \sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}} \xi_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

  $$\xi_{t0} = \frac{2\sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}} \xi_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

  $$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

  $$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Maxwells ligninger på integralform:

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = q/\varepsilon_0$$

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} = 0$$

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt} \int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A}$$

- Maxwells ligninger på differensialform:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \rho/\varepsilon_0$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

- Lorentzkraften:

$$\boldsymbol{F} = q\,(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

- Bølgeligning for $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$ i vakuum:

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2}$$

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$$

- Energitetthet i elektromagnetisk felt:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

- Intensitet i elektromagnetisk bølge:

$$I = c\varepsilon_0 \overline{E^2} = c\varepsilon_0 \langle E^2 \rangle$$

- Poyntings vektor:

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{\mu_0} \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$$

- Impuls i elektromagnetisk bølge:

$$\boldsymbol{\pi} = \mu_0 \varepsilon_0 \boldsymbol{S}$$

- Elektrisk dipolmoment:

$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$$

- Magnetisk dipolmoment:

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A}$$

- Midlere utstrålt effekt fra oscillerende elektrisk dipol $p_0 \cos(\omega t)$:

$$\langle P \rangle = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$$

- Midlere utstrålt effekt fra oscillerende magnetisk dipol $m_0 \cos(\omega t)$:

$$\langle P \rangle = \frac{\mu_0 m_0^2 \omega^4}{12\pi c^3}$$

- Malus' lov:

$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$

- Lineære medier:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{P} &= \varepsilon_0 \chi_e \boldsymbol{E} \\
\boldsymbol{D} &= \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_0(1+\chi_e)\boldsymbol{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E} \\
\boldsymbol{M} &= \chi_m \boldsymbol{H} \\
\boldsymbol{B} &= \mu_0 \boldsymbol{H} + \boldsymbol{M} = \mu_0(1+\chi_m)\boldsymbol{H} = \mu_0\mu_r \boldsymbol{H} = \mu \boldsymbol{H} \\
\oint \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} &= q_{\text{fri}} \\
\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} &= 0 \\
\oint \boldsymbol{E} \cdot dl &= -\frac{d}{dt} \int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} \\
\oint \boldsymbol{H} \cdot dl &= I_{\text{fri}} + \frac{d}{dt} \int \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} \\
\nabla \cdot \boldsymbol{D} &= \rho_{\text{fri}} \\
\nabla \cdot \boldsymbol{B} &= 0 \\
\nabla \times \boldsymbol{E} &= -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \\
\nabla \times \boldsymbol{H} &= \boldsymbol{j}_{\text{fri}} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \\
u &= \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2\mu} B^2 \\
\boldsymbol{S} &= \frac{1}{\mu} \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}
\end{aligned}$$

- For elektromagnetiske bølger i medier ($q_{\text{fri}} = I_{\text{fri}} = 0$):

$$\begin{aligned} \nabla^2 \boldsymbol{E} &= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \boldsymbol{B} &= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2} \\ v &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n} \end{aligned}$$

- Grenseflatebetingelser ($q_{\text{fri}} = I_{\text{fri}} = 0$ i grenseflaten):

$$\begin{aligned} \Delta D_\perp &= 0 \\ \Delta E_\parallel &= 0 \\ \Delta B_\perp &= 0 \\ \Delta H_\parallel &= 0 \end{aligned}$$

- Refleksjon og brytning:

$$\theta_r = \theta_i$$

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$$

- Youngs eksperiment med to smale spalter:

$$I(\theta) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)$$

- Diffraksjonsgitter med N smale spalter:

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}$$

- Diffraksjon fra en spalte:

$$I(\theta) = I(0)\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)^2}$$

- Diffraksjon fra N spalter, spaltebredde a, spalteavstand d:

$$I(\theta) = \hat{I}\,\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)^2}\cdot\frac{\sin^2\left(\frac{N\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}$$

- Lorentzfaktor:

$$\gamma = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-1/2}$$

- Lorentztransformasjonene ($\overline{S}$ har hastighet $\boldsymbol{v} = v\hat{x}$ i forhold til S):

$$\begin{aligned}
\overline{x} &= \gamma\,(x - vt) \\
\overline{y} &= y \\
\overline{z} &= z \\
\overline{t} &= \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x &= \gamma\,(\overline{x} + v\overline{t}) \\
y &= \overline{y} \\
z &= \overline{z} \\
t &= \gamma\left(\overline{t} + \frac{v}{c^2}\overline{x}\right)
\end{aligned}$$

- Tidsdilatasjon:

$$\Delta t = \gamma \Delta \overline{t}$$

- Lengdekontraksjon:

$$\Delta \overline{x} = \gamma \Delta x$$

- Hastighet i S ($\boldsymbol{u} = u_x\hat{x} + u_y\hat{y} + u_z\hat{z}$):

$$u_x = dx/dt$$

$$u_y = dy/dt$$

$$u_z = dz/dt$$

Hastighet i $\overline{S}$ ($\overline{\boldsymbol{u}} = \overline{u}_x\hat{x} + \overline{u}_y\hat{y} + \overline{u}_z\hat{z}$):

$$\overline{u}_x = d\overline{x}/d\overline{t}$$

$$\overline{u}_y = d\overline{y}/d\overline{t}$$

$$\overline{u}_z = d\overline{z}/d\overline{t}$$

- Addisjon av hastigheter (alle hastigheter i samme retning):

$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{1 + v_{AB}v_{BC}/c^2}$$

- Dopplereffekt for elektromagnetiske bølger:

$$\overline{\nu} = \nu\left(\frac{c - v}{c + v}\right)^{1/2}$$

- Relativistisk impuls:

$$\boldsymbol{p} = \gamma m \boldsymbol{v}$$

- Newtons 2. lov:

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$$

- Energi:

$$\begin{aligned} E &= \gamma mc^2 \\ E_0 &= mc^2 \\ E_k &= E - E_0 \\ E^2 &= (pc)^2 + \left(mc^2\right)^2 \end{aligned}$$

- Elastisk prosess: E, $\boldsymbol{p}$, E_k og m bevart.
- Uelastisk prosess: E og $\boldsymbol{p}$ bevart.