

NORGES TEKNISK-  
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:  
Inst. for fysikk, Gløshaugen  
Professor Bjørn Torger Stokke 735 93434

### KONTINUASJONSEKSAMEN I EMNE SIF4005 FYSIKK

Mandag 7. august 2000 kl. kl. 09.00 – 14.00.

Tillatte hjelpemidler: Typegodkjent kalkulator med tomt minne i samsvar med liste utarbeidet av NTNU

O. Jahren og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk

K. Rottmann: Mathematische Formelsammlung

K. Rottmann; Matematisk formelsamling

S. Barrett og T.M. Cronin: Mathematical Formulae

En del formler, uttrykk og definisjoner er vedlagt.

Sensurfrist: 1. september, 2000.

### OPPGAVE 1

a) Følgende bølgefunksjoner beskriver vandrende bølger:

$$y_1(x, t) = A \sin [k(x + (34 \text{ m/s})t)]$$

$$y_2(x, t) = A e^{k[x - (20 \text{ m/s})t]}$$

$$y_3(x, t) = BC + \{k[x + (10 \text{ m/s})t]\}^2$$

hvor  $x$  er angitt i meter,  $t$  er i sekunder og  $A$ ,  $B$ ,  $C$  og  $k$  er konstanter med enheter som gir  $y$  i meter. Angi bølgehastighet og retning for disse tre bølgene.

b) Bølgepulsen beskrevet ved:

$$y_4(x, t) = \frac{A^3}{A^2 + (x - vt)^2}$$

hvor  $A = 1.0$  cm og  $v = 20$  m/s beveger seg langs en streng plassert langs  $x$ -aksen.

- i) Tegn opp øyeblikksbildet av bølgepulsen ved  $t = 0$ . Hvor langt strekker bølgepulsen seg ?
- ii) Betrakt punktet  $x = x_1 = 4$  cm fra enden  $x = 0$  av strengen. Ved hvilken tid  $t_1$  er utslaget maksimalt ved  $x_1$ ? Ved hvilken tid  $t_2 > t_1$  er utslaget halvparten av det maksimale ved  $x_1$ ?
- iii) Vis at bølgepulsen  $y_4$  tilfredsstiller bølgelikningen:

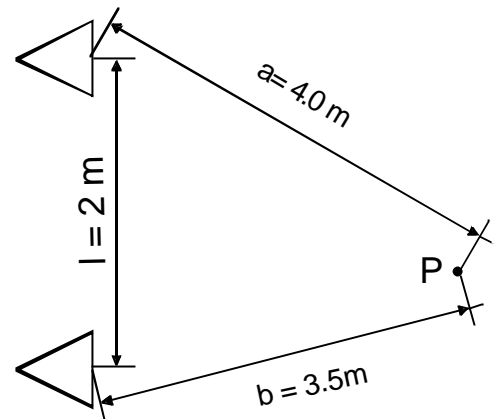
$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2}$$

- c) To like høyttalere sender ut lyd med varierende frekvens  $f$ , uniformt i rommet. Bølgefunksjonen (for bølgen fra hver av høyttalerne) er gitt ved:

$$y_5(r, t) = \frac{C}{r} \sin(\omega t - kr + \mathbf{j})$$

hvor  $C$  er en konstant,  $\varphi$  fasen og  $r$  er avstand (sfæriske koordinater). Høyttalerne er plassert med en innbyrdes avstand  $l = 2$  m, og lytteren er plassert i godstolen i posisjon  $P$ , 4 m fra den ene høyttaleren og 3.5 m fra den andre (se figur 1)

- Høyttalerne blir drevet i motfase ( $\varphi$  i  $y_5$  for bølgene fra hver av høyttalerne har en forskjell på  $\pi$ ). Ved hvilke frekvenser får vi konstruktiv og destruktiv interferens i punktet  $P$ ?
- Høyttalerne blir så koplet rett og drives nå i fase (ingen forskjell i  $\varphi$  i  $y_5$ ). Ved hvilke frekvenser kan vi observere konstruktiv og destruktiv interferens i punktet  $P$ ?

