

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Jan Myrheim

Telefon: 73 59 36 53, mobil 90 07 51 72

**Eksamen i fag FY2450 Astrofysikk**

Fredag 21. mai 2010

Tid: 9.00–13.00

Sensurfrist: Fredag 11. juni 2010

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator, matematiske og fysiske tabeller.

En tabell over fysiske konstanter finnes sist i dette oppgavesettet.

Alle deloppgaver teller likt ved sensuren.

**Oppgave 1:**

a) Nevn to gode grunner til å bygge *store* teleskop.

Og to gode grunner til å plasere teleskop utenfor jordatmosfæren.

b) Hva er en solflekk?

Ved overgangen mellom to 11 års solflekksyklus (slik som nå), hvordan kan en avgjøre om en solflekk tilhører slutten av en syklus eller starten av neste syklus?

c) Forklar kort hva som menes med Doppler-rødforskyving, gravitasjonsrødforskyving og kosmologisk rødforskyving.

d) Dobbeltstjernesystemet SS 433 er nummer 433 i en katalog (utgitt av Sanduleak og Stephenson) over stjerner med sterke emisjonslinjer i spektret. I tillegg til emisjonslinjer uten vesentlig rødforskyving, inneholder spektret av SS 433 til enhver tid et sett linjer med opptil 15 % rødforskyving, og et annet sett linjer med nesten like stor blåforskyving. Forskyvingen av disse linjene varierer periodisk med en periode på 164 dager. Gjennomsnittet av rødforskyvingen og blåforskyvingen er en nesten konstant rødforskyving som tilsvarer en hastighet på 12 000 km/s.

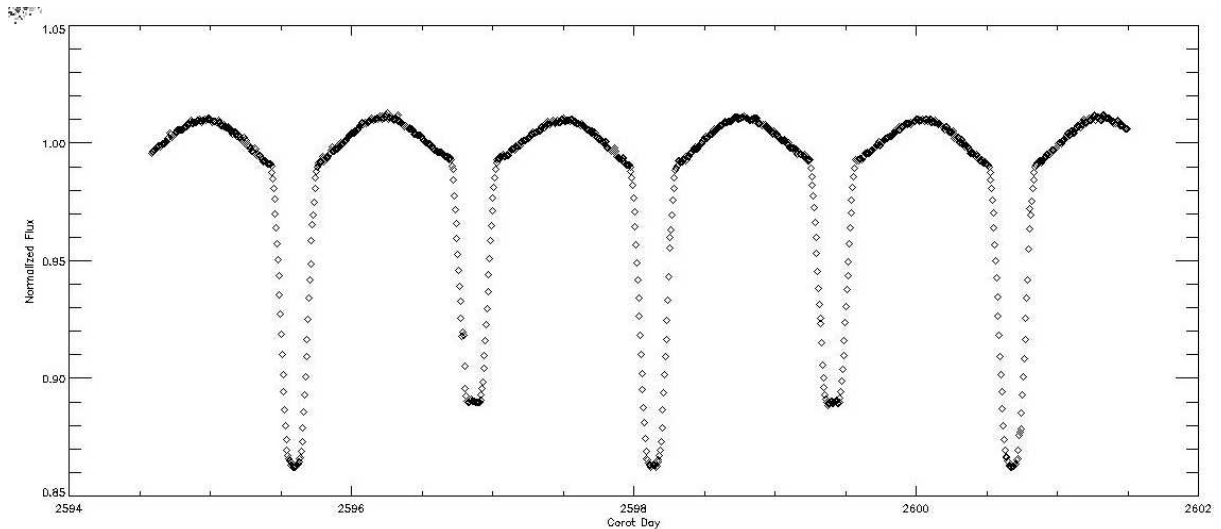
Den aksepterte forklaringen er at de spektrallinjene som er sterkt rødforskjøvet og blåforskjøvet, kommer fra to jetstråler av materie som skytes ut i motsatte retninger med hastigheter på 26 % av lyshastigheten. Retningen av jetstrålene varierer periodisk.

