

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE
UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Kåre Olaussen

Telefon: 93652

**Eksamen i fag SIF4004 FYSIKK for
ELEKTRONIKK OG TEKNISK KYBERNETIKK**

Onsdag 29. november 2000

Tid: 09:00–15:00

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator.

K. Rottman: Matematisk formelsamling (alle

språkutgaver). O.H. Jahren og K.J. Knudsen:

Formelsamling i matematikk. Et A4-ark med fysikkformler for SIF4004, egne notater på dette arket er tillatt.

Dette settet er på 3 sider pluss et generelt vedlegg på 3 sider.

Oppgave 1:

- a) Tyngdens akselerasjon g og Newton's gravitasjonskonstant G står oppgitt i vedlegget. Anta at jorda er helt kuleformet, med omkrets $O_j = 40\,000$ km.

Hva er jordas masse, M_j ?

- b) Hva er jordas midlere massetetthet, ρ_j ?

- c) Anta for enkelhets skyld jordas massetetthet er konstant gjennom det hele.

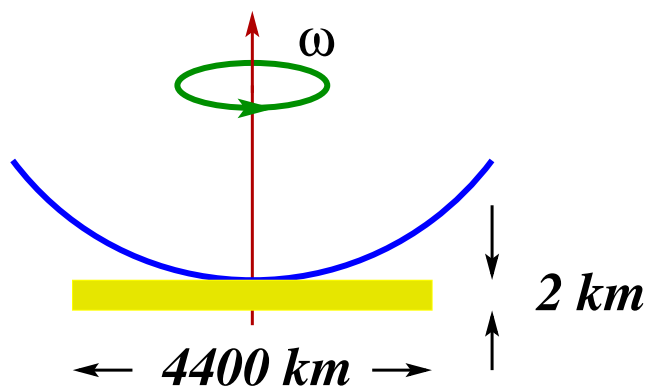
Hva er jordas treghetsmoment I_j om rotasjonsaksen gjennom polene?

- d) Jorda roterer en omdreining i løpet av 86 164 sekunder. Hva er jordas rotasjonsenergi?

e)

I det følgende skal du ta eksplisitt hensyn til at det ligger en stor ismasse i Antarktis (rundt sydpolen). Se for enkelhets skyld på denne som en flat, sirkulær og homogen skive med radius 2 200 km og tykkelse 2 km, med jordas rotasjonsakse gjennom sentrum av skiva og normalt på denne, som skissert på figuren til høyre. Du kan sette massetettheten til is til 917 kg/m^3 .

Hva er treghetsmomentet I_{is} til denne ismassen, målt i forhold til rotasjonsaksen gjennom polene?



f) Anta at hele ismassen i Antarktis smelter, og fordeler seg som vann jevnt over hele jordas overflate.

Hvor tykt blir dette vannlaget?

g) Hvor mye endrer døgnet lengde seg på grunn av nedsmeltingen over?

h)

På grunn av rotasjonen er ikke jorda helt kuleformet. Anta at jordoverflaten overalt står normalt på den effektive tyngdeakselerasjonen

$$\vec{g}_{\text{eff}} \approx -\frac{GM_j \vec{r}}{R_j^3} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}), \quad (1)$$

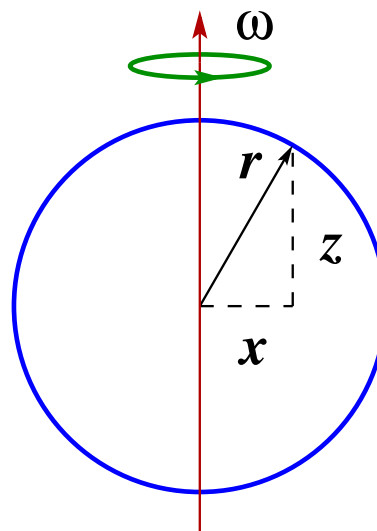
der $-\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = \omega^2 \vec{r}_{\perp}$ er "sentrifugalakselerasjonen" ved overflaten, og \vec{r} er en vektor fra jordas sentrum til overflaten.

Vis at jordoverflaten kan beskrives som en ellipsoide,

$$(1 - \varepsilon)(x^2 + y^2) + z^2 = R_j^2, \quad (2)$$

og bestem parameteren ε .

Tips: Pga. rotasjonssymmetri er det tilstrekkelig å analysere hvordan jordoverflaten snitter xz -planet, dvs. sette $y = 0$ og f.eks. finne et uttrykk for dz/dx , der $z(x)$ beskriver kurven der jordoverflaten snitter xz -planet.



