NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Helge Redvald Skullerud
Tlf: 73593625

EKSAMEN I FAG SIF 4002 FYSIKK[1]
Onsdag 5. mai 1999
Tid: 0900-1500

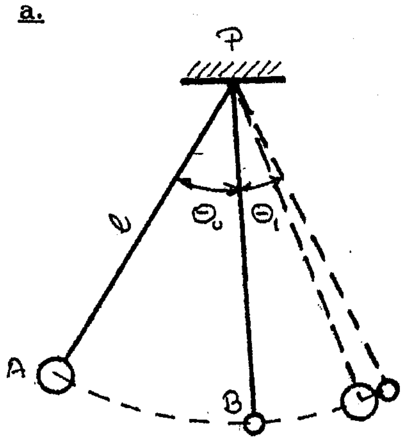
Hjelpemidler: B2 - Godkjent lommekalkulator
Rottmann/Matematisk formelsamling

Oppgitte formler finnes på side 4.

Ved karaktersettingen teller alle 6 deloppgaver likt.

Oppgave 1

a.



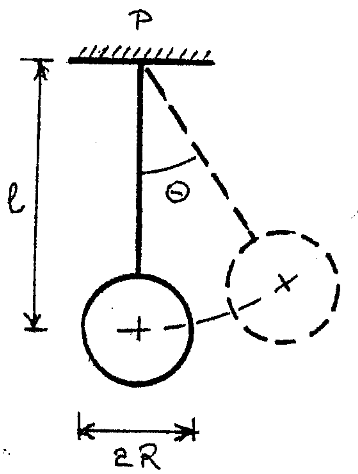
To kuler A og B, med masser m_A og m_B, er opphengt i samme punkt P med vektløse snorer med lengde ℓ. Kulediametrene er små relativt til snorlengden, og kulene kan dermed regnes som punktpartikler.
Kule A trekkes ut til siden en vinkel θ_0, slippes, og støter mot kule B. Kulene henger sammen etter støtet ('perfekt uelastisk støt'), og svinger sammen ut til en maksimal utslagsvinkel θ_1.
Tyngdens akselerasjon er g.

Figur 1.

Finn uttrykk for kinetisk energi, W_f, og dreieimpuls om opphengningspunktet P, L_f, for kule A rett før støtet.
Finn deretter uttrykk for kinetisk energi, W_e, og dreieimpuls om P, L_e, for de to kulene sammen rett etter støtet.
Finn så uttrykk for utslagsvinkelen θ_1.
Sett tilslutt inn tallverdier:
$m_A = m_B = 0.2\,kg$, $\theta_0 = \pi/4$ (45^o), $\ell = 1\,m$ og $g = 9.81\,m/s^2$
og finn θ_1 numerisk.

[1]På denne sida av arket er austnorsk bokmål nytta. Oppgåvetekst på vestnorsk bokmål ('nynorsk') finnast på baksida.

b.



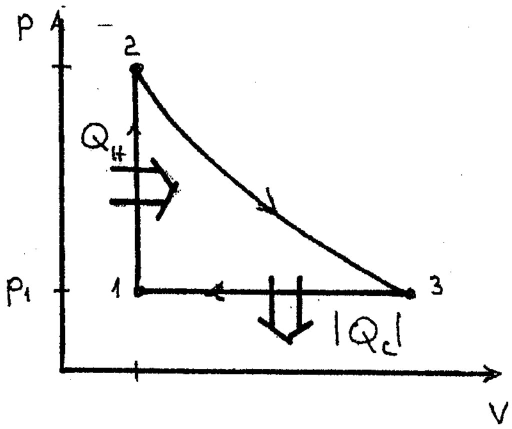
Ei homogen kule med masse M og radius R er opphengt med ei vektløs snor i et punkt P. Avstanden fra sentret i kula til opphengningspunktet er ℓ, og tyngdens akselerasjon er g.
Gi først et uttrykk for dreiemomentet om P, $\tau(M, g, \ell, \theta)$, som virker på kula når den er en vinkel θ ut fra likevektsposisjonen.
Sett dette inn i dreieimpulsligningen $\tau = I\, d\omega/dt$, og finn en (eksakt) differensialligning for θ.
Vis så at ved små utslag går denne ligningen over i en ligning for en harmonisk bevegelse ($\theta(t) \propto \cos(\omega_0 + \phi)$), og gi et uttrykk for svingeperioden T.