Forklar hvordan den store hastigheten gir opphav til en ekstra rødforskyving som tilsvarer en hastighet på 12 000 km/s, i tillegg til den vanlige Doppler-forskyvingen.

e) Forklar kort hva som menes med mørk materie.

Hvilke observasjoner tyder på at det finnes mørk materie?

Hva er forskjellen mellom mørk materie og mørk energi (vakuumb-energi)?



Figur 1: Lyskurve til en formørkelsesvariabel stjerne. Horisontalaksen viser tiden i dager, fra 2594 til 2602. Vertikalaksen viser lysstyrken, vilkårlig normert, fra 0,85 til 1,05. Data fra satellitten CoRoT.

## Oppgave 2:

- a) Figur 1 viser lyskurven til en formørkelsesvariabel stjerne av størrelsesklasse 13. Kurven er observert med den franske satellitten CoRoT, skutt opp 27/12 2006, som bl.a. brukes til å detektere planeter som går i bane rundt en stjerne og formørker stjernen.

Hvilke data om dette dobbeltstjernesystemet kan du lese ut av lyskurven?

Kan du f.eks. si noe om eksentrisiteten til banen? Begrunn svaret.

Prøv å forklare flest mulig detaljer ved lyskurven, f.eks. formen av kurven ved maksimum og ved minimum.

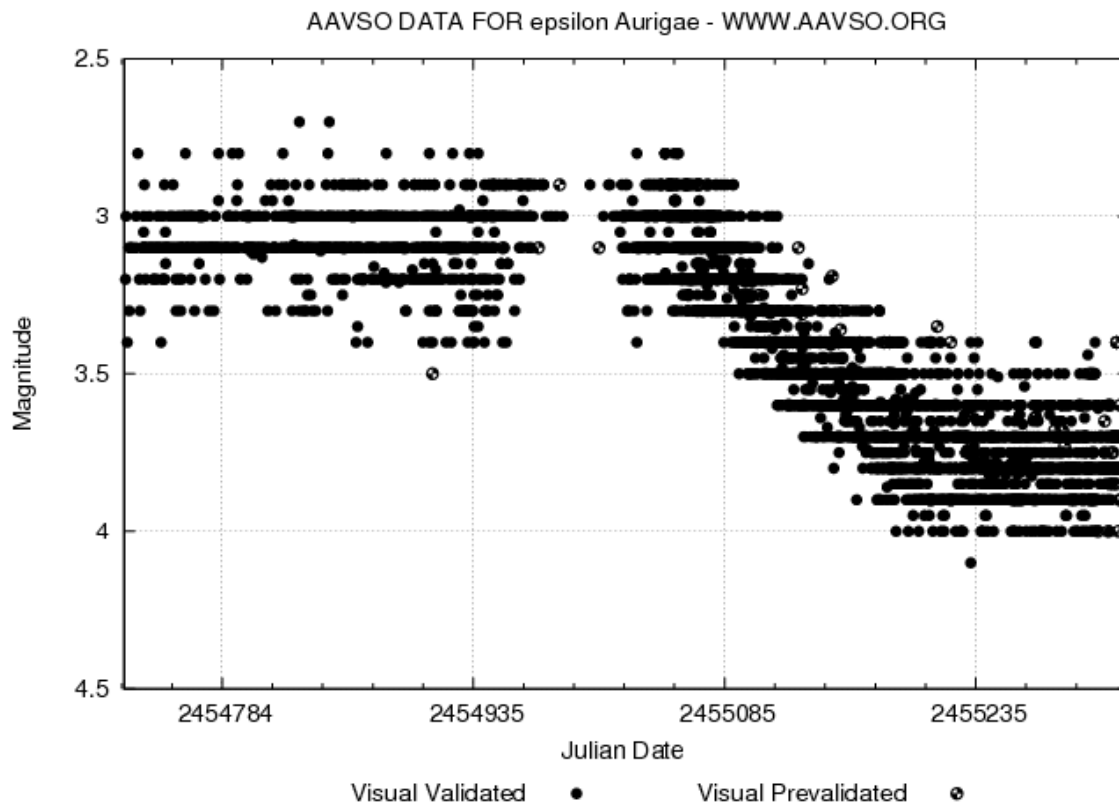
- b) Instrumentene ombord i CoRoT-satellitten kan måle variasjoner i lysstyrken til en stjerne ned til  $5 \times 10^{-5}$  av lysstyrken.

