

(1)

(MNFFY-351)

Eksamensnr MNFFY X1/H99. Kosmologi og exobiologiMandag 10/1 - 2000Antydet løsning, Oppgave 1

a) Unslippingshastigheten er gitt ved

$$V = \sqrt{2GM/R}$$

For Mars får vi

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 0.107 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{3.4 \cdot 10^6}} \text{ m/sek} = 5.02 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 5.02 \text{ km/s}$$

For Merkur får vi

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 0.055 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{2.44 \cdot 10^6}} \text{ m/sek} = 4.25 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 4.25 \text{ km/s}$$

(Vi har da funnet hastigheten v fra betingelsen

$$\frac{1}{2}mv^2 = mMG/R, \text{ dvs. } V = \sqrt{2GM/R}.$$

Siden Mars er lengre unna sola enn Merkur, blir middel-temperaturen lavere og tilsvarende kinetisk energi lavere for gass-molekylene i atmosfæren. Derfor kan Mars lettere holde på sin atmosfære selv om unslippingshastigheten er den samme som for Merkur.

b) Med jordas bane-hastighet lik v_j , blir stjernens radial-hastighet i forhold til sola gitt ved

$$v_s - v_j = 18 \text{ km/sek},$$

$$v_s + v_j = +12 \text{ km/sek}.$$

(3)

dvs. $v_s = -18 \text{ km/sek}$ (mot solen),

dvs. jordas banehastighet er

$$v_j = (12 + 18) \text{ km/sek} = \underline{\underline{30 \text{ km/sek}}}$$

På et halvt år tilbakelegger jorda:

$$T \cdot v_j = 2\pi a$$

dvs. bane-radius a blir

$$a = T \cdot v_j / 2\pi = 365.25 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 30 / 2\pi \text{ km} = \underline{\underline{1.5 \cdot 10^8 \text{ km}}},$$

Som da defineres avstanden 1 AU.

(Kan også bruke: grav. kraft (fra solen) = sentr. kraft (på jorda) ...)

c) Ifalge Niels forskyningstid er

$$\lambda_{\max} \cdot T = 0.2897 \text{ cm} \cdot K,$$

dvs. for

$$\lambda_{\max} = 0.5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}; T = 0.2897 / \lambda_{\max} = \underline{\underline{58000 \text{ K}}}, \text{ dvs. sp. kl. O},$$

$$\lambda_{\max} = 2.9 \cdot 10^{-5} \text{ cm}; T = 0.2897 / \lambda_{\max} = \underline{\underline{10000 \text{ K}}}, \text{ dvs. sp. kl. A},$$

$$\lambda_{\max} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}; T = 0.2897 / \lambda_{\max} = \underline{\underline{4800 \text{ K}}}, \text{ dvs. sp. kl. K},$$

$$\lambda_{\max} = 12 \cdot 10^{-5} \text{ cm}; T = 0.2897 / \lambda_{\max} = \underline{\underline{2400 \text{ K}}}, \text{ dvs. sp. kl. M},$$

$$\lambda_{\max} = 15 \cdot 10^{-5} \text{ cm}; T = 0.2897 / \lambda_{\max} = \underline{\underline{1930 \text{ K}}}, \text{ dvs. sp. kl. M}.$$

d) Siden vekta er proporsjonal med M/R^2 (tyngdekraften), vil mannen veie

$$70 \cdot 2 \cdot 10^{30} / (6 \cdot 10^{24}) \text{ kg} = \underline{\underline{2.33 \cdot 10^7 \text{ kg}}}$$

på overflaten til en hitt dvorg, og

$$70 \cdot (2 \cdot 10^{30} / (6 \cdot 10^{24})) \cdot (6380/10)^2 \text{ kg} = \underline{\underline{9.50 \cdot 10^{12} \text{ kg}}}$$

på overflaten til en neutronstjerne.