Figur 2.

Når forholdet $R/\ell \rightarrow 0$, skal perioden T gå mot perioden for en tilsvarende matematisk pendel, $T_M = 2\pi\sqrt{\ell/g}$.
Hvordan må R/ℓ velges for at relativt avvik fra perioden for en matematisk pendel, $\delta = (T - T_M)/T_M$, skal bli $\delta < 1\%$?

Oppgave 2

a.



n mol av en idéell to-atomig gass ($\gamma = C_p/C_V = 1.4$), med temperatur T_1 og trykk p_1, varmes først opp ved konstant volum til en temperatur T_2, ekspanderer så adiabatisk til trykket igjen er p_1, og komprimeres så isobart til volumet er det samme som i utgangstilstanden, som illustrert i figur 3.

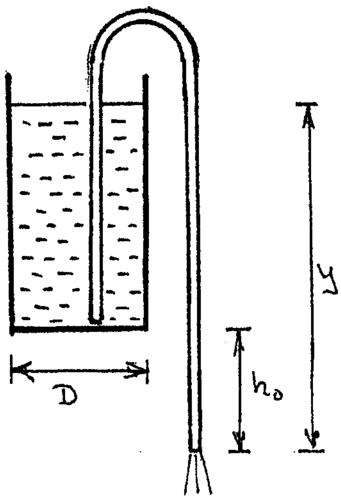
Figur 3.

Finn først uttrykk for trykket i 'tilstand 2', $p_2 = p_2(p_1, T_1, T_2)$, og temperaturen i 'tilstand 3', $T_3 = T_3(\gamma, p_1, T_1, T_2)$.
Finn deretter uttrykk for varmemengden Q_H som tilføres gassen under oppvarmingen $1 \rightarrow 2$, varmemengden $|Q_C|$ som avgis under kompresjonen $3 \rightarrow 1$, og arbeidet W som utføres i løpet av én syklus.
Finn så uttrykk for prosessens virkningsgrad $e = W/Q_H$.
Sett tilslutt inn tallverdier:
$n = 2\,mol$, $p_1 = 10^5\,Pa$, $T_1 = 300\,K$ og $T_2 = 600\,K$
og finn e og W numerisk.

b.

Vis – med utgangspunkt i energibevarelsesligningen $dQ = dU + p\,dV$ og tilstandsligningen for en idéell gass $pV = nRT$ – at for en adiabatisk prosess i en idéell gass er sammenhengen mellom temperatur og trykk gitt ved $TV^{\gamma-1} = \mathit{konstant}$, hvor $\gamma = C_p/C_V$ er forholdet mellom varmekapasitetene ved konstant trykk og konstant volum.

Oppgave 3



Figur 4.

En sylindrisk tank med indre diameter $D = 0.25\,m$ er fylt opp med $V_0 = 0.025\,m^3$ vann. Tanken skal tømmes med en hevert – en slange med indre diameter $d = 8\,mm$. Inntaket til heverten er rett over bunnen av tanken, og utløpet en høyde $h_0 = 0.5\,m$ lavere.

Oppgaven går ut på – med noe veiledning – å beregne hvor lang tid t_0 det tar å tømme tanken:

Beregn først (numerisk) høyden av vannoverflaten over utløpet når tømmingen begynner, $y(t = 0) = y_0$.

Finn så et uttrykk for strømningshastigheten v til vannet gjennom heverten som funksjon av høydeforskjellen y (og tyngdens akselerasjon g); $v = v(y)$ $[m/s]$; og for vannstrømmen $Q = Q(y)$ $[m^3/s]$.

