NTNU
Institutt for Fysikk

Faglig kontakt under eksamen:
Bård Tøtdal, tlf 73593594

EKSAMEN I SIF4003 FYSIKK
for studenter ved Geofag og Petroleumsteknologi
13. desember 2000.
Tid: 6 timer (kl 0900 – kl 1500).

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator, **med tomt minne**, i henhold til liste fra NTNU.
Knutsen: Formler og Data i Fysikk.
Rottmann: Mathematische Formelsammlung.
Barnett & Cronin: Mathematical Formulae.
Jahren & Knutsen: Formelsamling i Matematikk.

\- - - - -

Oppgave 1

En kvikksølvlampe gir lys med bl.a. de to bølgelengdene $\lambda_1 = 579{,}1$ nm og $\lambda_2 = 577{,}0$ nm. Lys fra en slik lampe kommer vinkelrett inn mot et optisk gitter som består av N parallelle spalter med innbyrdes avstand $d = 3{,}000\ \mu$m. Det diffrakterte lyset faller på en skjerm som er plassert i stor avstand fra gitteret og er parallell med dette.

a) Hvor store er avbøyningsvinklene θ_1 og θ_2 for de to bølgelengdene λ_1 og λ_2 i 1. ordens hovedmaksimum?

b) Hvor mange hovedmaksima er det mulig å observere for bølgelengden λ_1?

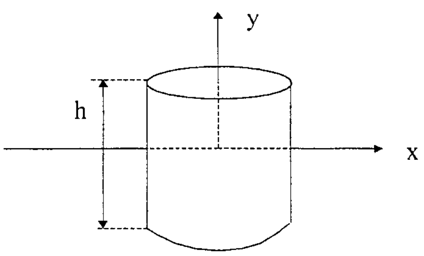
c) Hvor mange spalter må gitteret minst ha for at de to bølgelengdene λ_1 og λ_2 skal kunne skilles fra hverandre i 1. ordens hovedmaksimum?

d) Gitterspaltene har hver en endelig bredde a ($0 < a < d$). Finn hvilken verdi av a som gir null intensitet i 3. ordens hovedmaksimum i interferensmønsteret for monokromatisk lys med generell bølgelengde λ.

e) Skisser kvalitativt intensitetsfordelingen på skjermen som funksjon av $\sin\theta$ for lys med bølgelengde λ når a er som bestemt i pkt d).

Oppgave 2

En homogen, rett sylinder med grunnflate S, høyde h og massetetthet ρ_s flyter i vann med sylinderaksen vertikalt (se figur). Vannets massetetthet er ρ_v og tyngdeakselerasjonen er g.



Sylinderen settes i vertikale svingninger ved å skyves ned i vannet og slippes.

a) Vis at kraften som virker på sylinderen og skyver den tilbake kan skrives som $F_s = -K\cdot y$ når vi setter $y = 0$ i likevektsposisjonen.
Hva blir K?

b) Finn bevegelsesligningen for utslaget y fra likevektsposisjonen når vi ser bort fra friksjonskrefter og vannets treghet. Bestem svingningenes egenfrekvens f_0 og deres periode T_0.

Tallverdier: $\rho_v = 1$ kg/dm^3 , $\rho_s = 0{,}5$ kg/dm^3 , $h = 3$ m , $S = 25$ m^2 , $g = 9{,}8$ m/s^2

c) Vi tenker oss at sylinderen skal brukes i et bølgekraftverk. Den forankres i sjøbunnen og utstyres med maskineri for elektrisitetsproduksjon (samme totalmasse som før). Forankringen gir en kraft på sylinderen av formen $F_R = - R\cdot(dy/dt)$. Friksjonskrefter (som gir ledd av samme form) neglisjeres. Langs vannflaten forplanter det seg nå et transverselt bølgetog i x-retning av formen

$$y_h(x,t) = H\cdot\cos(2\pi x/\lambda - \omega t)$$

der λ er vannbølgenes bølgelengde, ω deres vinkelfrekvens og H deres amplitude. Bølgen setter sylinderen i tvungne, vertikale svingninger i posisjonen x = 0 (Bølgelengden λ er mye større enn sylinderens diameter).
Vis at for vertikalbevegelsen gjelder da en ligning av formen

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\gamma\frac{dy}{dt} + \omega_o^{\,2} y = B\cos(\omega t) \qquad (1)$$

(Hint: Svingesystemet kan nå betraktes som en tvungen svingning med en periodisk kraft på sylinderen fra bølgetoget gitt som $F(t) = S\cdot\rho_v\cdot g\cdot y_h(x,t)$)
Uttrykk γ og B ved de oppgitte størrelsene.
Tallverdier: H = 0,7 m , $T = 2\pi/\omega = 9$ s , $R = 3\cdot10^5$ kg/s.

d) Bruk den oppgitte løsningen av ligning (1) til å finne vertikalsvingningenes amplitude A og fase δ.

