

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE
UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

**Prøve-eksamen i fag SIF4004 FYSIKK for
ELEKTRONIKK OG TEKNISK KYBERNETIKK**

Onsdag 22. november 2000

Tid: 22. november — 27. november

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator.

K. Rottman: Matematisk formelsamling (alle
språkutgaver). O.H. Jahren og K.J. Knudsen:

Formelsamling i matematikk. Et a4-ark med fysikkformler
for SIF4004, egne notater på dette arket er tillatt.

Dette settet er på 3 sider pluss et generelt vedlegg på 3 sider.

Dette oppgavesettet utgjør øving 14 og 15 i kurset, og er samtidig ment å gi en indikasjon på formatet av eksamenssettet, samt type og vanskelighetsgrad på oppgavene dere vil få til eksamen.

Oppgave 1:

Ett helt firkantet badekar, med innvendig lengde 180 cm, bredde 50 cm, og høyde 40 cm, er fylt med 300 kg godt og varmt badevann med temperatur 60°C.

- Hvor høyt står vannet i karet?
- Hvor mye stiger vannstanden i karet når du legger en 50 kg isklump av temperatur -20°C opp i det?
- Hva blir temperaturen til badevannet etter at isklumpen har smeltet? Se bort fra varmetap til omgivelsene.
- Hvor mye har vannstanden i badekaret endret seg når isen har smeltet?
- Hvor mye ville vannstanden i verdenshavene stige hvis all isen på Nordpolen smeltet?

Oppgitt:

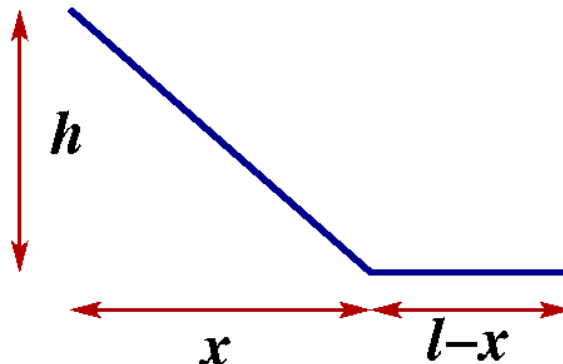
Du kan sette egenvekten til vann ved 4°C til $\rho_{\text{vann}} = 1000 \text{ kg/m}^3$, den kubiske termiske utvidelseskoeffisienten for vann lik $\alpha_{\text{S,vann}} = 2.1 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, og den spesifikke varmekapasiteten til vann lik $c_{\text{vann}} = 4180 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$.

Du kan sette egenvekten til is ved 0°C til $\rho_{\text{is}} = 917 \text{ kg/m}^3$, den kubiske termiske utvidelseskoeffisienten til is lik $\alpha_{\text{S,is}} = 1.5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, den spesifikke varmekapasiteten til is lik $c_{\text{is}} = 2220 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$, og smeltevarmen til is lik $330\,000 \text{ J kg}^{-1}$.

Du kan sette egenvekten til luft lik 1.3 kg/m^3 .

Oppgave 2:

Ovarennet til storbakken i Granåsen skal ombygges til et anlegg som er mer i pakt med tidens krav til modernitet og effektivitet. Spesielt, for å få bedre tid til reklamesendinger, skal det konstrueres slik at hopperen bruker minst mulig tid fra toppen av ovarennet til hoppkanten. Vi ser for oss en løsning som skissert på figuren til høyre, der lengden ℓ er bestemt av geografiske forhold i Granåsen til $\ell = 50$ m.



- Høyden h skal bestemmes slik at en punktformet prøvehopper som glir uten bremsende krefter fra toppen av ovarennet får en hastighet av 100 km/h på hoppkanten. Bestem h .
- Bestem, for en gitt x ($0 < x < \ell$), tiden t_1 som det tar å renne ned den skrå delen av ovarennet, og tiden t_2 som det tar å renne den horisontale delen. Anta fortsatt at det ikke virker bremsende krefter.
- Bestem hvilken x som gir minst totaltid $t_{\text{tot}} = t_1 + t_2$, regn ut t_{tot} for dette tilfellet.
- Angi hvilke bremsende krefter som vil være til stede i virkeligheten, og hvordan du tror de vil avhenge av bevegelsen.
- Sett opp en bevegelsesligning for hopperen basert på din analyse i forrige punkt. Du trenger ikke å løse denne ligningen.
- Anlegget skal også brukes på sommertid, der friksjon mot underlaget må tas i betraktning. Anta at den kinetiske friksjonskoeffisienten er $\mu = 0.1$, og regn ut hvor lang totaltid t_{tot} det tar å renne ned ovarennet i dette tilfellet.
- Du bestemmer deg for å justere avstanden x slik at totaltiden t_{tot} blir minst mulig når man tar hensyn til en kinetisk friksjonskoeffisient $\mu = 0.1$. Hva blir x og t_{tot} i dette tilfellet?

