NTNU **Institutt for fysikk**

Faglig kontakt under eksamen:
Professor Kåre Olaussen
Telefon: 9 36 52 eller 45 43 71 70

Eksamen i FY3403 PARTIKKELFYSIKK

Torsdag 31. mai 2007
09:00–13:00

Tillatte hjelpemidler: Alternativ **C**

Typegodkjent kalkulator, med tomt minne (i henhold til NTNU liste).
K. Rottman: *Matematisk formelsamling* (alle språkutgaver).
Schaum's Outline Series: *Mathematical Handbook of Formulas and Tables.*

Dette oppgavesettet er på 4 sider.

Oppgave 1. Kvarkmodell for $q\bar{q}$-mesoner

Gi en beskrivelse av hvordan man i kvarkmodellen tenker seg at mesoner er bygd opp av en u eller d kvark og en $\bar{u}$ eller $\bar{d}$ antikvark. Prøv spesielt å forklare

a) hvilket spinn S det kombinerte $q\bar{q}$-systemet kan ha,

b) hvilket isospinn I det kombinerte $q\bar{q}$-systemet kan ha,

c) hvilken relativ banedreieimpuls L det kombinerte $q\bar{q}$-systemet kan ha,

d) hvilken total dreieimpuls J det kombinerte $q\bar{q}$-systemet kan ha,

e) hvilken spektroskopisk notasjon man bruker for å betegne $q\bar{q}$-systemer som over,

f) kvalitativt hvordan massen til mesonet avhenger av de forskjellige kvantetallene (illustrer helst med et diagram),

g) hvordan pariteten P til mesonet avhenger av de forskjellige kvantetallene,

h) hvordan C-pariteten til de nøytrale mesonene avhenger av de forskjellige kvantetallene,

i) hvordan G-pariteten til mesonet avhenger av de forskjellige kvantetallene,

j) hvilke mer kvantitative matematiske modeller man kan bruke for å beregne massen (og andre fysiske egenskaper) til mesonet.

Oppgave 2. Henfall av mesoner lagd av lette (anti-)kvarker, dvs. $u, \bar{u}, d, \bar{d}$

Ifølge *Review of Particle Physics* har ρ-mesonene ($^3S_1$-tilstander med $I = 1$) masse $m = 771$ MeV/c^2 og vidde $\Gamma = 149$ MeV/c^2, mens de tilsvarende ω-mesonene ($^3S_1$-tilstander med $I = 0$) masse $m = 782$ MeV/c^2 og vidde $\Gamma = 8.44$ MeV/c^2.

a) Hvorfor er ω-mesonene så mye mer stabile enn ρ-mesonene?

I *Review of Particle Physics* finner vi a_2-mesonene ($^3P_2$-tilstander med $I = 1$) listet med masse $m = 1318$ MeV/c^2 og vidde $\Gamma = 107$ MeV/c^2.

b) Forklar hvorfor henfallsmoden $a_2 \to \pi\pi$ ikke er observert

c) Henfallsmoden $a_2 \to \pi\pi\pi$ er heller ikke observert. Hva tror du kan være grunnen til dette?

Oppgitt: Ifølge *Review of Particle Physics* finner vi følgende kvantetall tilordnet endel mesoner:

$\boldsymbol{\pi^0(135)}$	$I^G(J^{PC}) = 1^-(0^{-+})$
$\boldsymbol{\pi^\pm(140)}$	$I^G(J^{PC}) = 1^-(0^-)$
$\boldsymbol{\eta(547)}$	$I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$
$\boldsymbol{\rho(770)}$	$I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$
$\boldsymbol{\omega(782)}$	$I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$
$\boldsymbol{a_2(1318)}$	$I^G(J^{PC}) = 1^-(2^{++})$

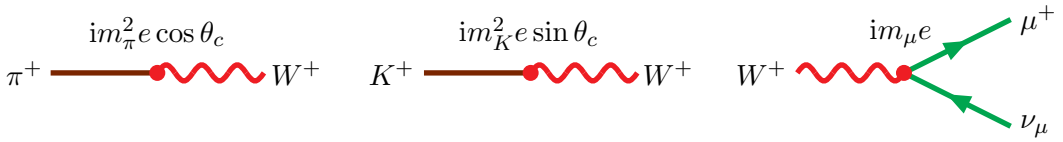
Vi har følgende sammenhenger: $P = (-1)^{L+1}$, $C = (-1)^{L+S}$, $G = (-1)^I C$.

Oppgave 3. Kvantitativ modell for henfall av pseudoskalare mesoner

Som en sterkt forenklet (og derfor unøyaktig) modell for henfall av ladete π-mesoner og K-mesoner, f.eks

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu, \qquad K^+ \to \mu^+ + \nu_\mu,$$

antar vi at disse mesonene kan konvertere til et virtuelt W^+ vektormeson, som igjen kan konvertere til $\mu^+ + \nu_\mu$ som indikert av Feynmanreglene nedenfor.