Opgave 2:

a) Jern har atomvekt 55.8. Hva er den spesifikke varmekapasiteten c_{jern} til jern ifølge Dulong og Petit's lov?

b) Temperaturen i jordskorpa øker med ca. 20 K pr. km dybde (nær overflaten). Dette betyr at det går en varmestrøm fra jordas indre til overflaten. Jordskorpa (som er en dårlig varmeleder) har en termisk ledningsevne $\lambda = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Hvor stor er varmestrømtettheten (varmeffluksen) j_Q fra jordas indre til overflaten?

c) Hvor stor er den totale varmestrømmen I_Q til overflaten?

d) Som en grovt forenklet modell antar vi at jordskorpa er 250 km tykk, og at alt innenfor dette består av jern med massetetthet[†] $\rho_{\text{jern}} = 7900 \text{ kg/m}^3$. Siden jern er en ganske god varmeleder antar vi at jordtemperaturen T nedenfor 250 km dybde er konstant.

Hva er varmekapasiteten C_V til jorda innenfor jordskorpa?

[†] Merk at ρ_{jern} ikke stemmer helt med størrelsen ρ_j som skulle regnes ut i oppgave 1b.

e) Anta at jordas overflate har temperaturen 290 K. Hva er den indre energien U til jorda innenfor jordskorpa?

- f) Med varmestrømmen I_Q , hvor lang tid vil det ta å kjøle ned temperaturen i jordas indre med 1 K?
- g) Anta at temperaturen ved jordas overflate holdes konstant lik 290 K.
Hvor lang tid vil det ta å kjøle ned temperaturen i jordas indre til 1000 K?

Oppgave 3:

En ubåt har sunket til bunns i Barentshavet, og ligger hjelpeløs på 200 m dyp. Båten har to opprinnelig tette rom av volum $V_0 = 40 \text{ m}^3$, som er isolert fra hverandre. I begge er temperaturen $T_0 = 18^\circ \text{ C}$, og trykket $p = 1 \text{ atm}$. Tettheten til sjøvann kan settes til 1020 kg/m^3 .

- a) Hva er trykket p_1 utenfor ubåten?
- b) En luke inn til det ene rommet bryter sammen og vannet strømmer inn. Dette skjer så raskt at luften i rommet kan antas å bli presset sammen adiabatisk, helt til trykket i den gjenværende luftlommen er lik trykket utenfor båten. Her, og i alle punktene nedenfor, antas det at ingen luft slipper ut av ubåten. Du kan neglisjere høydeforskjeller inne i ubåten, da disse vil være små i forhold til dybden 200 m.
Hva er temperaturen T_1 i luftlommen etter den adiabatiske sammenpressingen?
- c) Hvor mye arbeid utføres på luften i dette rommet under sammenpressingen?
- d) Temperaturen i den gjenværende luftlommen synker etterhvert til $T_2 = 4^\circ \text{ C}$. Hvilket volum V_2 har luftlommen etter dette?
- e) Temperaturen i det andre rommet har sunket til $T_2 = 4^\circ \text{ C}$ før en liten ventil bryter sammen slik at vannet strømmer inn. Dette skjer så langsomt at temperaturen i rommet forblir konstant lik T_2 .
Hvilken hastighet v har vannstrålen inn i dette rommet til å begynne med?
- f) Anta at vannet strømmer inn gjennom et hull av areal 1 cm^2 . Sett opp en differensialligning for hvordan volumet av luften i dette rommet vil endre seg med tiden.

FORMLER FOR FAG SIF4004 FYSIKK

Denne formelsamlingen (3 sider kopiert ned på et a4-ark) kan tas med på eksamen 29. november 2000. Det er tillatt å tilføye private notater på arket.

Punktlegerers og stive legemers mekanikk, kraftlover etc.

