

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for fysikk, Lade

(MNFFY-350)  
EKSAMEN I: F251 - ASTROFYSIKK I (STJERNEFYSIKK)

DATO: TORSDAG 15. MAI 1997

TID: 09.00 - 15.00

Antall vekttall: 4

Tillatte hjelpemidler:

Matematiske tabeller,

Antall sider: 6

kalkulator

Sensurdato: 5. juni 1997

---

### Oppgave 1

a.

Stjernehopen Pleiadene består av stjerner som på hovedserien alle har en masse mindre enn  $6 M_{\odot}$ . Finn alderen til Pleiadene, hvis vi antar at stjerner som eventuelt var mer massive enn  $6 M_{\odot}$  i stjernehopen må ha forlatt hovedserien og utviklet seg videre mot rød-kjempe-stadiet (eller enda lenger), og vi dessuten antar at luminositeten  $L$  for massive stjerner med masse  $M$  er gitt ved

$$L \sim M^{\alpha},$$

der

$$\alpha \approx 3.$$

b.

Solas absolutte (bolometriske) størrelsesklasse er gitt ved

$$M_{BOL} = 4.72.$$

Finn hvilken avstand fra jorda vi måtte plassere sola i, hvis den skulle bli like lyssterk (lyssvak) for oss som de svakeste stjernene synlige for "det menneskelige øyet" med en "apparent" størrelsesklasse lik 6.

c.

Stjernen Castor i stjernebildet Gemini eller Tvillingene er en dobbeltstjerne, der de to komponentene (stjernene) har "apparente" størrelsesklasser lik 1.99 og 2.85. Hvilken "apparent" størrelsesklasse har da Castor (dvs. de to stjernene tilsammen)?

Oppgitt:  $1 \text{ pc} = 3.26 \text{ lysår} = 206265 \text{ AU}$ ,  
 $1 \text{ AU} = 1.5 \cdot 10^8 \text{ km}$ .

## Oppgave 2

a.

Finn et uttrykk for Fermi-energien  $\epsilon_F$  til en degenerert ikke-relativistisk ideell elektron-gass med partikkeltetthet  $n$ . Anta at gassen har en temperatur  $T$ , slik at  $n$  er lik den ikke-relativistiske "kvante-grensen"

$$n_Q = (2\pi m_e kT / h^2)^{3/2} = (2\pi m_e kT)^{3/2} / h^3,$$

der  $h$  er Plancks konstant,  $k$  er Boltzmanns konstant, og  $m_e$  er elektron-massen. Finn forholdet mellom  $kT$  og Fermi-energien  $\epsilon_F$ .

b.

Vis at hvis vi betegner den relative hyppighet (dvs. brøkdel masse) av hydrogen (i en stjerne) med  $X_1$ , av helium med  $X_4$ , og av tyngre grunnstoffer med  $X_A$ , dvs.

$$X_1 + X_4 + X_A = 1,$$

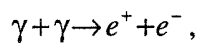
er den midlere molekyl-vekt (dvs. midlere antall atomære masse-enheter)  $\mu$  pr. partikkel gitt ved

$$\mu = 1 / [2X_1 + (3/4)X_4 + (1/2)X_A],$$

når vi antar at materien er fullstendig ionisert.

c.

Anta elektron-positron-produksjon ved reaksjonen



i en degenerert elektron-gass med Fermi-energi  $\epsilon_F$ , og finn et uttrykk for partikkel-tettheten  $n(e^+)$  og likevekts-konsentrasjonen (dvs. brøkdeler partikler) for positronene. Finn en tallverdi for denne konsentrasjonen i slik stjernematerie når temperaturen  $T$  og masse-tettheten  $\rho$  er

$$T = 10^9 \text{ K},$$

$$\rho = 10^{10} \text{ kg / m}^3.$$

Vi antar at positronenes kjemiske potensial  $\mu(e^+)$  er gitt ved

$$\mu(e^+) = m_e c^2 - kT \cdot \ln[g_s n_Q / n(e^+)],$$

der  $k$  er Boltzmanns konstant,  $m_e$  er positron-massen,  $c$  er lyshastigheten,  $T$  er temperaturen,  $g_s$  er spinn-degenerasjonsfaktoren,  $n(e^+)$  er partikkel-tettheten, og  $n_Q$  er den ikke-relativistiske "kvante-grensen" for positronene.

