

NORGES TEKNISK-  
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:  
Inst. for fysikk, Gløshaugen  
Professor Bjørn Torger Stokke 735 93434

BOKMÅL

### EKSAMEN I EMNE SIF4005 FYSIKK

For kjemi og materialteknologi  
Onsdag 13. desember 2000 kl. 09.00 – 14.00.

Tillatte hjelpemidler: Typegodkjent kalkulator med tomt minne i samsvar med liste utarbeidet av NTNU  
O. Jahren og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk  
K. Rottmann: Mathematische Formelsammlung  
K. Rottmann; Matematisk formelsamling  
S. Barrett og T.M. Cronin: Mathematical Formulae

En del formler, uttrykk og definisjoner er vedlagt.

Sensur faller i uke 2, 2001.

### OPPGAVE 1

En sfærisk symmetrisk ladningsfordeling har en ladningstetthet  $\rho = \rho(r)$  som avhenger av avstanden  $r$  fra origo:

$$\rho = \rho(r) = \begin{cases} \rho_0 (1 - r^2/R^2) & \text{for } 0 \leq r \leq R \\ 0 & \text{for } r > R \end{cases}$$

hvor  $\rho_0$  (antatt  $> 0$ ) er ladningstettheten i origo. Vi regner at permittiviteten er  $\epsilon_0$  i hele rommet.

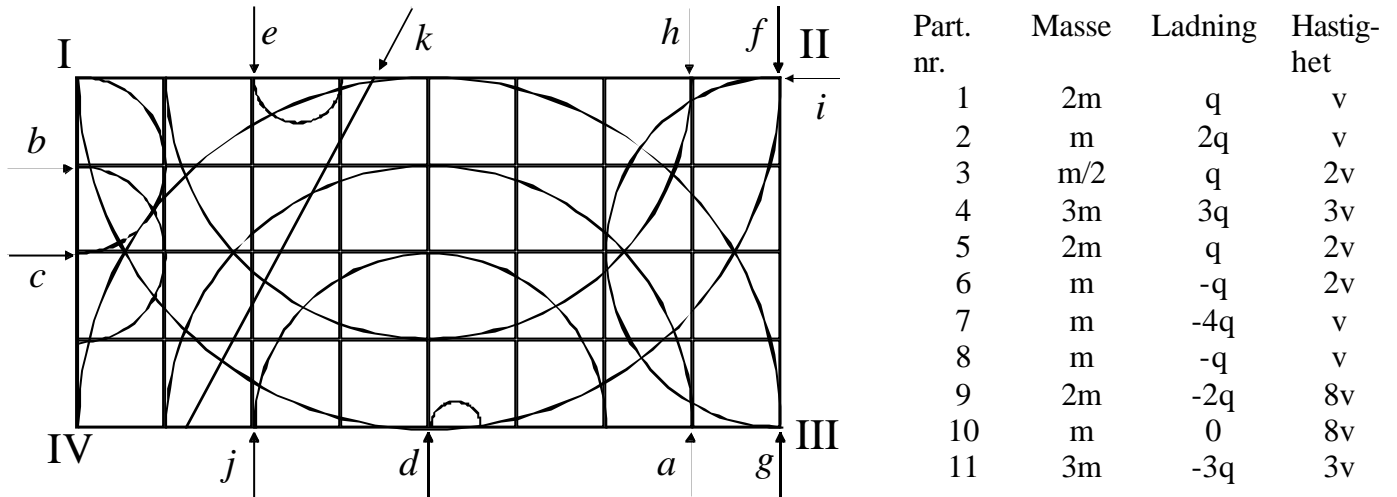
- a) Lag en figur av ladningstettheten som funksjon av  $r$ . Vis at den totale ladningen i fordelingen,  $Q$ , er gitt ved:

$$Q = \frac{8\rho_0}{15} R^3$$

- b) Bestem det elektriske feltet og potensialet  $V(r)$  for  $r > R$ . Velg nullreferanse for potensialet ved  $r \rightarrow \infty$ . Vis at svarene for det elektriske feltet og potensialet for  $r > R$  blir det samme som for en like stor punktladning plassert i origo.
- c) Bestem det elektriske feltet for  $r \leq R$ . Tegn en figur av størrelsen til det elektriske feltet for  $0 \leq r \leq \infty$ . Beregn det elektriske potensialet  $V(r)$  for  $r \leq R$ .
- d) I tillegg til ladningen gitt ved  $\rho(r)$  over, legges det på en totalladning  $-5Q$  jevnt fordelt over et kuleskall ved  $r=R$ . Hvilke endringer fører dette til i det elektriske feltet og potensialet ?

## OPPGAVE 2

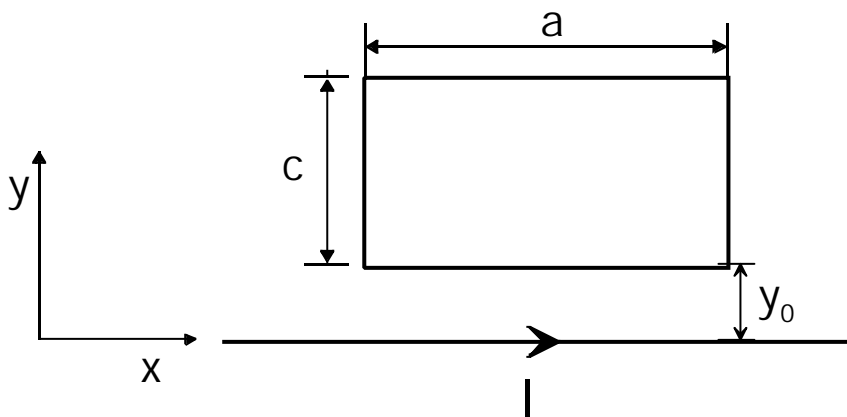
- a) Figur 1 viser spor etter 11 partikler, angitt ved  $a-k$ , gjennom et område med homogent magnetfelt. Området med magnetfeltet er angitt ved hjørnene I-IV i et rektangel. Partiklene går inn i området med konstant magnetfelt angitt ved pilene for partiklene. Et spor er en rett linje, de øvrige er halvsirkler. Tabellen til høyre for figur 1 angir masse, ladninger og hastigheter for de 11 partikler som svarer til sporene som vist i figur 1.



Figur 1. Spor av ladede partikler gjennom homogent magnetfelt

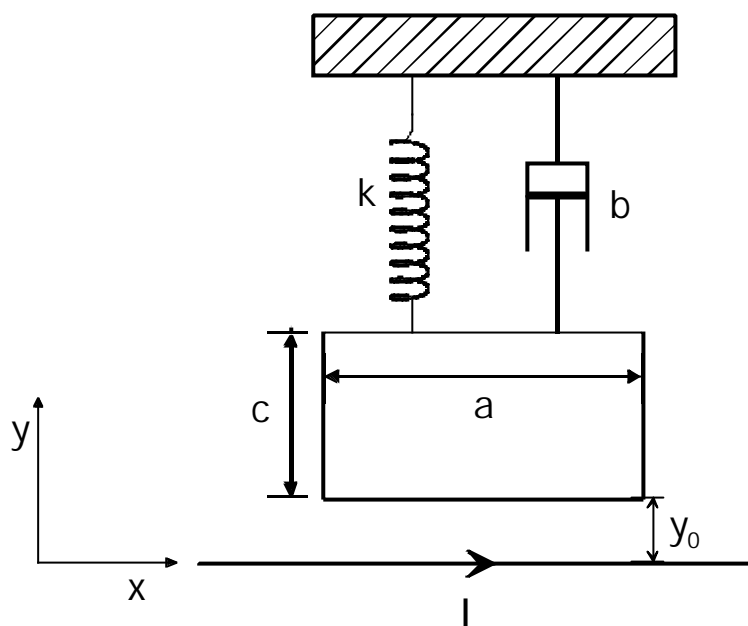
Hvilket spor svarer til hvilken partikkel i figur 1? (Begrunn svaret). Hvilken retning har magnetfeltet?