Oppgave 3:

Anta at jorda er helt kuleformet, med omkrets 40 000 km, og har samme tetthet overalt. Jorda roterer en omdreining i løpet av 86 164 sekunder. Hva er jordas rotasjonsenergi?

Kommentar: Du ville ikke fått oppgitt jordas masse under en virkelig eksamen, så du bør prøve å løse dette problemet uten andre opplysninger enn de som står i den vedlagte formelsamlingen.

Oppgave 4:

En (ganske) solid tønne med diameter $D = 4$ m og høyde $H = 3$ m er senket til bunns (110 m dyp) i Barentshavet, der den står fast forankret og vertikalt. Inne i tønna er det i utgangspunktet et trykk $p_0 = 1$ atm og en temperatur $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

- a) Temperaturen synker etterhvert til $T_1 = 4^\circ\text{C}$. Hva blir trykket p_1 i tønna da?
- b) På toppen av tønna er det en liten luke som bryter sammen, slik at vannet strømmer inn. Til hvilken høyde h_1 (målt fra bunnen) vil vannet stige i tønna hvis innstrømmingen skjer så langsomt at temperaturen i tønna holder seg konstant lik T_1 ?
- c) Til hvilken høyde h_2 vil vannet stige i tønna dersom innstrømmingen skjer så raskt at luften i tønna kan antas å bli presset adiabatisk sammen. Hva blir slutt-temperaturen T_2 i tønna da?
- d) Skriv ned Bernoulli's lov, forenklet til en form som er gyldig for inkompressible væsker (som vann fra Barentshavet).
- d) Anta at luka er rund, med diameter $d = 5$ cm. Bestem (som formeluttrykk) hastigheten som vannet strømmer inn i tønna med når det innvendige trykket er p .
- e) Sett opp en differensialligning for vannstanden h inne i tønna, under forutsetning av at temperaturen er konstant lik T_1 .
- f) Løs ligningen du fant i forrige punkt.

FORMLER FOR FAG SIF4004 FYSIKK

Denne formelsamlingen (3 sider kopiert ned på et a4-ark) kan tas med på eksamen 29. november 2000. Det er tillatt å tilføye private notater på arket.

Punktlegemers og stive legemers mekanikk, kraftlover etc.