Opgitt:

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg},$$

$$m_p \approx m_H = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg},$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} = 8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K},$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s},$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

### Oppgave 3

a.

Finn den "klassiske" minste-avstanden  $r_c$  mellom to  ${}^4\text{He}$ -kjerner som nærmer seg hverandre med en (opprinnelig) kinetisk energi lik

$$E = 2keV,$$

Finn (tilnærmet) sannsynligheten

$$P_p \approx \exp[-(E_G/E)^{1/2}]$$

for at  ${}^4\text{He}$ -kjernene skal trenge gjennom den potensielle Coulomb-barrieren (på grunn av frastøtende elektrostatiske krefter) imellom dem, når Gamow-energien  $E_G$  er gitt ved

$$E_G = (\pi\alpha Z_A Z_B)^2 \cdot 2m_r c^2,$$

der  $Z_A$  og  $Z_B$  er antall protoner i de to kjernene,  $m_r$  er den reduserte massen for de to kjernene,  $c$  er lyshastigheten, og  $\alpha$  er finstruktur-konstanten

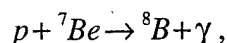
$$\alpha = e^2 / (4\pi\epsilon_0 \hbar c) = 1/137.$$

b.

Fluksen av energetiske nøytrinoer fra spalting av  ${}^8\text{B}$  via  ${}^8\text{Be}$  i proton-proton-syklusen er svært avhengig av temperaturen  $T$  innerst i sola. Vis at tilsvarende reaksjonshastighet ("rate") blir

$$R_{AB} \sim T^{14},$$

for produksjon av  ${}^8\text{B}$  ved reaksjonen



når

$$T \approx 1.5 \cdot 10^7 \text{ K},$$

og vi antar at reaksjonshastigheten ("raten") domineres av

$$R_{AB} \sim n_A n_B S(E_0) \exp[-3(E_G / 4kT)^{1/3}],$$

der  $n_A$  og  $n_B$  er partikkel-tettheten til de to vekselvirkende kjernene,  $S(E_0)$  er en "fusjonsfaktor" bestemt av kjernekreftene,  $E_G$  er Gamow-energien, og  $k$  er Boltzmanns konstant.

c.

Energi-produksjonen (dvs. energi produsert pr. tidsenhet og masseenhet) ved proton-proton-syklusen i en stjerne antas å være gitt ved

$$\varepsilon_{pp} = 2.5 \cdot 10^6 \rho X^2 (10^6 / T)^{2/3} \exp[-33.8(10^6 / T)^{1/3}] \cdot 10^{-7} \text{ J kg}^{-1} \text{ s}^{-1},$$

og for CNO-syklusen er tilsvarende energi-produksjon gitt ved

$$\varepsilon_{CNO} = 8 \cdot 10^{27} \rho X X_{CNO} (10^6 / T)^{2/3} \exp[-152.8(10^6 / T)^{1/3}] 10^{-7} \text{ J kg}^{-1} \text{ s}^{-1},$$

der  $T$  er temperatur i [K],  $\rho$  er tetthet i [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ], og  $X$  er relativ masse-konsentrasjon (brøkdel) av hydrogen (protoner) "tilgjengelig" for omforming til helium og energi ved fusjon. Vi antar at energi-produksjonen foregår innenfor et sentralt område med radius  $r$ , masse-tetthet  $\rho$  og temperatur  $T$ , der

$$r = 0.15 R$$

$$\rho = 10^4 \text{ kg/m}^3,$$

$$T = 2.7 \cdot 10^7 \text{ K}.$$

Finn energi-produksjonen og overflatetemperaturen til en massiv "ung" stjerne med radius

$$R = 3.6 R_{\odot},$$

når den stråler som et "svart legeme" ifølge Stefan-Boltzmanns lov, og

$$X = 1.0,$$

$$X_{\text{CNO}} = 0.005 X.$$

Hvilken av de to prosessene (syklusene) dominerer?

Oppgitt:  $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb},$

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m},$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$$

$$R_{\odot} = 7 \cdot 10^5 \text{ km}.$$

**MERK:**

Studentene må primært gjøre seg kjent med sensur ved å oppsøke sensuroppslagene. Evt. telefonhenvendelser om sensur må rettes til instituttet eller sensurtelefon: 815 48014.

Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike henvendelser.