

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE
UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Kåre Olaussen

Telefon: 9 36 52

**Eksamen i fag SIF4004 FYSIKK for
ELEKTROTEKNIKK OG TELEKOMMUNIKASJON**

Onsdag 1. desember 1999

Tid: 09:00—15:00

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator.
K. Rottman: Matematisk formelsamling (alle språkutgaver). O.H. Jahren og K.J. Knudsen: Formelsamling i matematikk. Et a4-ark med fysikkformler for SIF4004, egne notater på dette arket er tillatt.

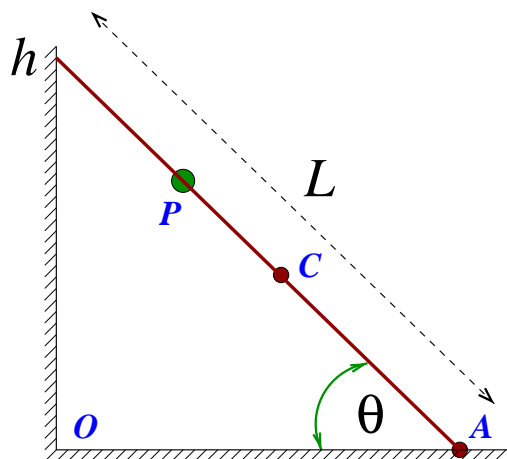
Dette settet er på 3 sider pluss et generelt vedlegg på 3 sider.

Oppgave 1:

En kommunepolitiker P som planla å innta ordførerkontoret på valgnatten hadde utstyrt seg med en stige av lengde L , som antydnet på figuren til høyre. For bedre stabilitet var stigen tyngst nederst, med massetetthet pr. lengdeenhet lik

$$\rho(\ell) = \rho_0 + \rho_1(L - \ell), \quad (1)$$

der ℓ er avstanden fra endepunktet A av stigen. Du kan her se bort fra P i alle delspørsmål unntatt **e**.



- Finn, på symbolsk form, (i) stigens totale masse M , og (ii) avstanden R til massemiddepunktet (tyngdepunktet) C for stigen, målt fra endepunktet A .
- Finn, på symbolsk form, stigens treghetsmoment I_A om akselen som går gjennom endepunktet A og står normalt på papirplanet i figuren. Finn også treghetsmomentet I_C om akselen som går gjennom massemiddepunktet C og står normalt på papirplanet i figuren.

c) Sett

$$L = 10 \text{ m}, \quad \rho_0 = 2 \text{ kg/m}, \quad \rho_1 = 0.6 \text{ kg/m}^2$$

og finn tallverdiene for M , R , I_A og I_C .

- d) Rådhusveggen er så hard og glatt at den kan regnes som friksjonsfri, mens den statiske friksjonskoeffisienten mellom stige og bakkeplan kan regnes å være $\mu_S = 0.5$. Tegn en skisse som viser hvilke krefter som virker på stigen. Prøv å få noenlunde riktige størrelsesforhold mellom kreftene.
- e) For å komme inn på ordførerens kontor må stigen reises til en høyde $h = 6 \text{ m}$ oppetter rådhusveggen. Hva er den maksimale vekt (dvs. masse M_P) som P kunne tillate seg å ha på valgnatten for å kunne klatre opp stigen uten at den begynner å skli? (Siden P er en meget liten og rund politiker kan denne regnes som punktformet.)
- f) På valgnatten reises stigen som planlagt. Hvilken totalenergi E får den (målt i forhold til at den ligger i ro på bakken)? Tyngdens akselerasjon kan settes til $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.
- g) Dessverre for P hadde det lagt seg mye sleipt løv på bakken i løpet av valgdagen, så kontakten mellom stige og bakkeplan viste seg å være fullstendig friksjonsfri. Stigen begynte derfor øyeblikkelig å skli (mens P løp i sikkerhet uten å påvirke den videre utvikling).

Sett opp bevaringsloven for stigen energi, uttrykt ved vinkelen θ , vinkelhastigheten $\omega = d\theta/dt$, og massesenterets posisjon \vec{R}_C og hastighet \vec{V}_C .