Newton's 2. lov	$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{p} = \frac{d}{dt}m\vec{v}$	der \vec{F} kan være vektorsum av mange bidrag \vec{p} bevegelsesmengde. Engelsk: <i>Momentum</i>
Newton's 3. lov	$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$	virkning er lik motvirkning
Tyngdekraft	$\vec{F} = m\vec{g} = -mg\hat{e}_z$	$g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$ er tyngdens akselerasjon
Gravitasjonskraft	$\vec{F} = -m_1m_2G\vec{r}/r^3$	der $G = 6.67259 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$
Friksjonskraft (s)	$F_f \leq \mu_s N$	der N er normalkraften (en føringskraft)
Friksjonskraft (k)	$F_f = \mu_k N$	μ_s statisk, μ_k kinetisk friksjonskoeffisient
Fjærkraft	$\vec{F} = -K\vec{r}$	der \vec{r} er utslaget fra likevektsposisjonen
Fra potensial	$\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r})$	for konservative krefter, $\nabla \times \vec{F}(\vec{r}) = 0$
Sentrifugalkraft	$\vec{F}_s = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$	også lik $m\omega^2\vec{r}_\perp$ (der $\vec{r}_\perp \cdot \vec{\omega} = 0$)
Corioliskraft	$\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$	
Kraftmoment	$\vec{M} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$	Engelsk: <i>Moment of force</i>
Dreiemoment	Kraftmoment	når $\sum_i \vec{F}_i = 0$. Engelsk: <i>Torque</i> \vec{T}
Masse(tetthet)	$M = \int d^3r \rho(\vec{r})$	M masse, ρ massetetthet
Massesenter	$M\vec{R}_C = \int d^3r \rho(\vec{r})\vec{r}$	der \vec{R}_C er massesenteret (massemiddelpunktet)
Trehetsmoment:	$I = \int d^3r \rho(\vec{r}) r_\perp^2$	r_\perp avstanden til rotasjonsaksen Engelsk: <i>Moment of inertia</i>
Trehetsmoment:	Homogen (i) radius r sylinder: $I = \frac{1}{2}Mr^2$, (ii) radius r kule: $I = \frac{2}{5}Mr^2$, (iii) rektangulær $a \times b$ plate: $I = \frac{1}{2}M(a^2 + b^2)$. M total masse.	
Trehetsmoment:	$I = I_C + M\ell^2$	parallellakse teoremet; ℓ avstand til massesenterakse C
Dreieimpuls	$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times m_i\vec{v}_i$	Også kalt spinn. Engelsk: <i>Angular momentum</i>
Dreieimpuls	$\vec{L} = I\vec{\omega}$	Brukes forsiktig! Om symmetriakser gjennom \vec{R}_C er OK
Likevektsbetingelse:	$\vec{F} = 0, \vec{M} = 0$	
Spinndynamikk	$\vec{M} = \frac{d}{dt}\vec{L} = \frac{d}{dt}I\vec{\omega}$	med $\vec{\omega}$ vinkelhastigheten ($\omega = \frac{2\pi}{T}$).
Arbeid	$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$ (forskyvning), $dW = \vec{T} \cdot d\vec{\theta}$ (dreining)	
Effekt	$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ (forskyvning), $P = \vec{T} \cdot \vec{\omega}$ (dreining)	

Punktlegemers og stive legemers mekanikk, bevaringslover

Total energi E , total bevegelsesmengde \vec{p} , og total dreieimpuls \vec{L} er bevart i et lukket system		
Kinetisk energi	$K_t = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 = \frac{1}{2m}\vec{p}^2$	translasjonsbevegelse
Kinetisk energi	$K_r = \frac{1}{2}I\vec{\omega}^2 = \frac{1}{2I}\vec{L}^2$	rotasjonsbevegelse
Potensiell energi	$U = -m\vec{g} \cdot \vec{r}$	i jordens tyngdefelt
Gravitasjonsenergi	$U = -m_1m_2G/r$	G gravitasjonskonstanten
Energi i fjær	$U = \frac{1}{2}Kr^2$	

Kontinuumsmekanikk

Tetthet	$\rho(\vec{r}) = m n(\vec{r})$	n antallstetthet, m molekylmasse, ρ massetetthet
Molekylmasse	$m = A m_u$	A total atomvekt, $m_u = 1.660\,540 \times 10^{-27}$ kg
Mol	$n \text{ mol} = n N_A$	der $N_A = 6.022\,137 \times 10^{23}$ er Avogadro's tall (1000 mol molekyler med atomvekt A veier A kg)
Young's modul E	$E dL = (L/A) dF$	Prøve med lengde L og tykkelse A , strekkraft F
Termisk utvidelse	$dL = \alpha_L L dT$	L lengde, T temperatur, α_L lineær utvidelseskoeff.
Bulkmodul K	$K dV = -(V/A) dF$ $K = -V dP/dV$	Prøve med volum V og overflate A , trykkraft F kalles også kompressibilitet
Termisk utvidelse	$dV = \alpha_V V dT$	L lengde, T temperatur, $\alpha_V = 3\alpha_L$ kubisk utv.koeff.
Skjærmodul G	$G d\phi = (1/A) dF$	ϕ vridningsvinkel, F kraft langs flate A
Volumarbeid	$dW = p dV$	trykk p , volum V
Flatearbeid	$dW = \gamma dA$	Overflatespenning γ , areal A
Strekkarbeid	$dW = F d\ell$	Strekraft F , lengde ℓ
Bernoulli's lov	$\frac{1}{2}v^2 + \mathcal{A} + gh$	er konstant langs strømlinjer. ρ massetetthet, h høyde, $\mathcal{A} = \int_{p_0}^p \frac{dp'}{\rho(p')}$