Ville det være mulig for en astronom noen hundre lysår fra oss å oppdage Jorda med et slikt instrument?

Med andre ord: hvis Jorda formørker Sola, hvor lenge varer en slik formørkelse, sett fra avstand, og hvor mye reduseres sollyset?

En huskeregel, som gjelder både Sola og Månen, er at vi ser dem på himmelen med en vinkeldiameter på en halv grad.

- c) Figur 2 (neste side) viser lyskurven til den svært spesielle formørkelsesvariable stjernen  $\epsilon$  Aurigae, den femte klareste stjernen i stjernebildet Kusken. Den formørkes i nærmere to år omtrent hvert 27. år. Formørkelsen som startet i august 2009 er ventet å vare til langt ut i 2011. Formørkelsen er ikke total, men lysstyrken reduseres med litt mindre enn en størrelsesklasse, og midt i toårsperioden lyser stjernen opp litt.



Figur 2: Lyskurven til stjernen  $\epsilon$  Aurigae i 600 dager. Data fra AAVSO (American Association of Variable Star Observers). Julian Date 2455337 slutter 21. mai 2010 kl. 14 norsk sommertid.

Avstanden er omkring 2000 lysår. Den synlige stjernen er en kjempestjerne av spektralklasse F0 som har 2–3 solmasser, og en radius større enn hundre ganger solradien.

Den andre komponenten av stjernesystemet går i bane med en periode på 27 år, og er stor nok i utstrekning til å formørke hovedstjernen i to år, men lyser for svakt til å la seg observere i synlig lys.

En modell for systemet (som ser ut til å bli bekreftet av nye observasjoner) går ut på at den mørke komponenten er en skive av støv rundt en annen massiv stjerne (kanskje til og med to massive stjerner). Støvskyen skjuler fullstendig den stjernen (eller de to stjernene) som den går rundt, i hvert fall i synlig lys.

Hvis vi f.eks. antar at hovedstjernen har tre solmasser, og at den andre komponenten av systemet har fem solmasser, hva er da avstanden mellom dem?

Hvor stor utstrekning har den komponenten av systemet (støvskyen) som forårsaker formørkelsen av  $\epsilon$  Aurigae?

Hvorfor kan ikke det som formørker stjernen, bare være en stor sky av gass og støv?

**Oppgave 3:**

Massen av et nøytralt atom av  $^{12}\text{C}$  er  $m(6, 12) = 12 \text{ u}$ , dette definerer atommasseenheten u. Massen av et nøytralt atom med atomnummer  $Z$  og massetall  $A$  er, mer generelt,

$$m(Z, A) \approx A \text{ u} .$$

- a) Trykket som gir hydrostatisk likevekt i en hvit dvergstjerne, kommer fra den degenererte elektrongassen.

Anta at atomkjernene i stjernen har atomnummer  $Z$  og massetall  $A$ .

Hva er da sammenhengen mellom massetettheten  $\rho$  i stjernen og antalltettheten av elektroner,  $n_e$ ?