Vann-nivået i tanken faller med en rate proporsjonal med Q.

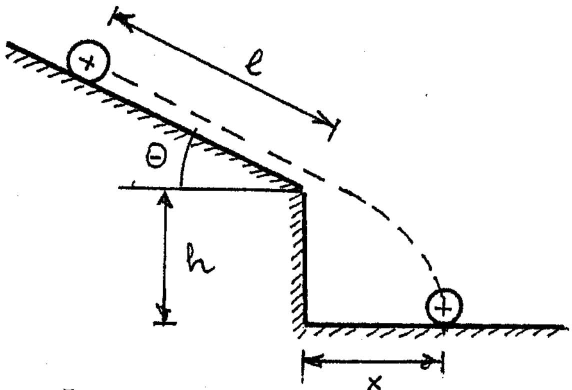
Skriv ned et uttrykk for fall-raten $dy/dt = (dy/dt)(Q(y))$, og skriv uttrykket om til form $dt = f(y)\,dy$.

Hvis du har regnet riktig, skal du nå ha funnet $f(y) = (D/d)^2/\sqrt{2gy}$.

Integrer uttrykket for dt – mellom start- og slutt-verdiene for y - og finn slik et uttrykk for tømme-tiden t_0.

Beregn tilslutt t_0 numerisk - i minutter.

Oppgave 4



Figur 5.

Ei kule med radius R legges på et skråplan med helningsvinkel θ, i en avstand ℓ fra kanten av skråplanet. Kula kan rulle eller skli ned skråplanet, avhengig av helningsvinkel og friksjonskoeffisient. Når den når kanten av skråplanet, faller den ned på en plant gulv en høyde h lavere, som vist på figuren, og treffer dette i en horisontal avstand x fra kanten.

Anta at kula ruller uten å gli.

Hva er da sammenhengen mellom vinkelhastigheten til kula, ω, og farten langs skråplanet, v?

Og hva er den totale kinetiske energien – sum av translasjons- og rotasjonsenergi - uttrykt ved v?

Finn ved bruk av ligning for energibevarelse et uttrykk for farten til kula når den når kanten av skråplanet, $v_0 = v_0(l, g, \theta)$.

Finn så et uttrykk for posisjonen x hvor kula treffer gulvet. Anta for enkelhets skyld $R \ll h$.

Bestem tilslutt x numerisk, med $\ell = h = 1\,m$, og $\theta = \pi/6$ (30°).

Oppgitte formler

MEKANIKK

$\vec{F} = (d/dt)(m\vec{v}) \equiv (d/dt)\vec{p}$	Newtons 2. lov
$E_{trans} = \frac{1}{2}mv^2$	Translasjonsenergi
$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	Dreieimpuls for punktpartikkel
$\vec{L} = I\vec{\omega}$	Dreieimpuls for stivt legeme
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$	Dreiemoment
$\vec{\tau} = d\vec{L}/dt \rightarrow Id\vec{\omega}/dt$	Dreieimpulsligningen
$E_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$	Rotasjonsenergi for stivt legeme
$I = I_T + Mr_T^2$	Treghetsmoment om akse i avstand r_T fra parallell akse gjennom tyngdepunktet
$I_T = \frac{2}{5}MR^2$	Treghetsmoment for homogen kule om akse gjennom tyngdepunktet

HYDRODYNAMIKK

$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = konst.$	Bernoullis ligning (langs strømningslinje)

VARMELÆRE/IDÉELLE GASSER

$pV = nRT$	Tilstandsligningen
$R = 8.3145\, J/mol \cdot K$	Gasskonstanten
$C_V = \mathcal{N}R/2$	Varmekapasitet ved konstant volum $\mathcal{N}$ er # frihetsgrader
$C_p = C_V + R$	Varmekapasitet ved konstant trykk
$pV^\gamma = konst.$	
$TV^{\gamma-1} = konst.$	Adiabat-ligningene, $\gamma \equiv C_p/C_V$
$p^{1-\gamma}T^\gamma = konst.$	