Newton's 2. lov	$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{p} = \frac{d}{dt}m\vec{v}$	der \vec{F} kan være vektorsum av mange bidrag \vec{p} bevegelsesmengde. Engelsk: <i>Momentum</i>
Newton's 3. lov	$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$	virkning er lik motvirkning
Tyngdekraft	$\vec{F} = m\vec{g} = -mg\hat{e}_z$	$g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$ er tyngdens akselerasjon
Gravitasjonskraft	$\vec{F} = -m_1m_2G\vec{r}/r^3$	der $G = 6.67259 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$
Friksjonskraft (s)	$F_f \leq \mu_s N$	der N er normalkraften (en føringskraft)
Friksjonskraft (k)	$F_f = \mu_k N$	μ_s statisk, μ_k kinetisk friksjonskoeffisient
Fjærkraft	$\vec{F} = -K\vec{r}$	der \vec{r} er utslaget fra likevektsposisjonen
Fra potensial	$\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r})$	for konservative krefter, $\nabla \times \vec{F}(\vec{r}) = 0$
Sentrifugalkraft	$\vec{F}_s = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$	også lik $m\omega^2\vec{r}_\perp$ (der $\vec{r}_\perp \cdot \vec{\omega} = 0$)
Corioliskraft	$\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$	
Kraftmoment	$\vec{M} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$	Engelsk: <i>Moment of force</i>
Dreiemoment	Kraftmoment	når $\sum_i \vec{F}_i = 0$. Engelsk: <i>Torque</i> \vec{T}
Masse(tetthet)	$M = \int d^3r \rho(\vec{r})$	M masse, ρ massetetthet
Massesenter	$M\vec{R}_C = \int d^3r \rho(\vec{r})\vec{r}$	der \vec{R}_C er massesenteret (massemiddelpunktet)
Trehetsmoment:	$I = \int d^3r \rho(\vec{r})r_\perp^2$	r_\perp avstanden til rotasjonsaksen Engelsk: <i>Moment of inertia</i>
Trehetsmoment:	Homogen (i) radius r sylinder: $I = \frac{1}{2}Mr^2$, (ii) radius r kule: $I = \frac{2}{5}Mr^2$, (iii) rektangulær $a \times b$ plate: $I = \frac{1}{2}M(a^2 + b^2)$. M total masse.	
Trehetsmoment:	$I = I_C + M\ell^2$	parallellakse-teoremet; ℓ avstand til massesenterakse C
Dreieimpuls	$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times m_i\vec{v}_i$	Også kalt spinn. Engelsk: <i>Angular momentum</i>
Dreieimpuls	$\vec{L} = I\vec{\omega}$	Brukes forsiktig! Om symmetriakser gjennom \vec{R}_C er OK
Likevektsbetingelse:	$\vec{F} = 0, \vec{M} = 0$	
Spinndynamikk	$\vec{M} = \frac{d}{dt}\vec{L} = \frac{d}{dt}I\vec{\omega}$	med $\vec{\omega}$ vinkelhastigheten ($\omega = \frac{2\pi}{T}$).
Arbeid	$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$ (forskyvning), $dW = \vec{T} \cdot d\vec{\theta}$ (dreining)	
Effekt	$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ (forskyvning), $P = \vec{T} \cdot \vec{\omega}$ (dreining)	

Punktlegerers og stive legemers mekanikk, bevaringslover

Total energi E , total bevegelsesmengde \vec{p} , og total dreieimpuls \vec{L} er bevart i et lukket system		
Kinetisk energi	$K_t = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 = \frac{1}{2m}\vec{p}^2$	translasjonsbevegelse
Kinetisk energi	$K_r = \frac{1}{2}I\vec{\omega}^2 = \frac{1}{2I}\vec{L}^2$	rotasjonsbevegelse
Potensiell energi	$U = -m\vec{g} \cdot \vec{r}$	i jordens tyngdefelt
Gravitasjonsenergi	$U = -m_1m_2G/r$	G gravitasjonskonstanten
Energi i fjær	$U = \frac{1}{2}Kr^2$	

Kontinuumsmekanikk

Tetthet	$\rho(\vec{r}) = m n(\vec{r})$	n antallstetthet, m molekylmasse, ρ massetetthet
Molekylmasse	$m = A m_u$	A total atomvekt, $m_u = 1.660\,540 \times 10^{-27}$ kg
Mol	$n \text{ mol} = n N_A$	der $N_A = 6.022\,137 \times 10^{23}$ er Avogadro's tall (1000 mol molekyler med atomvekt A veier A kg)
Young's modul E	$E dL = (L/A) dF$	Prøve med lengde L og tykkelse A , strekkraft F
Termisk utvidelse	$dL = \alpha_L L dT$	L lengde, T temperatur, α_L lineær utvidelseskoeff.
Bulkmodul K	$K dV = -(V/A) dF$ $K = -V dP/dV$	Prøve med volum V og overflate A , trykkraft F kalles også kompressibilitet
Termisk utvidelse	$dV = \alpha_V V dT$	L lengde, T temperatur, $\alpha_V = 3\alpha_L$ kubisk utv.koeff.
Skjærmodul G	$G d\phi = (1/A) dF$	ϕ vridningsvinkel, F kraft langs flate A
Volumarbeid	$dW = p dV$	trykk p , volum V
Flatearbeid	$dW = \gamma dA$	Overflatespenning γ , areal A
Strekkarbeid	$dW = F d\ell$	Strekraft F , lengde ℓ
Bernoulli's lov	$\frac{1}{2}v^2 + \mathcal{A} + gh$	er konstant langs strømlinjer. ρ massetetthet, h høyde, $\mathcal{A} = \int_{p_0}^p \frac{dp'}{\rho(p')}$