Propagatoren for et virtuelt W-vektormeson med firerimpuls p settes til

I naturlige enheter har vi $m_\mu \approx 105.7$ MeV, $m_\pi \approx 140$ MeV, $m_K \approx 495$ MeV, $m_W \approx 80.4$ GeV, $\alpha = e^2/4\pi \approx 1/137.04$.

a) Tegn Feynman diagrammene for henfallsprosessene $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ og $K^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$.

b) Skriv ned de tilhørende algebraiske uttrykk for henfallsamplitudene $\mathcal{M}_{\mathrm{fi}}$ i de to tilfellene.

c) Anta at mesonet er i ro før henfallet. Hva blir energien E_μ til myonet i de to tilfellene?

d) Det er eksperimentelt kjent at

$$\frac{\Gamma(K^+ \to \mu^+ + \nu_\mu)}{\Gamma(\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu)} \approx \frac{4}{3}. \tag{1}$$

Velg θ_c slik at denne relasjonen er oppfylt.

e) Hva blir da henfallsratene, $\Gamma(\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu)$ og $\Gamma(K^+ \to \mu^+ + \nu_\mu)$?

f) Bestem levetidene τ_π og τ_K til henholdsvis π^+ og K^+ i denne modellen, under antagelse om at de oppgitte henfallsmodene er de eneste som forekommer. Oppgi svaret i SI-enheter, dvs. sekunder. (Hvis du ikke har fått til forrige punkt, forklar med eksempel hvordan du konverterer fra en henfallsrate Γ gitt i naturlige enheter til en levetid τ gitt i sekunder.)

g) Forklar hvordan du vil generalisere denne modellen til å beskrive henfall av D_s^+-mesoner, dvs. $D_s^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$.

Oppgitt:
a) Sammenhengen mellom amplitude $\mathcal{M}_{\text{fi}}$ og henfallsrate er i dette tilfellet (med to partikler i sluttilstanden), i naturlige enheter,

$$\Gamma = \frac{|\boldsymbol{p}|}{8\pi m^2}|\mathcal{M}_{\text{fi}}|^2, \tag{2}$$

der m er massen til partikkelen (i ro) som henfaller, og $|\boldsymbol{p}|$ er bevegelsesmengden til en av partiklene i sluttilstanden.
b) $\hbar = 1.0546 \times 10^{-34}$ Js $= 6.5822 \times 10^{-22}$ MeVs, $c = 2.9979 \times 10^8$ m/s.

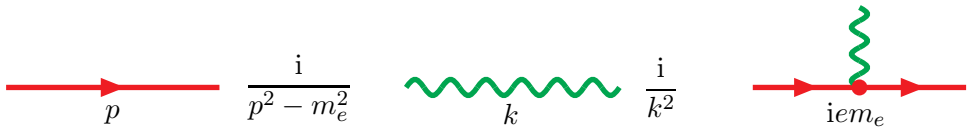
Oppgave 4. e^+e^-–produksjon pga. vekselvirkning med den kosmiske bakgrunnsstrålingen

Det er velkjent at universet er fyllt med termiske fotoner med en temperatur $T \approx 2.7$ K. Denne kosmiske bakgrunnstrålingen er essensielt isotrop i vårt Lorentz referansesystem. Dette betyr at andre fotoner med *veldig* høy energi ikke kan propagere over store avstander i universet. De vil istedet kollidere med fotoner fra bakgrunnstrålingen og skape elektron-positron par.

a) Anslå hvilken energi, $\hbar\omega$, et foton må ha for å danne et elektron-positron par ved en "head-on" kollisjon med et foton fra bakgrunnsstrålingen (målt i vårt Lorentz referansesystem).

Oppgitt: Boltzmann's konstant $k_B \approx 8.6 \times 10^{-5}$ eV/K.

b) Som en svært forenklet modell for parproduksjonsprosessen behandler vi fotonet som en masseløs nøytral skalar partikkel, og elektronet som en ladet skalar partikkel med masse m_e. Propagatorene for elektronet og fotonet, og vekselvirkningsknuten mellom dem, er som gitt av Feynman reglene nedenfor.



Tegn Feynman diagrammene for parproduksjonsprosessen.

c) Finn i denne forenklede modellen det algebraiske uttrykket for spredningsamplituden $\mathcal{M}_{fi}$. Du kan bruke *naturlige enheter*, dvs. enheter der $\hbar = c = 1$.

d) Finn i denne modellen det differensielle tverrsnittet for parproduksjon i massesentersystemet.

e) Finn i denne modellen det totale tverrsnittet for parproduksjon.

f) Skisser hvordan du vil gå fram for å transformere det differensielle tverrsnittet for parproduksjon til vårt Lorentz referansesystem.

Oppgitt:
Sammenhengen mellom amplitude $\mathcal{M}_{fi}$ og spredningstverrsnitt er

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{S}{64\pi^2} \frac{|\mathcal{M}_{fi}|^2}{(E_1 + E_2)^2} \frac{|\boldsymbol{p}_f|}{|\boldsymbol{p}_i|}. \tag{3}$$

Følgende integral kan være nyttig

$$\int_{-1}^{1} \mathrm{d}x \frac{1}{(1 - u^2 x^2)^2} = \frac{1}{1 - u^2} + \frac{1}{2u} \log\left(\frac{1+u}{1-u}\right) \text{ når } -1 < u < 1.$$