Oppgitt: Partikulærløsningen (den "stasjonære" løsningen) av (1) er $y(t) = A\cdot\cos(\omega t + \delta)$

$$A = \frac{B}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_o^{\,2})^2 + 4\gamma^2\omega^2}}$$

$$\delta = \arctan\frac{2\gamma\omega}{\omega^2 - \omega_o^{\,2}} \qquad (-\pi < \delta < 0)$$

e) Vi antar at effekten P(t) absorbert av sylinderen og som kan utnyttes i vårt bølgekraftverk, er

$$P(t) = |F_R\cdot(dy/dt)|$$

Hva blir midlere effekt $\overline{P(t)}$?

Oppgave 3

a) To elektriske ladninger $q_1 = 5{,}6\cdot10^{-8}$ C og $q_2 = 7{,}2\cdot10^{-8}$ C er bundet sammen med en tiltrekkende fjærkraft $F = - k\cdot x$ der k er fjærkonstanten og x er avstanden mellom ladningene. Permittiviteten for luft er $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\ C^2N^{-1}m^{-2}$ og $k = 4{,}3\cdot10^{-3}\ Nm^{-1}$. Hva blir likevektsavstanden mellom ladningene?

b) En kondensator består av to parallelle, sirkelformede plater med radius R = 3,0 cm. Hva er avstanden d mellom platene når kapasitansen er $C_0 = 12{,}5$ pF og det er bare luft i mellomrommet?

c) Mellomrommet fylles så delvis med et dielektrisk materiale med relativ permittivitet $\kappa = 2{,}5$ og med tykkelse d/2, kfr fig a. Hva blir nå kapasitansen C_1?

d) Deretter blir hele mellomrommet mellom platene fylt med det dielektriske materialet, kfr fig b. Hva blir nå kapasitansen C_2?

e) Så blir halvparten av det dielektriske materialet fjernet, slik at det nå fyller mellomrommet bare mellom halvparten av platearealene, kfr fig c.
Hva blir kapasitansen C_3 i dette tilfellet?

Fig a

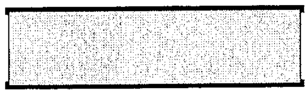


Fig b

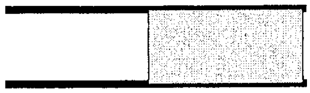
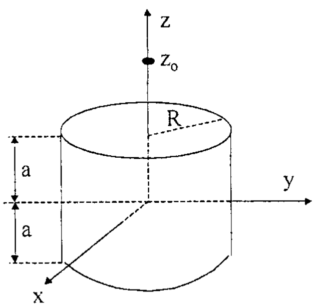


Fig c

Oppgave 4

Sideflaten av en sylinder med lengde 2a og radius R er tilført en ladning Q som er jevnt fordelt over flaten. Endeflatene har ingen ladning. Sylinderaksen ligger langs z-aksen i et kartesisk koordinatsystem med origo midt i sylinderen som vist i figuren.



a) Bestem den elektriske feltstyrken $\vec{E} = \vec{E}(z_0)$ i et punkt z_0 på z-aksen utenfor sylinderen.

Hint: Utnytt symmetrien.

b) Et prøvestykke av et materiale med elektrisk resistivitet ρ er formet som en lang, avkuttet kjegle med lengde L. Toppflatens radius er r_0 og radien r på ethvert sted er gitt ved
$r = r_0 + \alpha \cdot x$ (der α er en konstant)
når toppflaten ligger i yz-planet og x-aksen går langs kjegleaksen (kfr figuren). Elektrisk strøm skal sendes langs kjegleaksen.
Finn et uttrykk for den elektriske motstanden i prøvestykket.