Oppgave 2

a) En økning av overflatetemperaturen fra ca. 1900 K til ca. 2600 K tilsvarer en faktor på 1.37 som ifølge Stefan-Boltzmanns lov tilsvarer en faktor på bare 3.5 for total energiutstråling. Den store lysvariasjonen skyldes at en mye større del av utstrålingen føres bort fra det infrarede området enn i det synlige (visuelle) området av spektret når temperaturen stiger. I tillegg har vi økende absorpsjon i jordas atmosfære når temperaturen øker.

b) Ifølge Keplers 3. lov gjelder

$$MP^2 = a^3,$$

når M er Melkeveiens masse gitt i $[M_\odot]$, P er perioden i [år], og a er solens bane-radius i [AU], dvs.

$$a = 2.063 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \text{ AU} = 2.063 \cdot 10^9 \text{ AU},$$

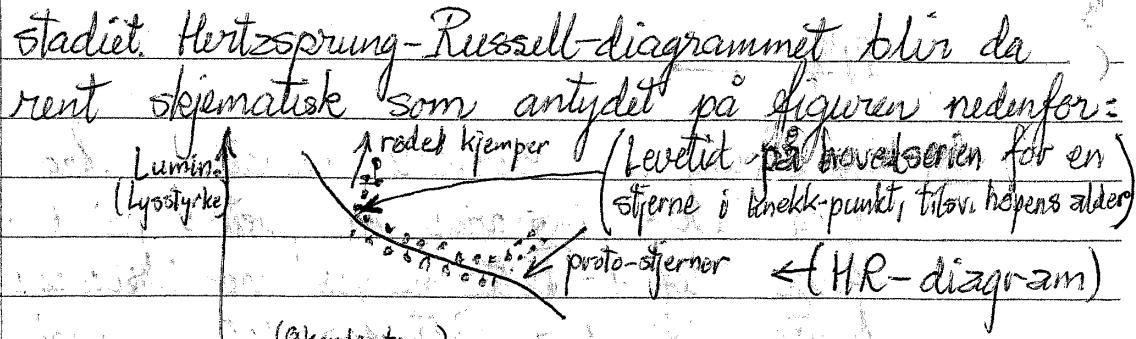
$$P = 10^8 \text{ år},$$

$$M = (2.063 \cdot 10^9)^3 / (10^8)^2 M_\odot = \underline{\underline{8.8 \cdot 10^{11} M_\odot}} (\approx 10^{12} M_\odot)$$

(Kan også bruke grav. kraft = sentralkraft, for antatt sirkelbane)

c) I en slik ung stjernehop ser vi både de minst massive stjernene som utvikler seg sakte og er på vei inn mot hovedserien, og de mest massive stjernene som utvikler seg raskt og som allerede har forlatt hovedserien på vei mot rød-kjempe-

(4)



d) Relativistisk Doppler-effekt gir her

$$\Delta \lambda / \lambda = \sqrt{(1+v/c)/(1-v/c)} - 1 = 3.53, (= z)$$

$$\sqrt{(1+v/c)/(1-v/c)} = 4.53, (= 1+z)$$

$$(1+v/c)/(1-v/c) = 20.52, (= (1+z)^2)$$

$$v/c = 19.52 / 21.52 = 0.91, (= \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1})$$

$$v = 0.91c = 0.91 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ km/sek} = \underline{\underline{273000 \text{ km/sek}}}$$

Oppgave 3

a) Hvis vi multipliserer ligningen

$$\ddot{R}^2/R^2 + kc^2/R^2 - \Delta c^2/3 = 8\pi G\rho/3,$$

med R^3 , og deriverer med hensyn på t, får vi

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\ddot{R}^2 R + kc^2 R - \Delta c^2 R^3/3) &= 2\ddot{R}\dot{R}R + \dot{R}^3 + kc^2 \dot{R} - 3\Delta c^2 R^2 \dot{R}/3 \\ &= \dot{R}R^2(2\ddot{R}/R + \dot{R}^2/R^2 + kc^2/R^2 - \Delta c^2) = \frac{d}{dt}(8\pi G\rho R^3/3), \end{aligned}$$

som ifølge ligningen

$$2\ddot{R}/R + \dot{R}^2/R^2 + kc^2/R^2 - \Delta c^2 = -8\pi G\rho/c^2,$$

$$\text{gir } \frac{d}{dt}(8\pi G\rho R^3/3) = \dot{R}R^2(-8\pi G\rho/c^2) = -(dR^3/dt)(8\pi G\rho/c^2),$$