Masse- og varmetransport

Massestrøm/areal	$\vec{j}_m = \rho \langle \vec{v} \rangle$	Massetetthet ganger midlere hastighet
Massestrøm	$I_m = \frac{\pi r^4}{8} \frac{\rho r^4}{\eta} \frac{dp}{dx}$	Laminært i radius r rør; ρ massetetthet, η viskositet
Varmeledning	$j_Q = \lambda \frac{dT}{dx}$	λ varmeledningskoeffisient, j_Q varmemengde transportert gjennom en flate, pr. areal- og tidsenhet
Varmeovergang	$j_Q = h \Delta T$	h varmeovergangstall (overflate \rightarrow konveksjon)
Stefan-Boltzmann	$j_Q = \varepsilon \sigma T^4$	$\sigma = 5.669\,6 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$. Svart stråling: $\varepsilon = 1$

Termodynamikk, statistisk fysikk

Ideell gasslov	$pV = N k_B T$	med $k_B = 1.380\,658 \times 10^{-23}$ J/K (Boltzmann)
Adiabatisk prosess	$pV^\gamma = p_0 V_0^\gamma$	når $\gamma = C_p/C_V$ er konstant under prosessen
Termodynamisk id.	$TdS = dU + pdV$	innholder i termodynamikkens første lov
Entalpi	$H = U + pV$	nyttig for prosesser under konstant trykk
Fri energi	$F = U - TS$	Helmholts fri energi
Fri entalpi	$G = H - TS$	Gibbs fri entalpi (også kalt Gibbs fri energi)
Ekvipartisjonspri.	$C_V = \frac{1}{2} f N k_B$	Enatomig gass: $f = 3$, toatomig: $f = 5$.
Dulong-Petit	$C = 3N k_B$	for <i>solider</i>
RMS-hastighet	$v_{\text{rms}}^2 = 3k_B T/m$	Midlere kvadratiske hastighet
Maxwellfordeling	$\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-m\vec{v}^2/2k_B T}$	sannsynlighetstetthet for hastighet \vec{v}

Noen fysiske konstanter

$$m_e = 9.109\,390 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$k_B = 1.380\,658 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa (kg/ms}^2\text{)}$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$m_u = 1.660\,540 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$R = N_A k_B = 8.314\,510 \text{ J/mol K}$$

$$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273.16 \text{ K}$$

$$G = 6.672\,59 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$$

$$N_A = 6.022\,137 \cdot 10^{23} = 1 \text{ g}/m_u$$

$$\sigma = 5.670\,51 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$$

$$N_2 : A = 28, \text{ O}_2 : A = 32$$

Dekadiske prefikser

E	exa	10^{18}	P	peta	10^{15}
T	tera	10^{12}	G	giga	10^9
M	mega	10^6	k	kilo	10^3
h	hekto	10^2	da	deka	10^1
d	desi	10^{-1}	c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}	μ	mikro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}	p	piko	10^{-12}
f	femto	10^{-15}	a	atto	10^{-18}

Størrelse

SI-enhet

Navn	Vanlig symbol	Navn	Symbol
Vinkelfrekvens	ω	invers-sekund	s^{-1}
Vinkelakselerasjon	α	sekund $^{-2}$	s^{-2}
Vinkel	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	radian	rad
Romvinkel	Ω	steradian	sr
Lengde	ℓ	meter	m
Areal	A	kvadratmeter	m^2
Volum	V	kubikmeter	m^3
Tid	t	sekund	s
Hastighet	u, v	meter pr. sekund	m/s
Frekvens	f, ν	Hertz	$\text{Hz}=\text{s}^{-1}$
Bølgelengde	λ	meter	m
Masse	m	kilogram	kg
Kraft	F	Newton	$\text{N}=\text{kgm}/\text{s}^2$
Trykk	p	Pascal	$\text{Pa}=\text{N}/\text{m}^2$
Arbeid	A, W	Joule	$\text{J}=\text{kgm}^2/\text{s}^2$
Energi	E, W	Joule	$\text{J}=\text{Ws}$
Effekt	P	Watt	$\text{W}=\text{J}/\text{s}$
Termodynamisk temperatur	T, Θ	Kelvin	K
Celsiustemperatur	T, t, Θ	grad Celcius	$^\circ\text{C}$
Varme, varmemengde	Q	Joule	$\text{J}=\text{VAs}$
Varmestrøm	I_Q	Watt	$\text{J}/\text{s}=\text{W}$
Varmestrømtetthet	j_Q	Watt pr. m^2	$\text{J}/\text{m}^2\text{s}=\text{W}/\text{m}^2$