- b) En rektangulær ledersløyfe med sidekanter  $a$  og  $c$  er plassert i  $xy$  planet med sidekantene parallelle med  $x$ - og  $y$ -aksen. Ledersløyfen er plassert med en avstand  $y_0$  fra en (uendelig lang) leder som er parallell  $x$ -aksen og som fører en likestrøm  $I$  i positiv  $x$ -retning. Figur 2 viser en skjematisk skisse av oppsettet. Beregn den magnetiske fluks gjennom den rektangulære ledersløyfen. Beregn nettokraften på den rektangulære strømsløyfa når det sendes en likestrøm  $I_2$  gjennom den rektangulære ledersløyfa med retning mot klokka.



Figur 2. Rektangulær strømsløyfe i  $xy$ -plan, og rett, strømførende leder.

- c) Den rektangulære strømsløyfa blir nå satt inn som en del av et mekanisk svingesystem. Strømsløyfa har masse  $m$ , og er hengt opp ved en fjær med fjærkonstant  $k$ , og en mekanisk demper med motstandskoeffisient  $b$ . Ledersløyfa er opphengt slik at den vil ha likevektsavstanden  $y_0$  fra lederen langs  $x$ -aksen når det ikke går noen strøm  $I$  i denne. Situasjonen er skjematisk illustrert i figur 3.



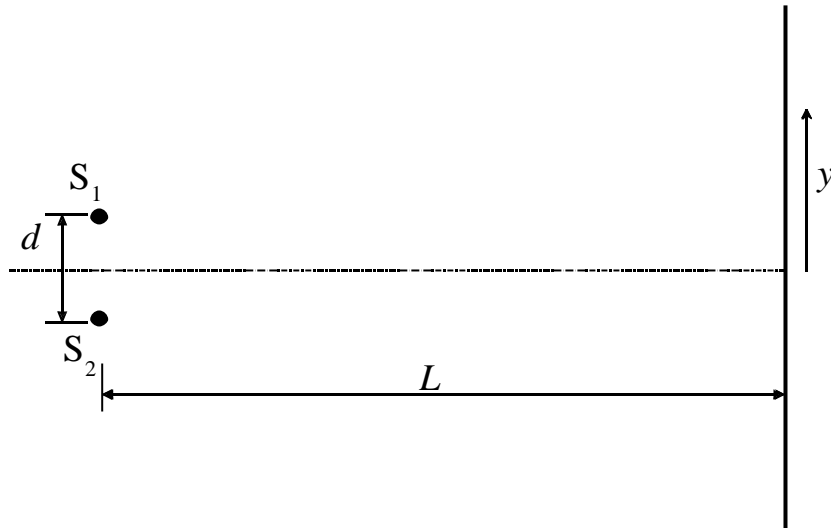
Figur 3. Rektangulær strømsløyfe som del av mekanisk svingesystem.

Det sendes en likestrøm  $I = 200$  A gjennom lederen parallelt med  $x$ -aksen, og det observeres at ledersløyfen forskyves en avstand  $y_1$  når (like-)strømmen i den rektangulære sløyfen økes fra 0 til  $I_2$ . Anta at  $y_1 \ll y_0$  og finn et uttrykk for  $I_2$  på grunnlag av observert forskyvning av ledersløyfa. Beregn  $I_2$  når følgende data er kjent:  $k = 1$  N/m,  $a = 0.2$  m,  $c = 0.1$  m,  $b = 0.02$  Ns/m,  $y_0 = 5$  cm, og  $y_1 = 0.5$  mm.