$$\text{dvs. } \underline{\underline{d(\rho c^2 R^3)/dt = -P(dR^3/dt)}}$$

6)

b) For en masse m blir energi-ligningen

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - mMG/r = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 (mg/r) (4\pi r^3 \rho/3),$$

når vi antar gravitasjonsstabilitet med en kule-formet masse M med radius r og konstant tetthet ρ . For

$$E=0,$$

får vi da

$$\frac{1}{2}m\dot{r}^2 = 4\pi mG\rho r^2/3,$$

$$H^2 = \dot{r}^2/r^2 = 8\pi G\rho/3 = 8\pi G\rho_c/3, \quad \underline{\rho_c = 3H^2/8\pi G},$$

som gjelder for $k=0$ (og $\Lambda=0$) innsatt i Friedmanns ligning

$$\dot{r}^2 = 8\pi G\rho r^2/3 + \Lambda r^2/3 - kc^2,$$

oppgett under a). Ved derivasjon av Friedmanns ligning, får vi da

$$\ddot{r}/r = -4\pi G\rho/3 + \Lambda/3,$$

og vi får

$$\ddot{r}/r = -4\pi G\rho/3 + \Lambda/3 = -qH^2 \quad (\text{siden } q = -\ddot{r}/r^2/H^2)$$

$$\text{dvs. } -\ddot{r}/r = qH^2 = 4\pi G\rho/3 \quad (\text{for } \Lambda=0)$$

Vi ser at $\rho=\rho_c$ tilsvarer $q=\frac{1}{2}$, og vi får

"Lukket" univers for $\rho > \rho_c$, $q > \frac{1}{2}$, $E < 0$, $\underline{k=+1}$

"Flatt" univers for $\rho = \rho_c$, $\underline{q = \frac{1}{2}}$, $E = 0$, $\underline{k=0}$

"Åpent" univers for $\rho < \rho_c$, $q < \frac{1}{2}$, $E > 0$, $\underline{k=-1}$

6

c) Energi-ligningen under b) gir

$$E = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 - m M G / r = 0, \text{ for } k=0,$$

dvs.

$$\dot{r}^2 = 2GM/r, \quad \dot{r} = \sqrt{2GM/r},$$

$$\sqrt{r} dr = \sqrt{2GM} dt,$$

og integrasjon gir

$$\frac{2}{3} r^{3/2} = \sqrt{2GM} t, \quad t = (2/3) r^{3/2} / \sqrt{2GM},$$

$$t = (2/3) r^{3/2} / \sqrt{2GM} = (2/3) (\dot{r} / \ddot{r}) = \underline{\underline{2/3H}} \quad (= \underline{\underline{\frac{2}{3}H^{-1}}})$$

I grensen $\rho \rightarrow 0$ gir Friedmanns ligning under

a) (for $\Lambda=0$ og vilkårlig k_1 , ved derivasjon) at

$$\ddot{r} = -4\pi G \rho r / 3 = 0, \text{ for } \rho=0,$$

dvs

$$\dot{r} = \text{konst.} = v, \quad r = vt$$

$$\text{dvs } t = r/v = \underline{\underline{r/\dot{r}}} = \underline{\underline{1/H}} \quad (= H^{-1})$$

d) Hvis galaksesene hadde beveget seg med konstant (nåværende) hastighet v hele tiden til siden "big bang", ville de ha tilbakelagt en avstand

$$r = vt, \quad t = r/v.$$

Nå er Hubbles konstant gitt ved

$$H = v/r, \quad t = 1/H.$$

Siden gravitasjonskretter i universet bremser eksapsjonsbevegelsen må hastigheten (og Hubbles konstant) ha vært større tidligere, dvs. dagens verdi for H er en nedre grense, og dagens verdi for H^{-1} er en øvre grense. $T_0 = H^{-1}$ blir da den maksimale tiden, dvs. en øvre grense for universets alder.

MNFFY X1 Kosmologi og exobiologi 1999:

Del III exobiologi:

Utkast til eksamensoppgaver MED LØSNING LAGET FØR RETTING)!

Korte og presise svar ønskes på følgende spørsmål:

Oppgave 4: (Liv og evolusjon)

- a) Hvordan er begrepet liv definert i dette kurset? Nevn to viktige typer "liv" som faller utenfor denne definisjonen.