Tilstandsligningen for den degenererte elektrongassen gir trykket  $P$  som funksjon av massetettheten  $\rho$ ,

$$P = K \rho^{\frac{5}{3}} ,$$

der potensen  $5/3$  er den adiabatisk indeks, og  $K$  er følgende konstant,

$$K = \frac{h^2}{20m_e} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{Z}{A \text{ u}}\right)^{\frac{5}{3}} .$$

Her er  $h$  Plancks konstant, og  $m_e$  er elektronmassen.

Lane–Emden-ligningen beskriver den indre strukturen av en hvit dverg, når den degenererte elektrongassen er i hydrostatisk likevekt. Ligningen kan integreres numerisk, og dersom stjernen ikke roterer, kan radien  $R$  og massen  $M$  uttrykkes ved sentraltettheten  $\rho_c$  som

$$R = ar_0 , \quad M = 4\pi b r_0^3 \rho_c , \quad r_0 = \rho_c^{-\frac{1}{6}} \sqrt{\frac{5K}{8\pi G}} ,$$

der  $a = 3,653754$ ,  $b = 2,714055$ , og  $G$  er Newtons gravitasjonskonstant.

Vi kan eliminere sentraltettheten  $\rho_c$ , da får vi følgende relasjon,

$$MR^3 = 4\pi a^3 b r_0^6 \rho_c = \left(\frac{Z}{A}\right)^5 4,295 \cdot 10^{52} \text{ kg m}^3 . \quad (1)$$

	Masse	Radius	
	$M_\odot$	km	$R_\odot$
Sirius B	1,00	5850	0,0084
Procyon B	0,602	8600	0,0123
40 Eridani B	0,50	9700	0,014

Tabell 1: Observert masse og radius for tre hvite dvergstjerner.

- b) Tabell 1 gir masse og radius for tre av de nærmeste hvite dvergstjernene.

Bruk formelen i ligning (1) til å beregne forholdet  $Z/A$  for de tre stjernene.

Hvilke grunnstoffer kan de bestå av? Kommenter?

## Noen fysiske konstanter og formler

Newtons gravitasjonskonstant:	$G = 6,673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
Lyshastigheten i vakuum:	$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$
Permeabiliteten i vakuum:	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$
Permittiviteten i vakuum:	$\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
Den reduserte Plancks konstant:	$\hbar = h/(2\pi) = 1,055 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Elementærladningen:	$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Finstrukturkonstanten:	$\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = 1/137,036$
Boltzmanns konstant:	$k = k_B = 1,3807 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
Stefan–Boltzmanns konstant:	$\sigma = 5,6704 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4)$
Elektronmassen:	$m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0,511 \text{ MeV}/c^2$
Protonmassen:	$m_p = 1,6726 \times 10^{-27} \text{ kg} = 938,28 \text{ MeV}/c^2$
Nøytronmassen:	$m_n = 1,6749 \times 10^{-27} \text{ kg} = 939,57 \text{ MeV}/c^2$
Atommasseenheten:	$u = 1,660\,54 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931,46 \text{ MeV}/c^2$
Jordmassen:	$M_{\oplus} = 5,974 \times 10^{24} \text{ kg}$
Jordradien:	$R_{\oplus} = 6,378 \times 10^3 \text{ km}$
Solmassen:	$M_{\odot} = 1,9891 \times 10^{30} \text{ kg}$
Solradien:	$R_{\odot} = 6,960 \times 10^5 \text{ km}$
Avstanden til Sola (en astronomisk enhet):	$1 \text{ AU} = 1,4960 \times 10^8 \text{ km}$
Hubble-konstanten:	$H_0 = 70 \text{ (km/s)/Mpc}$
	$1 \text{ pc} = 1 \text{ parsec} = 3,26 \text{ lysår}$
	$1 \text{ lysår} = 9,46 \times 10^{15} \text{ m}$

Keplers tredje lov for masser  $m_1$  og  $m_2$  i en ellipsebane med store halvakse  $a$  og periode  $P$ :

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2)}.$$

Stefan–Boltzmanns lov (fluks  $F$  av svart stråling med temperatur  $T$ ):  $F = \sigma T^4$ .

