NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK



Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Helge Redvald Skullerud
Tlf: 73593625

**EKSAMEN I FAG SIF 4002 FYSIKK**
Torsdag 12. august 1999
Tid: 0900-1500

Hjelpemidler: B2 - Godkjent lommekalkulator
Rottmann/Matematisk formelsamling

Ved karaktersettingen teller alle 6 deloppgaver likt.

Oppgave 1

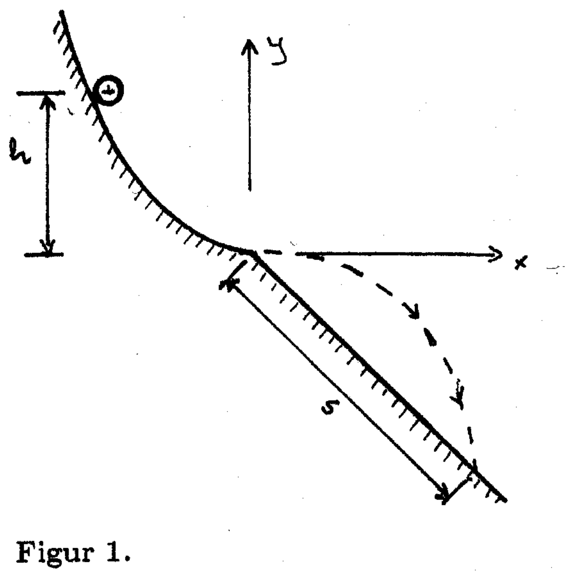
En miniatyrhoppbakke har et ovarenn utformet som en parabel,

$$y = x^2/a$$

med hoppkanten i origo $x = y = 0$, og et unnarenn med konstant helning,

$$y = -k\,x$$

**a.**

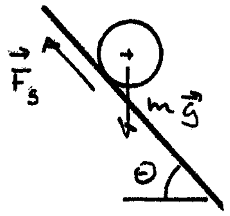



Ei massiv, homogen kule med masse $m$ og radius $r$ slippes løs en høyde $h$ over hoppkanten, ruller ned ovarennet og når hoppkanten med fart $v$ – og lander så i unnarennet en avstand $s$ fra hoppkanten.
Anta ren, tapsfri rulling i ovarennet, og se bort fra luftmotstanden.
Anta videre at kuleradien $r$ er liten i forhold til $h$ og $s$.
Tyngdens akselerasjon er $g$.

**Figur 1.**

Finn først, ved energibetraktning, et uttrykk for kulas fart ved hoppkanten, $v$.
Sett så opp likninger for 'svevet', $x(t)$ og $y(t)$, og finn et uttrykk for tiden $t_0$ kula bruker fra hoppkant til nedslag ved $y = -k\,x$.
Finn tilslutt et uttrykk for hopplengden $s$, og bestem $s$ numerisk når $h = 1\,m$ og $k = 1/2$.

**b.**




**Figur 2.**

Hvis kula skal rulle uten å skli, må friksjonskraften mellom kula og ovarennet ikke være for liten. Dette setter – med gitt statisk friksjonskoeffisient $\mu_S$ – en grense $\theta_{max}$ på hvor stor helningsvinkelen på ovarennet kan være der kula slippes løs, med en tilsvarene grense $h_{max}$ på høyden.
Du blir bedt om, med litt veiledning, å finne et uttrykk for $h_{max}$.

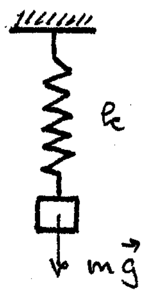
Anta først helningsvinkelen $\theta$ der kula slippes løs som kjent, og finn komponentene av tyngdekraften $m\vec{g}$ langs med og loddrett på ovarennet, $F_{\|}$ og $F_{\perp}$.
Skriv deretter ned uttrykk for akselerasjonen langs ovarennet $a = dv/dt$ og vinkelakselerasjonen om en akse gjennom kulas sentrum $\alpha = d\omega/dt$, som funksjoner av $F_{\|}$ og friksjonskraften $F_S$.
Bruk så dette til å finne $F_S$ uttrykt ved $m$, $g$, $\theta$ og $r$, forutsatt ren rulling, og angi videre hvor stor $F_S$ blir, uttrykt ved $F_{\perp}$, når kula akkurat begynner å skli.
Og *så* bør du relativt enkelt kunne finne uttrykk for først $\theta_{max}$ og så $h_{max}$.

OPPGITT TIL OPPGAVE 1

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\vec{F}$ | = | $(d/dt)(m\vec{v})$ | Newtons 2. lov |
| $\vec{\tau}$ | = | $I\,d\vec{\omega}/dt$ | Dreiemomentligningen |
| $W_{trans}$ | = | $mv^2/2$ | Translasjonsenergi |
| $W_{rot}$ | = | $I\,\omega^2/2$ | Rotasjonsenergi |
| $I_T$ | = | $(2/5)m\,r^2$ | Treghetsmoment for homogen kule om tyngdepunktsakse |

## Oppgave 2

**a.**




**Figur 3.**

En masse $m$ er hengt opp i en vektløs fjær med fjærkonstant $k$. Tyngdens akselerasjon er $g$.
I tillegg til fjærkraft og tyngdekraft påvirkes massen $m$ også av en viskøs kraft rettet mot hastigheten, $F_v = -b\,v$.
Bestem først statisk forlengelse av fjæren, $y_0$.
Sett så opp kraftbalanselikning (Newtons 2. lov) for massen $m$, og gjør denne om til en differensiallikning for massens vertikale posisjon $y$ relativt til likevektsposisjonen.