Liv er et selv-opprettende kjemisk system med evne til (Darwinistisk) evolusjon ved naturlig seleksjon, innenfor rammene gitt av termodynamikkens 2. lov.

Kunstig liv (data-liv type VR) og ikke-kjemisk liv (basert på ikke-kjemiske krefter som gravitasjon eller kjernekrefter) faller utenfor denne definisjonen.

- b) Når det gjelder livets opprinnelse, hva menes med "pizza-modellen" og "den organiske suppa"? Hva er hoved-fordelene med den første modellen?

"Den organiske suppa" har sin opprinnelse i Millers berømte forsøk fra 1953, som viste at komplekse organiske molekyler kunne dannes ved elektriske utladninger i en reduserende atmosfære av metan, hydrogen og ammoniakk. Så lenge man trodde Jordas atmosfære var reduserende, ville slike organiske forbindelser akkumuleres til en tykk suppe, der liv kunne oppstå.

I dag sier man heller: "How could life evolve from such a mess?". Og fokuserer heller på entropi-problemet som oppstår, også kalt Lego-problemet: Jo mer klosser du har (entropi), jo mer arbeid (energi) kreves for å bygge noe spesielt (liv).

"Pizza-modellen" har sin opprinnelse i Wächtershäusers forslag fra 1988 og forsøk 1997: Adsorbert på en overflate kan organiske molekyler dannes og reagere på en mye mer kontrollert måte. Fordelene ved denne modellen kan oppsummeres som:

1. *Termodynamikken: Dersom molekyl A og B virrer fritt rundt og danner AB i løsning, senkes entropien drastisk. Om de derimot allerede er låst til en overflate, er friheten kraftig redusert, og entropibarriieren mot AB-dannelse tilsvarende.*
2. *Kinetikken: Økt lokal konsentrasjon er enorm fordel. Spesielt vil reaksjoner som krever kollisjon mellom minst 3 molekyler samtidig ta mye lengre tid i løsning.*
3. *Realisme: Overflatebindingen må være egnert; dvs. sterkt men fleksibel nok til at langsom vandring i det 2-dimensjonale planet er mulig. Ionebinding fyller disse kravene, f.eks. til pyritt.*

- c) Har evolusjonen retning? Nevn de 3 hovedmekanismene for kompleksitetsdannelse.

Det kan se slik ut:

1. Totalt sett har diversiteten i livsformer økt, og dermed den tilhørende totale informasjonsentropien.
2. Enkelte foregreninger viser dessuten en økning i kompleksitet på organisme-nivå, men denne tendensen kan bare anses som betinget irreversibel.

Viktige mekanismer for kompleksitetsdannelsen er

1. Symbiose.
2. Duplikasjon og divergens.
3. Epigenetisk kontroll.

- d) Definér "Den Kosmiske Lauparen" generelt, og den jordiske løsningen spesielt:

COSMIC LOPER betyr Capable Of Searching Mutation-space Independent of Concern over Loss Of Properties Essential for Replication. Dvs. med evne til å leke mutasjonsleken uten angst for tap av replikasjonsevne! Dette oppås ved å separere aktivitet fra informasjonslagring.

Ex. Jordas: protein-baserte enzymer \xleftarrow{RNA} DNA-basert info-bibliotek.

Oppgave 5: Livet der ute.

- a) Definér og kommentér (diskuter) kort faktorene i Drakes ligning $N = R_s f_s n_p f_e f_l f_i L$:

N gir antall tekniske (kommuniserbare) sivilisasjoner. De ulike symbolene uttrykker::

$R_s = N_* / L_{MW}$, der N_* er antall stjerner i galaksen = 300 milliarder,
og L_{MW} er Melkeveiens levetid = 10 milliarder. $R_s = 30$.

f_s er fraksjon sol-like stjerner, $1 - 1/15; \approx 0,3?$

n_p er gjennomsnittlig antall planeter pr. sol, $5 - 20; \approx 10?$

f_e er fraksjon planeter egnet for liv, $1/3 - 1/1000; \approx 0,025?$

f_l er fraksjon av disse der liv oppstår; $1 - 10^6; \approx 0,5?$

f_i er fraksjon av disse med teknisk intelligente sivilisasjoner,
 $1 - 1/1000; \approx 0,75?$ Den LILLE ukjente.