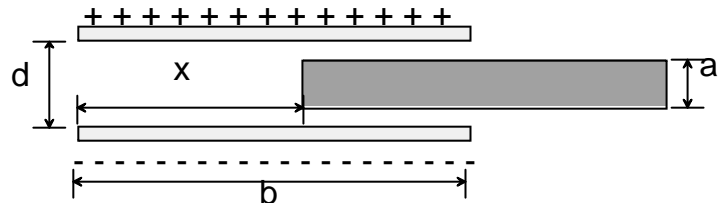


**Figur 1.** Skjematisk illustrasjon av plassering av lytteren i forhold til to høyttalere

(Bølgehastighet til lyd i luft:  $v=343$  m/s)

## OPPGAVE 2

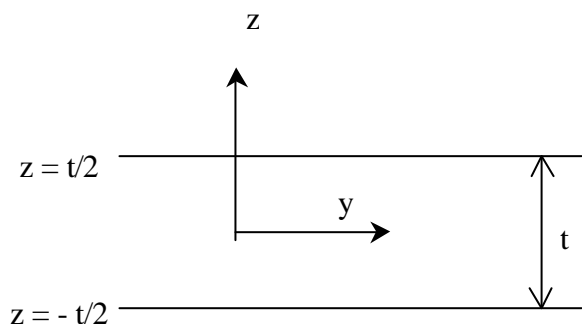
Figur 2 viser skjematisk en platekondensator, med en kloss med dielektrisitetkonstant  $K$  skjøvet et stykke inn mellom platene. Både kondensatorplatene og klossen har bredde  $b$  (vist på figuren) og dybde  $c$ . Avstanden mellom platene er  $d$ , og klossens tykkelse er  $a$ . Regn med at  $a=d$  i oppgaven. Kondensatoren har ladning  $\pm Q$  på platene. Vi ser bort fra randeffekter, dvs. variasjoner i det elektriske feltet nær kanten av kondensatorplatene og klossen.



**Figur 2.** Skjematisk illustrasjon av platekondensator med dielektrisk materiale

- Regn ut kapasitansen til kondensatoren vist i figuren som funksjon av avstanden  $x$ , dvs.  $C(x)$ . Regn også ut energien til kondensatoren som funksjon av avstanden  $x$ , dvs.  $E(x)$ .
- Regn ut kraften  $F(x)$  på den dielektriske klossen (anta at du flytter klossen et stykke  $dx$ , og bruk prinsippet om energibevaring).
- Anta nå at kondensatoren kobles til et batteri, slik at spenningsforskjellen mellom platene holdes konstant lik  $U$ . Hva blir nå energien til kondensatoren som funksjon av avstanden  $x$ ?
- Hva blir nå kraften på kondensatoren som funksjon av avstanden  $x$ ? Forklar hvordan energibalansen for systemet er oppfylt i dette tilfellet.

## OPPGAVE 3



**Figur 3.** Tverrsnitt i y-z planet av dielektrisk plate

En dielektrisk (elektrisk isolerende) plate med permittivitet  $\epsilon$ , total tykkelse  $t$  i  $z$ -retningen, og uendelig utstrekning i  $x$ - og  $y$ -retningene, har ladningstetthet:

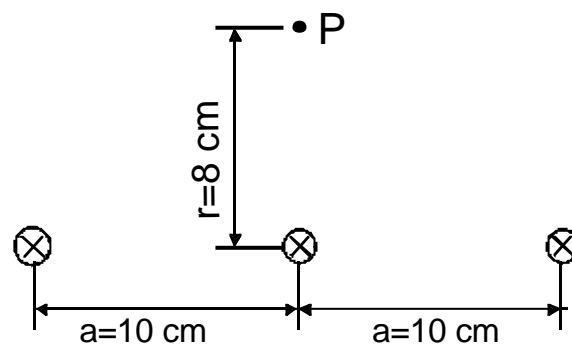
$$\mathbf{r}(z) = \mathbf{r}_0 \cos\left(\frac{\rho z}{t}\right)$$

$z$  er avstanden fra midtplanet i platen (se fig. 3), og  $\rho_0$  er en konstant. Platen er plassert i vakuum.

- a) Beregn den elektriske feltstyrken  $\vec{E}$  utenfor og inne i den dielektriske platen. Begrunn fremgangsmåten. Vis at størrelsen på den elektriske feltstyrken utenfor platen bare avhenger av total ladningstetthet (ladning pr.  $\text{m}^2$ ) av platen. Tegn  $|\vec{E}|$  som funksjon av  $z$ .
- b) Beregn det elektriske potensial  $V$  utenfor og inne i platen. Velg nullreferansen for det elektriske potensialet midt inne i platen ( $z=0$ ). Tegn  $V(z)$  som funksjon av  $z$ .
- c) Et elektron skytes vinkelrett inn mot platen fra en avstand  $z_0 = 40.0$  cm fra overflaten av platen. Platen er negativt ladet med en total ladning pr.  $\text{m}^2$   $\sigma = 1.0 \cdot 10^{-8}$  C/ $\text{m}^2$ . Hvor stor hastighet må elektronet ha i avstanden  $z_0$  for at det skal stoppe opp og snu ved overflaten av platen?