- h) Finn massesenterets posisjon \vec{R}_C og hastighet \vec{V}_C uttrykt ved vinkelstørrelsene θ og ω . Bruk dette til å finne bevaringsloven for energi uttrykt ved θ og ω alene.
- i) Finn bevegelsesligningen for den fallende stigen, dvs. en ligning for vinkelakselerasjonen $\alpha = d^2\theta/dt^2$ uttrykt ved θ og ω .
- j) Når stigen hadde sklidd ned til en vinkel θ_0 mistet den kontakten med veggen. Bestem denne vinkelen.

Tips: Kraften fra veggen på stigen kan ikke bli negativ. Hva er sammenhengen mellom denne kraften og akselerasjonen \vec{a}_C av massemiddepunktet?

Oppgave 2:

- a) Vi lar N molekyler av en ideell enatomig gass ved temperaturen T_1 ekspandere isotermt fra volumet V_1 til volumet $V_2 > V_1$. Finn, på symbolsk form, (i) hvilket arbeid W_T som gassen utfører, og (ii) hvilken varmemengde Q som må tilføres gassen.
- b) Hva er entropiendringen ΔS for gassen i prosessen over?
- c) Hvis ekspansjonen istedet skjer adiabatisk fra V_1 til V_2 : Finn, på symbolsk form, (i) hvilket arbeid W_a som gassen utfører, og (ii) hvilken sluttemperatur T_2 gassen får.

- d) To gassflasker er koblet sammen med et rør. På dette er det montert en stoppventil. Den ene flaska inneholder 0.025 m^3 argongass (Ar) ved trykket $p_{Ar} = 7.35 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Den andre flaska inneholder 0.045 m^3 heliumgass (He) ved trykket $p_{He} = 1.46 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Temperaturen er $T = 300 \text{ K}$.
- Hvor mange argon- og helium-atomer er det i de to flaskene?
- e) Vi åpner stoppventilen, og gassene blander seg uten at temperaturen endres. Hva blir trykket i gassblandingen etterpå?
- f) Hva blir den totale entropi-økningen for gassene i denne irreversible blandingsprosessen?
- g) Hva ville trykket etterpå, og entropi-endringen, blitt dersom begge flaskene hadde inneholdt argongass ved samme trykk og temperatur som i punkt **d**?

Oppgave 3:

- a) Hva stor er den termiske kubiske utvidelseskoeffisienten α_V for en ideell gass ved 1 atm og 300 K?
- b) Hvor mye øker lengden av en 50 m lang stålbjelke ved en temperaturøkning på 30 K, når den lineære termiske utvidelseskoeffisienten for stål er $\alpha_L = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$?
- c) Anta at stålbjelken er innspent slik at den ikke *kan* endre volum. Hvor mye vil det ytre trykket på bjelken måtte øke ved temperaturøkningen over?

Oppgitt: Bulkmodul for stål kan her settes til $K = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$.

FORMLER FOR FAG SIF4004 FYSIKK

Denne formelsamlingen (3 sider kopiert ned på et a4-ark) kan tas med på eksamen 1. desember 1999. Det er tillatt å tilføye private notater på arket.

Punktlegemers og stive legemers mekanikk, kraftlover etc.