Relasjon mellom tilsynelatende størrelsesklasse (tilsynelatende magnitudo)  $m$  og absolutt størrelsesklasse (absolutt magnitudo)  $M$  for en stjerne i avstand  $d$ :

$$m - M = 5 \log_{10} \left( \frac{d}{10 \text{ parsec}} \right).$$

For to stjerner 1 og 2 gjelder følgende relasjoner:

$$m_2 - m_1 = 2,5 \log_{10} \left( \frac{b_1}{b_2} \right),$$

$$M_2 - M_1 = 2,5 \log_{10} \left( \frac{L_1}{L_2} \right).$$

Der  $b$  er tilsynelatende lysstyrke (engelsk: brightness) og  $L$  er luminositet (absolutt lysstyrke).

THE NORWEGIAN UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY  
DEPARTMENT OF PHYSICS

Contact person:

Name: Jan Myrheim

Telephone: 73 59 36 53, mobile 90 07 51 72

**Examination, course FY2450 Astrophysics**

Friday May 21, 2010

Time: 9.00–13.00

Grades made public: Friday June 11, 2010

Allowed to use: Calculator, mathematical and physical tables.

A table of physical constants is found at the end of this problem set.

All subproblems are given the same weight in the grading.

**Problem 1:**

- a) Mention two good reasons to build *big* telescopes.

And two good reasons to place telescopes outside the atmosphere of the Earth.

- b) What is a sunspot?

At the transition between two 11 year sunspot cycles (as just now), how can one decide whether a sunspot belongs to the end of a cycle or the start of the next cycle?

- c) Explain briefly what is meant by Doppler redshift, gravitational redshift and cosmological redshift.

- d) The binary star system SS 433 is number 433 in a catalogue (compiled by Sanduleak and Stephenson) of stars with strong emission lines in their spectra. In addition to emission lines with essentially zero redshift, the spectrum of SS 433 contains at any time a set of lines with up to 15 % redshift, and another set of lines with almost as large blueshift. The shifts of these lines vary periodically with a period of 164 days. The average of the redshift and the blueshift is a nearly constant redshift corresponding to a velocity of 12 000 km/s.

The accepted explanation is that those spectral lines that are strongly redshifted and blueshifted come from two jets of matter which are ejected into opposite directions with velocities of 26 % of the speed of light. The direction of the jets varies periodically.

Explain how the large velocity gives rise to an extra redshift corresponding to a velocity of 12 000 km/s, in addition to the ordinary Doppler redshift.

- e) Explain briefly what is meant by dark matter.

Which observations indicate that there exists dark matter?

What is the difference between dark matter and dark energy (vacuum energy)?