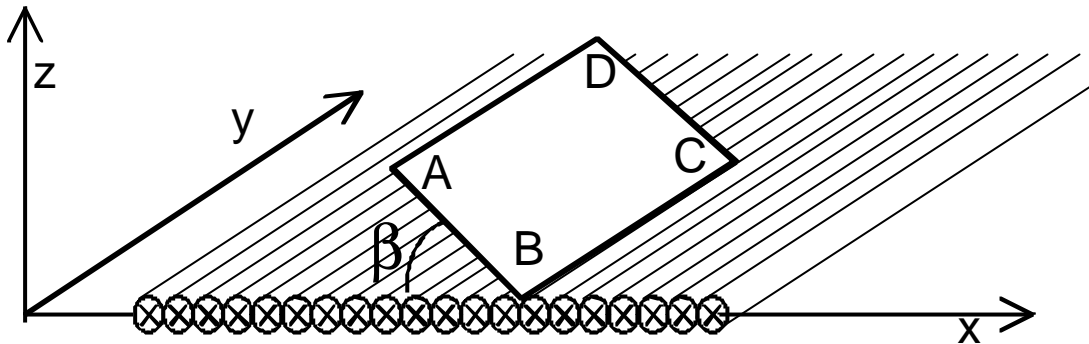
## OPPGAVE 4

- a) Tre lange, parallelle ledere som hver fører en strøm  $I = 3$  A i samme retning (normalt på papirplanet) er plassert som vist i Figur 4. Bruk Ampères lov til å finne magnetisk feltstyrke rundt en leder. Hva er den magnetiske feltstyrke på grunn av strømmen i de tre lederne i punktet P på figuren i en avstand  $r = 8$  cm fra den midterste lederen?
- b) Vi lager et strømførende plan ved å legge mange ledere tett sammen (illustrert i Fig. 5 i forbindelse med oppgave 5c). Alle lederne fører strøm i samme retning. Strømmen i hver leder er den samme,  $I = 10$  A, og det er 1000 ledninger per meter målt på tvers av ledningene. Vis at det magnetiske feltet i nærheten av planet er et homogent felt. (Vi ser bort fra eventuelle kanteffekter). Bruk Ampères lov til å finne magnetfeltet  $B$  i en avstand  $h = 5$  cm over planet av strømførende ledere.
- c) Strømmen i lederne i det strømførende plan avtar slik at  $I(t) = I_0(1 - \alpha t)$ , over et gitt tidsintervall.  $I_0$  er lik 10 A, og  $\alpha$  skal bestemmes. Like over planet for lederne er det plassert en



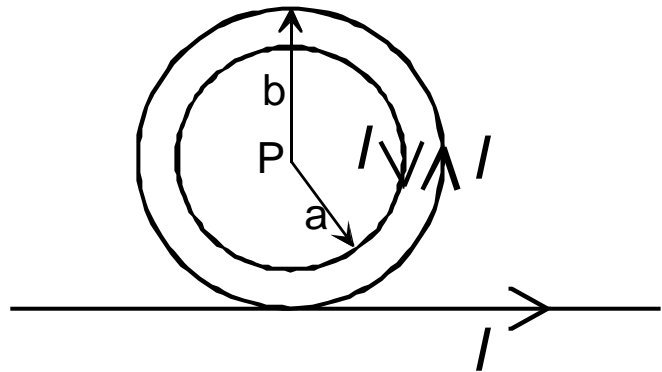
**Figur 4.** Illustrasjon av tverrsnitt av tre strømførende ledere i et plan

rektangulær strømsløyfe med sidekanter  $DA = BC = 20$  cm parallelt med retning til de strømførende lederne, og sidekant  $AB = CD = 10$  cm, og total motstand  $R = 2 \Omega$ . Planet til den rektangulære strømsløyfa danner en vinkel  $\beta$  med  $xy$ -planet. Det observeres at strømmen i strømsløyfa er  $0.2$  mA når strømmen i lederne avtar som angitt, og når  $\beta = 30^\circ$ . Hvilken retning har den induserte strømmen, og hvor stor er  $\alpha$ ?



Figur 5. Strømførende plan med rektangulær strømsløyfe.

- d) Figur 6 illustrerer tre ledere som ligger i samme plan. Det er en uendelig lang rett leder samt to konsentriske strømsløyfer, med radius henholdsvis  $a$  og  $b$ . Strømsløyfa med størst radius,  $b$ , tangerer den rette lederen, slik figur illustrerer. Det går en like stor strøm i hver av lederne, med retninger som angitt i figur 6. For hvilket forhold  $a/b$  vil magnetfeltet i senter av de konsentriske strømsløyfene, punkt  $P$ , være 0?



Figur 6. Illustrasjon av uendelig lang strømførende leder og to konsentriske sylindriske strømførende ledere.

## Oppgitte formler og enheter:

Definer alle størrelser du bruker i formlene.