Newton's 2. lov	$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{p} = \frac{d}{dt}m\vec{v}$	der \vec{F} kan være vektorsum av mange bidrag \vec{p} bevegelsesmengde. Engelsk: <i>Momentum</i>
Newton's 3. lov	$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$	virkning er lik motvirkning
Tyngdekraft	$\vec{F} = m\vec{g} = -mg\hat{e}_z$	$g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$ er tyngdens akselerasjon
Gravitasjonskraft	$\vec{F} = -m_1m_2G\vec{r}/r^3$	der $G = 6.67259 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$
Friksjonskraft (s)	$F_f \leq \mu_s N$	der N er normalkraften (en føringskraft)
Friksjonskraft (k)	$F_f = \mu_k N$	μ_s statisk, μ_k kinetisk friksjonskoeffisient
Fjærkraft	$\vec{F} = -K\vec{r}$	der \vec{r} er utslaget fra likevektsposisjonen
Fra potensial	$\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r})$	for konservative krefter, $\nabla \times \vec{F}(\vec{r}) = 0$
Sentrifugalkraft	$\vec{F}_s = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$	også lik $m\omega^2\vec{r}_\perp$ (der $\vec{r}_\perp \cdot \vec{\omega} = 0$)
Corioliskraft	$\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$	
Kraftmoment	$\vec{M} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$	Engelsk: <i>Moment of force</i>
Dreiemoment	Kraftmoment	når $\sum_i \vec{F}_i = 0$. Engelsk: <i>Torque</i> \vec{T}
Trehetsmoment:	$I = \int d^3r \rho(\vec{r}) r_\perp^2$	r_\perp avstanden til rotasjonsaksen Engelsk: <i>Moment of inertia</i>
Trehetsmoment:	Homogen (i) radius r sylinder: $I = \frac{1}{2}Mr^2$, (ii) radius r kule: $I = \frac{2}{5}Mr^2$, (iii) rektangulær $a \times b$ plate: $I = \frac{1}{2}M(a^2 + b^2)$. M total masse.	
Trehetsmoment:	$I = I_C + M\ell^2$	parallellakse teoremet; ℓ avstand til massesenterakse C
Dreieimpuls	$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i$	Også kalt spinn. Engelsk: <i>Angular momentum</i>
Dreieimpuls	$\vec{L} = I\vec{\omega}$	Brukes forsiktig! Om symmetriakser er OK
Likevektsbetingelse:	$\vec{F} = 0, \vec{M} = 0$	
Spinndynamikk	$\vec{M} = \frac{d}{dt}\vec{L} = \frac{d}{dt}I\vec{\omega}$	med $\vec{\omega}$ vinkelhastigheten.
Arbeid	$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$ (forskyvning), $dW = \vec{T} \cdot d\vec{\theta}$ (dreining)	
Effekt	$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ (forskyvning), $P = \vec{T} \cdot \vec{\omega}$ (dreining)	

Punktlegemers og stive legemers mekanikk, bevaringslover

Total energi E , total bevegelsesmengde \vec{p} , og total dreieimpuls \vec{L} er bevart i et lukket system

Kinetisk energi	$K_t = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 = \frac{1}{2m}\vec{p}^2$	translasjonsbevegelse
Kinetisk energi	$K_r = \frac{1}{2}I\vec{\omega}^2 = \frac{1}{2I}\vec{L}^2$	rotasjonsbevegelse
Potensiell energi	$U = -m\vec{g} \cdot \vec{r}$	i jordens tyngdefelt
Gravitasjonsenergi	$U = -m_1m_2G/r$	G gravitasjonskonstanten
Energi i fjær	$U = \frac{1}{2}Kr^2$	

Kontinuumsmekanikk

Tetthet	$\rho(\vec{r}) = m n(\vec{r})$	n antallstetthet, m molekylmasse, ρ massetetthet
Molekylmasse	$m = A m_u$	A total atomvekt, $m_u = 1.660\,540 \times 10^{-27}$ kg
Mol	$n \text{ mol} = n N_A$	der $N_A = 6.022\,137 \times 10^{23}$ er Avogadro's tall (1000 mol molekyler med atomvekt A veier A kg)
Young's modul E	$E dL = (L/A) dF$	Prøve med lengde L og tykkelse A , strekkraft F
Termisk utvidelse	$dL = \alpha_L L dT$	L lengde, T temperatur, α_L lineær utvidelseskoeff.
Bulkmodul K	$K dV = -(V/A) dF$ $K = -V dP/dV$	Prøve med volum V og overflate A , trykkraft F kalles også kompressibilitet
Termisk utvidelse	$dV = \alpha_V V dT$	L lengde, T temperatur, $\alpha_V = 3\alpha_L$ kubisk utv.koeff.
Skjærmodul G	$G d\phi = (1/A) dF$	ϕ vridningsvinkel, F kraft langs flate A
Volumarbeid	$dW = p dV$	trykk p , volum V
Flatearbeid	$dW = \gamma dA$	Overflatespenning γ , areal A
Strekkarbeid	$dW = F d\ell$	Strekraft F , lengde ℓ
Bernoulli's lov	$\frac{1}{2}v^2 + \mathcal{A} + gh$	er konstant langs strømlinjer. ρ massetetthet, h høyde, $\mathcal{A} = \int_{p_0}^p \frac{dp'}{\rho(p')}$