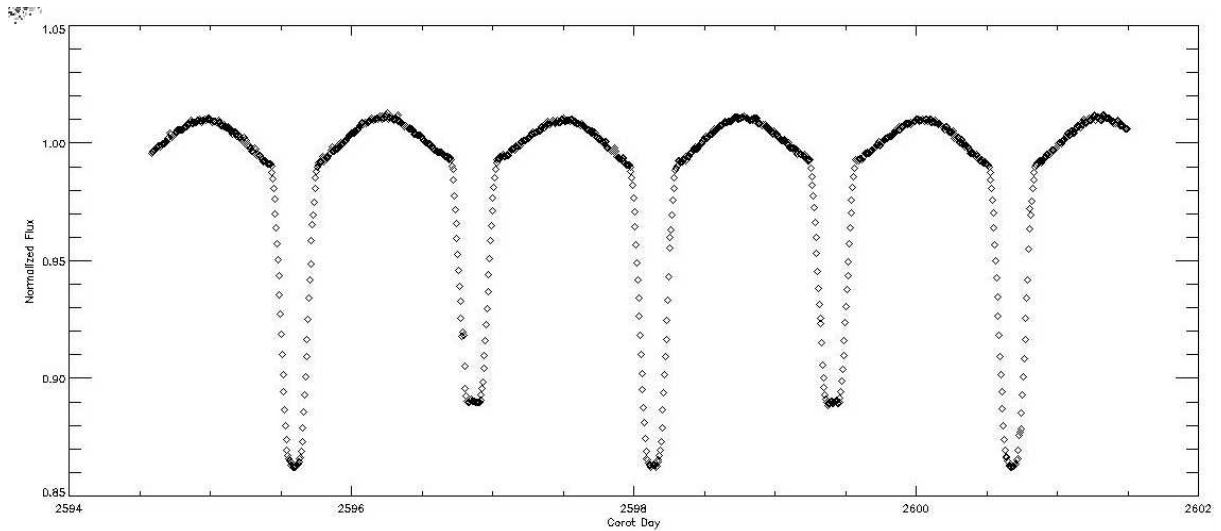


Figure 1: Light curve of an eclipsing binary star. The horizontal axis shows time in days, from 2594 to 2602. The vertical axis shows the brightness, in arbitrary units, from 0.85 to 1.05. Data from the satellite CoRoT.

### Problem 2:

- a) Figure 1 shows the light curve of an eclipsing binary star of magnitude 13. The curve was observed by the French satellite CoRoT, launched 27/12 2006, which is used e.g. for detecting planets orbiting a star and eclipsing the star.

What data about this binary star system can you read out of the light curve?

Can you, for example, say something about the eccentricity of the orbit? Explain your reasoning.

Try to explain as many details as possible of the light curve, such as the shape of the curve at maximum and at minimum.

- b) The instruments aboard the CoRoT satellite are able to measure variations in the brightness of a star down to  $5 \times 10^{-5}$  of the brightness.

Would it be possible for an astronomer a few hundred light years away from us to detect the Earth with such an instrument?

In other words: if the Earth eclipses the Sun, how long is the duration of such an eclipse, seen from afar, and by how much is the light of the Sun reduced?

A rule of thumb, valid for both the Sun and the Moon, is that they are seen in the sky with an angular diameter of half a degree.

- c) Figure 2 (next page) shows the light curve of the very special eclipsing binary star  $\epsilon$  Aurigae, the fifth brightest star in the constellation Auriga, the Charioteer. It is eclipsed for nearly two years roughly every 27th year. The eclipse starting in August 2009 is expected to last until well into 2011. The eclipse is not total, but the brightness

