Løsningen, Eksamen Partikkelfysikk
Høst 2003

Oppgave 1.

a) En relativistisk invariant har samme verdi i alle Lorentzsystemer.

For prosess $A + B \to C_1 + C_2 + \cdots$ er

for lab. systemet $\vec{p}_B = 0$ og for cms. $\vec{p}_A + \vec{p}_B = 0$.

For Comptoneffekt brukes ($\hbar = 1$, $c = 1$)

$p_1 k_1$ = invariant $= (E_1 \omega_1 - \vec{p}_1 \vec{k}_1)_{lab} = (E_1 \omega_1 - \vec{p}_1 \vec{k}_1)_{cm}$ eller

$m\omega_2' = (E_1 \omega_1 + p_1 \omega_1)_{cm} = \omega_1 c (E_1 c + \omega_1 c)$ og med $E_1 = \sqrt{\omega_1^2 + m^2}$, $|\vec{p}_1| = \omega_1$,

$m\omega_1' = \omega_1 c \left(\sqrt{\omega_1 c^2 + m^2} + \omega_1 c \right)$.

b) Energi - impuls balanse $p_1 + k_1 = p_2 + k_2$ eller

$p_2 = p_1 + k_1 - k_2$, kvadrering gir

$p_2^2 = p_1^2 + k_1^2 + k_2^2 + 2p_1 k_1 - 2p_1 k_2 - 2k_1 k_2$

$m^2 = m^2 + 0 + 0 + 2(E_1 \omega_1 - \vec{p}_1 \vec{k}_1) - 2(E_1 \omega_2 - \vec{p}_1 \vec{k}_2) - 2\omega_1 \omega_2 (1 - \cos\theta)$.

Med $\vec{p}_1 = 0$, $E_1 = m$ er da

$0 = m\omega_1 - m\omega_2 - \omega_1 \omega_2 (1 - \cos\theta)$ og

$$\omega_2 = \frac{m\omega_1}{m + \omega_1 (1 - \cos\theta)} = \frac{\omega_1}{1 + \frac{\omega_1}{m}(1 - \cos\theta)}.$$

c) I cm. er $\vec{p}_1 + \vec{k}_1 = 0$ og $\vec{p}_2 + \vec{k}_2 = 0$ så

$|\vec{p}_1| = |\vec{k}_1|$, $|\vec{p}_2| = |\vec{k}_2|$.

Energiligningen $E_1 + \omega_1 = E_2 + \omega_2$

$$\sqrt{\vec{p}_1^2 + m^2} + \omega_1 = \sqrt{\vec{p}_2^2 + m^2} + \omega_2$$

$$\sqrt{\omega_1^2 + m^2} + \omega_1 = \sqrt{\omega_2^2 + m^2} + \omega_2$$

som bety at $\omega_1 = \omega_2$ og derfor $E_1 = E_2$.