For dempede, fri svingninger:

$$x(t) = A e^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t} \cos(\omega_d t + \mathbf{j})$$

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

For tvungne svingninger:

$$x(t) = \frac{F_0}{\sqrt{b^2 + \left(\omega m - \frac{1}{\omega k}\right)^2}} \cos(\omega t + \mathbf{j}) \quad ,$$

$$\tan(\mathbf{j}) = \frac{\omega m - \frac{1}{\omega k}}{b}$$

Coulombs lov:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r$$

Elektrisk potensial

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Gauss lov:

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{inne} \quad \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inne}}{\epsilon}$$

Isotrope medier:  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

Permittivitet:

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

Kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Kapasitans for platekondensator:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Parallellkopling av kapasitanser:

$$C = \sum_i C_i$$

Serikopling av kapasitanser:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Biot-Savarts lov:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

Amperes lov:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{kryssende} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{kryssende}$$

Magnetisk kraft på strømførende leder:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

Faradays lov:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lenz lov: En indusert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

Magnetisk fluks:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Avbildning ved tynn linse:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}, \text{ eller: } \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

Bølge i +x retning:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Intensitetsfordeling ved diffraksjon og interferens fra gitter:

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{pa \sin \alpha}{\lambda}\right)}{\frac{pa \sin \alpha}{\lambda}} \right]^2 \left[ \frac{\sin\left(\frac{Npd \sin \alpha}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{pd \sin \alpha}{\lambda}\right)} \right]^2$$

Fysiske konstanter:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$e = 1.6019 \cdot 10^{-19} \text{ C (elementærladning)}$$

$$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg (elektronets masse)}$$

$$g = 9.807 \text{ m/s}^2$$

**Dekadiske prefikser**

Symbol	Navn	Tallverdi
E	exa	$10^{18}$
P	peta	$10^{15}$
T	tera	$10^{12}$
G	giga	$10^9$
M	mega	$10^6$
K	kilo	$10^3$
h	hekto	$10^2$
da	deka	$10^1$
d	desi	$10^{-1}$
c	centi	$10^{-2}$
m	milli	$10^{-3}$
$\mu$	mikro	$10^{-6}$
n	nano	$10^{-9}$
p	piko	$10^{-12}$
f	femto	$10^{-15}$
a	atto	$10^{-18}$

**Størrelse**

Navn	Symbol
elektrisk feltstyrke	E
elektrisk potensial	V
permittivitet	<b>e</b>
relativ permittivitet	<b><math>\epsilon_r</math></b>
elektromotorisk spenning/kraft	<b>e</b>
vinkelfrekvens	<b>w</b>
vinkel	<b>a, b, g ...</b>
romvinkel	<b>W</b>
lengde	<i>l</i>
areal	A
volum	V
tid	<i>t</i>
frekvens	<i>f</i>
bølgelengde	<b>l</b>
masse	<i>m</i>
kraft	<b>F</b>
trykk	<i>p</i>
arbeid	A, W
energi	E, W
effekt	<b>P</b>
termodynamisk temperatur	<b>T</b>
celcius temperatur	<i>t</i> ,
varme, varmemengde	<b>Q</b>
elektrisk strøm	<b>I</b>
elektrisk ladning	<b>Q, q</b>
elektrisk potensialdifferanse, spenning	<b>U, V</b>
kapasitans	<b>C</b>
magnetisk feltstyrke	<b>H</b>
magnetisk fluks	<b><math>F_B</math></b>
magnetisk flukstetthet	<b>B</b>
hastighet	<i>v</i>
intensitet	<b>I</b>
induktans	<b>L</b>
resistans	<b>R</b>
kondutans	<b>G</b>
impedans	<b>Z</b>
reaktans	<b>X</b>

**SI – enhet**

Navn	Symbol
volt/meter	V/m
volt	V
farad/meter	F/m
volt	V
invers-sekund	$s^{-1}$
radian	rad
steradian	sr
meter	m
kvadratmeter	$m^2$
kubikmeter	$m^3$
sekund	s
hertz	Hz
meter	m
kilogram	kg
Newton	$N = kg\ m\ s^{-2}$
Pascal	$Pa = N\ m^{-2}$
Joule	$J = Nm$
Joule	J
watt	$W = J/s$
Kelvin	K
grad celcius	$^{\circ}C$
joule	J
ampere	A
coloumb	$C = As$
volt	$V = kg\ m^2\ s^{-3}\ A^{-1} = J\ A^{-1}\ s^{-1}$
farad	$F = As\ V^{-1}$
ampere pr. meter	A/m
weber	$Wb = Vs$
tesla	$T = Wb/m^2$
meter pr. sekund	m/s
watt pr. kvadratmeter	$W/m^2$
henry	$H = V\ A^{-1}\ s$
ohm	$\Omega = V\ A^{-1}$
siemens	$S = \Omega^{-1}$
ohm	$\Omega$
ohm	$\Omega$