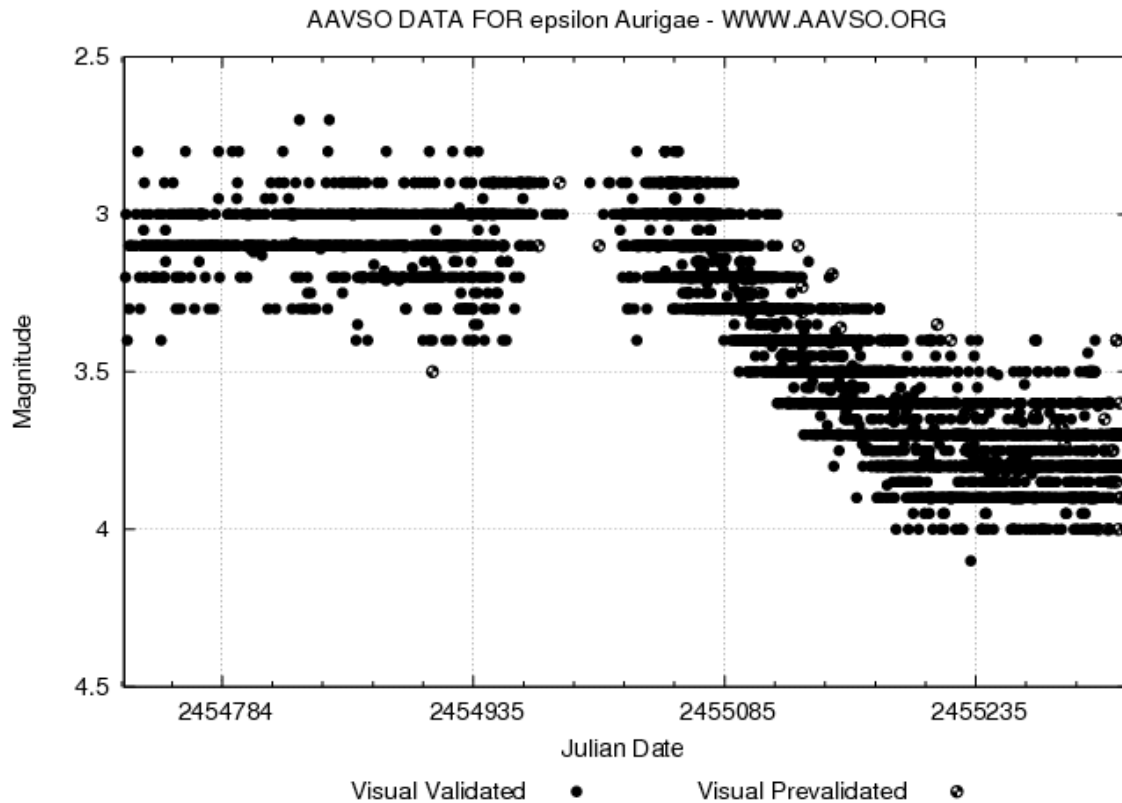


Figure 2: The light curve of the star  $\epsilon$  Aurigae for 600 days. Data from AAVSO (American Association of Variable Star Observers). Julian Date 2455337 ends on May 21, 2010 at 2 PM, Norwegian daylight saving time.

is reduced by somewhat less than one magnitude, and the star brightens slightly in the middle of the two year period.

The distance is around 2000 light years. The visible star is a giant star of spectral class F0, having 2–3 solar masses, and a radius more than one hundred times the solar radius.

The second component of the star system orbits with a period of 27 years, and is so large as to eclipse the main star for two years, but is too dim to be seen in visible light.

A model for the system (which appears to be confirmed by new observations) assumes that the dark component is a disk of dust orbiting another massive star (maybe even two massive stars). The cloud of dust hides completely the star (or the two stars) that it orbits, at least in visible light.

If we, for example, assume that the main star has three solar masses, and that the second component of the system has five solar masses, what is then the distance between them?

What is the size of the component of the system (the dust cloud) which causes the eclipse of  $\epsilon$  Aurigae?

Why could not the object eclipsing the star be just a large cloud of gas and dust?



**Problem 3:**

The mass of a neutral atom of  $^{12}\text{C}$  is  $m(6, 12) = 12 \text{ u}$ , this defines the atomic mass unit  $\text{u}$ . The mass of a neutral atom with atomic number  $Z$  and mass number  $A$  is, more generally,

$$m(Z, A) \approx A \text{ u} .$$

- a) The pressure giving hydrostatic equilibrium inside a white dwarf star is due to the degenerate electron gas.

Assume that the atomic nuclei in the star have atomic number  $Z$  and mass number  $A$ .

What is then the relation between the mass density  $\rho$  in the star and the number density of electrons,  $n_e$ ?

The equation of state for the degenerate electron gas gives the pressure  $P$  as a function of the mass density  $\rho$ ,

$$P = K \rho^{\frac{5}{3}} ,$$

where the exponent  $5/3$  is the adiabatic index, and  $K$  is the following constant,

$$K = \frac{h^2}{20m_e} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{Z}{A \text{ u}}\right)^{\frac{5}{3}} .$$

Here  $h$  is Planck's constant, and  $m_e$  is the electron mass.