- d) Vi sender nå en vekselstrøm  $I = I_0 \cos(\omega t)$  gjennom den rette lederen. Den rektangulære ledersløyfen fører fortsatt en likestrøm,  $I_2$ . Anta at resistansen i ledersløyfen er så stor at vi kan se bort fra induert strøm i den rektangulære ledersløyfen, og at forskyvningen  $y_1 \ll y_0$ , og finn et uttrykk for kraften som virker på ledersløyfen. Utled en formel for amplituden av svingningene som sløyfen nå utfører.
- e) Hva må frekvensen av vekselstrømmen være for at vi skal få resonans i systemet når  $m = 40$  g og  $k = 1$  N/m? Dempingskoeffisienten  $b = 0.02$  Ns/m. Beregn svingeamplituden ved resonans ved  $I_0 = 50$  A,  $I_2 = 50$  A, og data for systemet ellers er som gitt i oppgave 2c).
- f) Vurder antakelsene om at vi har sett bort fra induert strøm i den rektangulære strømsløyfa og at vi har antatt  $y_1 \ll y_0$ .

### OPPGAVE 3

Figur 4 viser to koherente lyskilder  $S_1$  og  $S_2$  som er plassert i en innbyrdes avstand  $d$  fra hverandre normalt på den optiske akse (koherent: sender ut lys med samme frekvens og fase. Vi antar også samme amplitude her). Den resulterende intensitetsfordelingen observeres på en skjerm i en avstand  $L$  fra de to lyskildene.



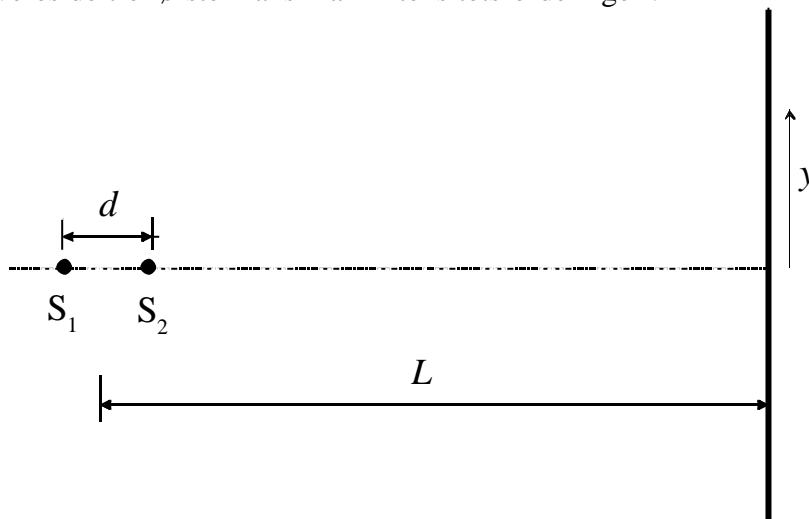
**Figur 4** To koherente lyskilder arrangert normalt på optisk akse.

- a) Hva beskriver formelen

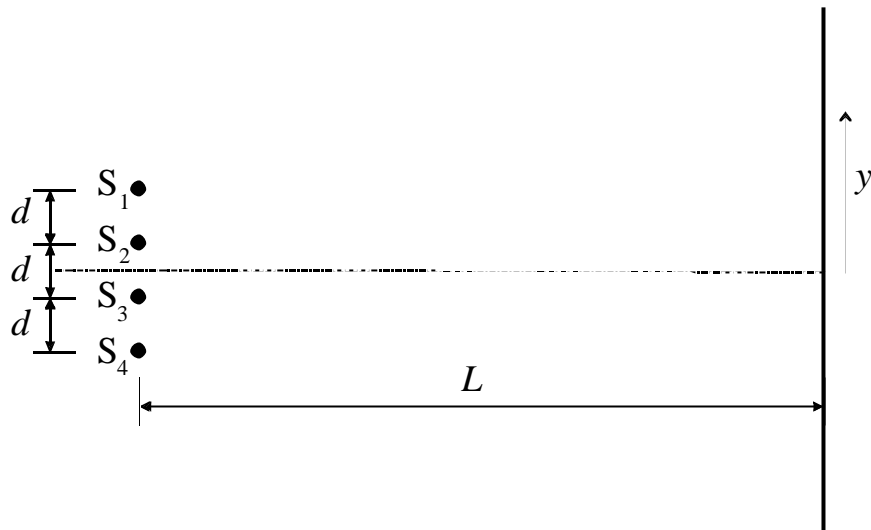
$$I = I_0 \cos^2(\mathbf{j} / 2)$$

i dette tilfellet? Beskriv alle størrelser og sett opp sammenhengen mellom  $\varphi$  og geometriske faktor(er) og egenskaper til lyskilden.