L er slike sivilisasjoners midlere levetid. Den STORE ukjente!

Gode anslag gir $N \approx 0,01L - 1L$. Verdier ovenfor gir $N = 0,8 L$.

- b) Hvor i vårt eget solsystem er det mest sannsynlig å finne (spor av) liv? Begrunn svaret kort.

1 Mars er en meget aktuell kandidat. Med en forhistorie som ligner mye på Jordas, inkludert perioder med flytende vann [SVARET UTDYPES SENERE!] ...

I dag er alt organisk materiale på overflaten oksidert og degradert av den intense UV-strålingen. Spor av liv kan finnes i dypere lag. Vann finnes fortsatt i polkattene, blandet med tørris. Dessuten som permafrost. Utbredt kratermønster viser ofte utløste slam-flommer; nær ekvator kun for kratere > 4 km, noe som tilsvarer nærmere 800 m ned til permafrost, mens det nær polene gjelder kratere ≈ 1 km,

hvilket tilsvarer permafrost nær overflaten.

- 2 *Liv er påvist på planeten Jorda.*
 - 3 *Europa er en god kandidat for dypt-under-isen ekstremofilt liv av type velkjent på Jorda, inkludert muligheter for Antarktisk type primær-produksjon basert på fotosyntese. Problemet er islagets ukjente tykkelse. Boring ned mot Lake Vostok i Antarktis har pr. 14/12 -'99 påvist liv i isen ned til 3600 m.*
- c) Definér terra-forming, og forklar kort hvordan oppvarmingsprosessen av Mars er tenkt "sparket i gang".

Terraforming er omforming av en planet, eller evt. et miljø, til noe som ligner mer på jordiske betingelser når det gjelder muligheter for menneskelig liv.

Oppvarmingen av Mars startes via en "runaway greenhouse mechanism", ved at 4 K lokal oppvarming av polkappene vil forskyve likevekten slik at de fordamper helt, i løpet av en tiårsperiode. Denne økningen i CO₂ vil gi en global drivhuseffekt med temperaturøkning som øker frigjøringen av CO₂ fra regolitt-sonen. Den lokale poloppvarmingen kan skje ved hjelp av speil i stasjonærbane og / eller lokalproduksjon av drivhusgasser.

- d) Interstellar kommunikasjon vil avhenge av at man kan forstå hverandre. Beskriv kort det antikryptografiske grunnlaget for utviklingen av lingua cosmica, også kalt lincos.

Antikryptografi er "læren om de mest åpenbare signaler", de som krever enklest mulig dekoding. Vi vil ikke kunne kommunisere med andre galaktiske sivilisasjoner uten en slik gjensidig kompetanse. Men det er vanskelig å uttrykke seg lett!

Gjennombruddet kom da H. Freudenthal fra Utrecht i 1960 påpekte at man i begynnelsen bare må sende meldinger med fakta antatt allerede kjent for mottakeren, dvs. med minimalisert informasjonsentropi. Et hvert symbol må være definert ved symboler som kom foran. Derfor må de første symboler være begreper som ikke trenger å defineres.

(Unødig men aktuelt eksempel: Et kanadisk prosjekt ledet av Y. Dutil har startet sending rettet mot Vega og stjernene deromkring: Ett radiosignal skifter 48 kHz for å skille "0" fra "1":

- 1 *Dutil starter med å vise aliens at han kan telle: 1,2, 3, 4 . . . , om og om igjen! På 3 måter: som punkter, som binærkode og som tallsymboler. Dermed kan også likhetstegnet introduseres.*
- 2 *Så kommer primtallene: 2,3,5,7,11, osv.*
- 3 *Så kommer endelig matematikken: 1 + 1 = 2. 2 + 2 = 4!*
- 4 *Så kommer subtraksjon, multiplikasjon osv.*
- 5 *Så endelig pi og Pythagoras.*
- 6 *Deretter blir det fysikk og kjemi -*

Redundans er en sentral faktor for å overkomme signal/støy-problemene).