The Lane–Emden equation describes the inner structure of a white dwarf, when the degenerate electron gas is in hydrostatic equilibrium. The equation may be integrated numerically, and if the star does not rotate, the radius  $R$  and mass  $M$  may be expressed in terms of the central density  $\rho_c$  as

$$R = ar_0 , \quad M = 4\pi b r_0^3 \rho_c , \quad r_0 = \rho_c^{-\frac{1}{6}} \sqrt{\frac{5K}{8\pi G}} ,$$

where  $a = 3.653754$ ,  $b = 2.714055$ , and  $G$  is Newton's gravitational constant.

We may eliminate the central density  $\rho_c$ , then we get the following relation,

$$MR^3 = 4\pi a^3 b r_0^6 \rho_c = \left(\frac{Z}{A}\right)^5 4,295 \cdot 10^{52} \text{ kg m}^3 . \quad (1)$$

	Mass	Radius	
	$M_\odot$	km	$R_\odot$
Sirius B	1.00	5850	0.0084
Procyon B	0.602	8600	0.0123
40 Eridani B	0.50	9700	0.014

Table 1: Observed mass and radius of three white dwarf stars.

- b) Table 1 gives the mass and radius of three of the closest white dwarf stars.

Use the formula in equation (1) to compute the ratio  $Z/A$  for the three stars.

Which elements might they consist of? Comment?

**Some physical constants and formulae**

Newton's gravitational constant:	$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
The speed of light in vacuum:	$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$
The permeability of vacuum:	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$
The permittivity of vacuum:	$\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
The reduced Planck's constant:	$\hbar = h/(2\pi) = 1.055 \times 10^{-34} \text{ J s}$
The elementary charge:	$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
The fine structure constant:	$\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = 1/137.036$
Boltzmann's constant:	$k = k_B = 1.3807 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
The Stefan–Boltzmann constant:	$\sigma = 5.6704 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4)$
The electron mass:	$m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$
The proton mass:	$m_p = 1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg} = 938.28 \text{ MeV}/c^2$
The neutron mass:	$m_n = 1.6749 \times 10^{-27} \text{ kg} = 939.57 \text{ MeV}/c^2$
The atomic mass unit:	$u = 1.660\,54 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931.46 \text{ MeV}/c^2$
The mass of the Earth:	$M_\oplus = 5.974 \times 10^{24} \text{ kg}$
The radius of the Earth:	$R_\oplus = 6.378 \times 10^3 \text{ km}$
The solar mass:	$M_\odot = 1.9891 \times 10^{30} \text{ kg}$
The solar radius:	$R_\odot = 6.960 \times 10^5 \text{ km}$
The distance to the Sun (one astronomical unit):	$1 \text{ AU} = 1.4960 \times 10^8 \text{ km}$
The Hubble constant:	$H_0 = 70 \text{ (km/s)/Mpc}$
	$1 \text{ pc} = 1 \text{ parsec} = 3.26 \text{ lightyears}$
	$1 \text{ lightyear} = 9.46 \times 10^{15} \text{ m}$

Kepler's third law, masses  $m_1$  and  $m_2$  in an elliptic orbit of semi-major axis  $a$  and period  $P$ :

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2)} .$$

Stefan–Boltzmann's law (flux  $F$  of blackbody radiation of temperature  $T$ ):  $F = \sigma T^4$ .

Relation between apparent magnitude  $m$  and absolute magnitude  $M$  of a star at distance  $d$ :

$$m - M = 5 \log_{10} \left( \frac{d}{10 \text{ parsec}} \right) .$$

For two stars 1 and 2 the following relations hold:

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log_{10} \left( \frac{b_1}{b_2} \right) ,$$

$$M_2 - M_1 = 2.5 \log_{10} \left( \frac{L_1}{L_2} \right) .$$

Where  $b$  is (apparent) brightness and  $L$  is (absolute) luminosity.