Differensiallikningen skal kunne skrives på form

$$\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega_0^2 y = 0$$

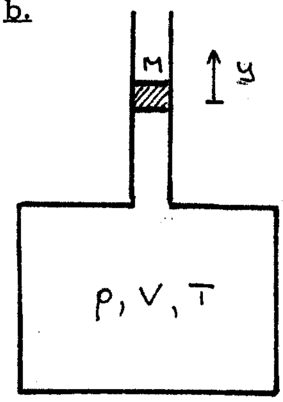
med $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, med generell løsning av form

$$y(t) = A\,e^{-\delta t}\cos(\omega_d t + \phi)$$

hvor $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$.

Ved tiden $t = 0$ er massen $m$ i ro, med $y = y_0$ (ustrukket fjær).
Finn uttrykk for konstantene $A$ og $\phi$, og bestem disse numerisk når $k = 1\,N/m$, $m = 0.01\,kg$, $b = 0.04\,Ns/m$ og $g = 9.8\,m/s^2$.

**b.**




Et tettsluttende stempel med masse $M$ beveger seg friksjonsløst i et rør med diameter $d$, koplet til et stort, termisk isolert volum $V$ fylt med en ideell gass.
I 'begynnelsestilstand' er stemplet i vertikal likevektsposisjon $y = 0$, med samme trykk $p_0$ og temperatur $T_0$ over og under stemplet.

**Figur 4.**

Stemplet forskyves så ut fra likevektsposisjon, slippes løs, og svinger opp og ned på en 'fjær av gass'.
De relative volumforandringene kan antas små, $\Delta V/V \ll 1$, og gassen kan antas å følge en adiabatisk tilstandslikning

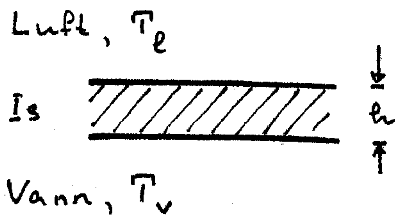
$$pV^{\gamma} = konstant$$

hvor $\gamma = C_p/C_V$ er adiabatkonstanten.
Finn først et uttrykk for trykkforandringen $\Delta p$ i volumet $V$, som funksjon av stempelposisjonen $y$.
Vis så at posisjonen $y(t)$ følger en svingelikning

$$\ddot{y} + (\gamma\pi^2 d^2 p_0/16MV)y = 0$$

Bestem tilslutt svingeperioden $\tau[s]$ numerisk, når $d = 15\,mm$, $p_0 = 10^5\,Pa$, $M = 0.01\,kg$ og $V = 0.01\,m^3$, og gassen er argon (énatomig gass).

<u>Oppgave 3</u>




En innsjø er frosset til, med et isdekke av tykkelse $h$. Lufta over isen har temperatur $T_\ell$ ($T_\ell < 0°C$), og vannet rett under isen en temperatur $T_v = 0°C$.
Etterhvert som varme transporteres fra vann til luft, øker istykkelsen $h$, og du skal finne fram til hvor fort dette skjer.

**Figur 5.**

Det vesentligste av varmen som transporteres, er 'frysevarme'. Dertil kommer noe varme fra nedkjøling av vannet fra $4\,°C$ ('likevektstemperatur' for sjøen), og noe varme som blir igjen i isen på grunn av dennes varmekapasitet. Du kan se bort fra disse to bidragene.

Isen har varmeledningsevne $\lambda$, massetetthet $\rho$ og smeltevarme $L$.

Skriv først ned et uttrykk for varmestrømtettheten gjennom isen, $J_Q\,[kJ/m^2 \cdot s]$.

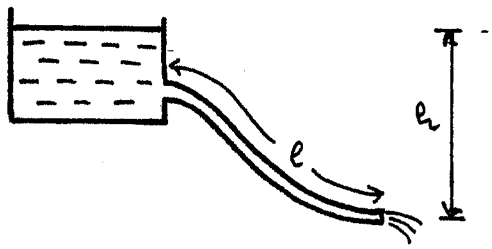
Finn så et uttrykk for mengden ny is som dannes pr. flate- og tidsenhet, $(d/dt)(\Delta m_{is}/A)$, og derav et uttrykk for $dh/dt$.

Beregn tilslutt $dh/dt$ numerisk ($mm/time$ kan være passende enhet) når $h = 0.1\,m$, $T_\ell = -10^oC$, $L = 334\,kJ/kg$ og $\rho = 920\,kg/m^3$.

OPPGITT TIL OPPGAVE 3

$J_Q \quad = \quad -\lambda\, dT/dx$ Fouriers lov

## Oppgave 4




Vann tappes fra en sisterne via et rør med lengde $\ell = 30\,m$ og indre diameter $d = 10\,mm$.

Utløpet av røret ligger en høyde $h = 10\,m$ lavere enn vannoverflaten.

Vannet har en temperatur $T = 20^oC$, og viskositeten til vann ved denne temperaturen er $\eta = 10^{-3} N/m^2 \cdot s$.

**Figur 6.**

Massetettheten til vann er $\rho = 10^3\,kg/m^3$, og tyngdens akselerasjon $g = 9.8\,m/s^2$.

Anta først at viskøst trykkfall i røret, $\Delta p$, er kjent, og finn fra Bernoullis likning et uttrykk for farten på vannstrålen ved utløpet, $v$.

Finn videre fra Poiseuilles formel et uttrykk for $\Delta p(v)$.

Bruk så disse to uttrykkene til å finne en likning for $v$.

Løs likningen, og beregn farten $v$ og vannstrømmen $Q$ $[m^3/s]$ numerisk.

OPPGITT TIL OPPGAVE 4

$p + \rho v^2/2 + \rho g h = konstant$ Bernoullis likning

$Q = (\pi/8)(R^4/\eta)(dp/dx)$ Poiseuilles formel