Masse- og varmetransport

Massestrøm/areal	$\vec{j}_m = \rho \langle \vec{v} \rangle$	Massetetthet ganger midlere hastighet
Massestrøm	$I_m = \frac{\pi r^4}{8} \frac{\rho r^4}{\eta} \frac{dp}{dx}$	Laminært i radius r rør; ρ massetetthet, η viskositet
Varmeledning	$j_Q = \lambda \frac{dT}{dx}$	λ varmeledningskoeffisient, j_Q varmemengde transportert gjennom en flate, pr. areal- og tidsenhet
Varmeovergang	$j_Q = h \Delta T$	h varmeovergangstall (overflate \rightarrow konveksjon)
Stefan-Boltzmann	$j_Q = \varepsilon \sigma T^4$	$\sigma = 5.669\,6 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$. Svart stråling: $\varepsilon = 1$

Termodynamikk, statistisk fysikk

Ideell gasslov	$pV = N k_B T$	med $k_B = 1.380\,658 \times 10^{-23}$ J/K (Boltzmann)
Adiabatisk prosess	$pV^\gamma = p_0 V_0^\gamma$	når $\gamma = C_p/C_V$ er konstant under prosessen
Termodynamisk id.	$T dS = dU + p dV$	innholder i termodynamikkens første lov
Entalpi	$H = U + pV$	nyttig for prosesser under konstant trykk
Fri energi	$F = U - TS$	Helmholts fri energi
Fri entalpi	$G = H - TS$	Gibbs fri entalpi (også kalt Gibbs fri energi)
Ekvipartisjonspri.	$C_V = \frac{1}{2} f N k_B$	Enatomig gass: $f = 3$, toatomig: $f = 5$.
Dulong-Petit	$C = 3 N k_B$	for <i>solider</i>
RMS-hastighet	$v_{\text{rms}}^2 = 3 k_B T / m$	Midlere kvadratiske hastighet
Maxwellfordeling	$\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-m\vec{v}^2/2k_B T}$	sannsynlighetstetthet for hastighet \vec{v}

Noen fysiske konstanter

$$m_e = 9.109\,390 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$k_B = 1.380\,658 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa (kg/ms}^2)$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$m_u = 1.660\,540 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$R = N_A k_B = 8.314\,510 \text{ J/mol K}$$

$$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273.16 \text{ K}$$

$$G = 6.672\,59 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$$

$$N_A = 6.022\,137 \cdot 10^{23} = 1 \text{ g}/m_u$$

$$\sigma = 5.670\,51 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$$

$$N_2 : A = 28, \text{ O}_2 : A = 32$$

Dekadiske prefikser

E	exa	10^{18}	P	peta	10^{15}
T	tera	10^{12}	G	giga	10^9
M	mega	10^6	k	kilo	10^3
h	hekto	10^2	da	deka	10^1
d	desi	10^{-1}	c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}	μ	mikro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}	p	piko	10^{-12}
f	femto	10^{-15}	a	atto	10^{-18}

Størrelse

SI-enhet

Navn	Vanlig symbol	Navn	Symbol
Vinkelfrekvens	ω	invers-sekund	s^{-1}
Vinkelakselerasjon	α	sekund $^{-2}$	s^{-2}
Vinkel	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	radian	rad
Romvinkel	Ω	steradian	sr
Lengde	ℓ	meter	m
Areal	A	kvadratmeter	m^2
Volum	V	kubikmeter	m^3
Tid	t	sekund	s
Hastighet	u, v	meter pr. sekund	m/s
Frekvens	f, ν	Hertz	$\text{Hz} = \text{s}^{-1}$
Bølgelengde	λ	meter	m
Masse	m	kilogram	kg
Kraft	F	Newton	$\text{N} = \text{kgm/s}^2$
Trykk	p	Pascal	$\text{Pa} = \text{N/m}^2$
Arbeid	A, W	Joule	$\text{J} = \text{kgm}^2/\text{s}^2$
Energi	E, W	Joule	$\text{J} = \text{Ws}$
Effekt	P	Watt	$\text{W} = \text{J/s}$
Termodynamisk temperatur	T, Θ	Kelvin	K
Celsiustemperatur	T, t, Θ	grad Celcius	$^\circ\text{C}$
Varme, varmemengde	Q	Joule	$\text{J} = \text{VAs}$
Varmestrøm	I_Q	Watt	$\text{J/s} = \text{W}$
Varmestrømtetthet	j_Q	Watt pr. m^2	$\text{J/m}^2\text{s} = \text{W/m}^2$