Masse- og varmetransport

Massestrøm/areal	$\vec{j}_m = \rho \langle \vec{v} \rangle$	Massetetthet ganger midlere hastighet
Massestrøm	$I_m = \frac{\pi r^4}{8} \frac{\rho r^4}{\eta} \frac{dp}{dx}$	Laminært i radius r rør; ρ massetetthet, η viskositet
Varmeledning	$j_Q = \lambda \frac{dT}{dx}$	λ varmeledningskoeffisient, j_Q varmemengde transportert gjennom em flate, pr. areal- og tidsenhet
Varmeovergang	$j_Q = h \Delta T$	h varmeovergangstall (overflate \rightarrow konveksjon)
Stefan-Boltzmann	$j_Q = \varepsilon \sigma T^4$	$\sigma = 5.669\,6 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$. Svart stråling: $\varepsilon = 1$

Termodynamikk, statistisk fysikk

Ideell gasslov	$pV = N k_B T$	med $k_B = 1.380\,658 \times 10^{-23}$ J/K (Boltzmann)
Adiabatisk prosess	$pV^\gamma = p_0 V_0^\gamma$	når $\gamma = C_p/C_V$ er konstant under prosessen
Termodynamisk id.	$T dS = dU + p dV$	innholder i termodynamikkens første lov
Entalpi	$H = U + pV$	nyttig for prosesser under konstant trykk
Fri energi	$F = U - TS$	Helmholts fri energi
Fri entalpi	$G = H - TS$	Gibbs fri entalpi (også kalt Gibbs fri energi)
Ekvipartisjonspri.	$C_V = \frac{1}{2} f N k_B$	Enatomig gass: $f = 3$, toatomig: $f = 5$.
Dulong-Petit	$C = 3 N k_B$	for <i>solider</i>
RMS-hastighet	$v_{\text{rms}}^2 = 3 k_B T / m$	Midlere kvadratiske hastighet
Maxwellfordeling	$\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-m\vec{v}^2/2k_B T}$	sannsynlighetstetthet for hastighet \vec{v}

Noen fysiske konstanter

$$m_e = 9.109\,390 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$k_B = 1.380\,658 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa (kg/ms}^2)$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$m_u = 1.660\,540 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$R = N_A k_B = 8.314\,510 \text{ J/mol K}$$

$$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273.16 \text{ K}$$

$$G = 6.672\,59 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$$

$$N_A = 6.022\,137 \cdot 10^{23} = 1 \text{ g}/m_u$$

$$\sigma = 5.670\,51 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$$

$$N_2 : A = 28, \text{ O}_2 : A = 32$$

Dekadiske prefikser

E	exa	10^{18}	P	peta	10^{15}
T	tera	10^{12}	G	giga	10^9
M	mega	10^6	k	kilo	10^3
h	hekto	10^2	da	deka	10^1
d	desi	10^{-1}	c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}	μ	mikro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}	p	piko	10^{-12}
f	femto	10^{-15}	a	atto	10^{-18}

Størrelse

SI-enhet

Navn	Vanlig symbol	Navn	Symbol
Vinkelfrekvens	ω	invers-sekund	s^{-1}
Vinkelakselerasjon	α	sekund $^{-2}$	s^{-2}
Vinkel	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	radian	rad
Romvinkel	Ω	steradian	sr
Lengde	l	meter	m
Areal	A	kvadratmeter	m^2
Volum	V	kubikmeter	m^3
Tid	t	sekund	s
Hastighet	u, v	meter pr. sekund	m/s
Frekvens	f, ν	Hertz	$\text{Hz}=\text{s}^{-1}$
Bølgelengde	λ	meter	m
Masse	m	kilogram	kg
Kraft	F	Newton	$\text{N}=\text{kgm/s}^2$
Trykk	p	Pascal	$\text{Pa}=\text{N/m}^2$
Arbeid	A, W	Joule	$\text{J}=\text{kgm}^2/\text{s}^2$
Energi	E, W	Joule	$\text{J}=\text{Ws}$
Effekt	P	Watt	$\text{W}=\text{J/s}$
Termodynamisk temperatur	T, Θ	Kelvin	K
Celsiustemperatur	T, t, Θ	grad Celcius	$^\circ\text{C}$
Varme, varmemengde	Q	Joule	$\text{J}=\text{VAs}$
Varmestrøm	I_Q	Watt	$\text{J/s}=\text{W}$
Varmestrømtetthet	j_Q	Watt pr. m^2	$\text{J/m}^2\text{s}=\text{W/m}^2$