- b) Figur 5 viser to koherente lyskilder  $S_1$  og  $S_2$  som er plassert i en innbyrdes avstand  $d$  fra hverandre parallelt på den optiske akse. Anta at  $L \gg d$  og beskriv intensitetsfordelingen på observasjonsskjermen i en avstand  $L$  fra midtpunktet av punktkildene i dette tilfellet. Anta at  $d = 5.5 \lambda$ . For hvilke  $y > 0$  observeres de tre første maksima i intensitetsfordelingen?

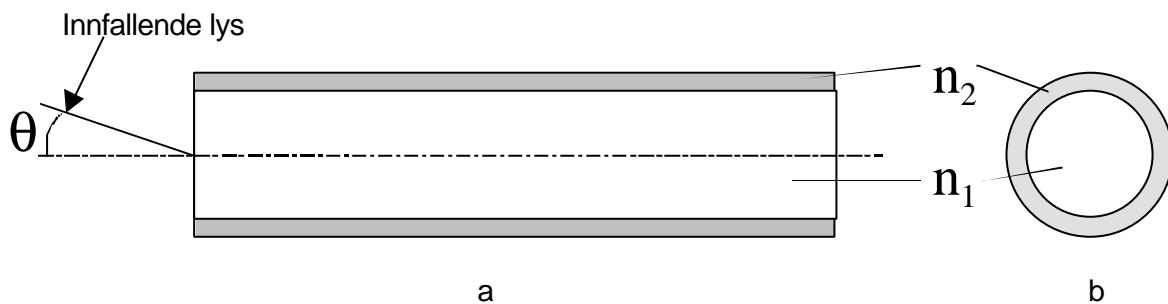


**Figur 5** To koherente lyskilder arrangert parallelt optisk med akse



**Figur 6** Fire koherente lyskilder arrangert normalt på optisk akse

- c) Figur 6 viser fire koherente lyskilder arrangert på en rett linje normalt på optisk akse og med innbyrdes avstand  $d$  mellom hver av kildene. Bruk viserdiagram og tegn opp situasjonene som tilsvarer første bimaksimum, tredje minimum, og første hovedmaksimum i intensiteten. Angi faseforskjeller for disse tre tilfellene. Hva er forholdet mellom intensiteten til første bimaksimum og første hovedmaksimum? Beregn posisjonene for første bimaksimum, tredje minimum og første hovedmaksimum på observasjonsskjermen når  $\lambda = 633 \text{ nm}$ ,  $d = 3 \mu\text{m}$  og  $L = 1.5 \text{ m}$ .
- d) En optisk fiber består av en glasskjerne med brytningsindeks  $n_1$  omgitt av et belegg ("coating") med brytningsindeks  $n_2 < n_1$ . Anta at lys sendes inn i den optiske fiberen fra luft med en vinkel  $\theta$  i forhold til fiberaksen, slik figur 7 viser. Hva er den største verdien av  $\theta$  som gjør at lyset brer seg i den optiske fiberen? Beregn den numeriske verdien av  $\theta$  når  $n_1 = 1.58$  og  $n_2 = 1.53$ .



**Figur 7.** Lengde- (a) og tverrsnitt (b) av optisk fiber

**Oppgitte formler og enheter:**

Definer alle størrelser du bruker i formlene.

For dempede, fri svingninger:

$$x(t) = A e^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t} \cos(\omega_d t + \mathbf{j})$$

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

For tvungne svingninger:

$$x(t) = \frac{F_0}{\sqrt{b^2 + \left(\omega m - \frac{1}{\omega k}\right)^2}} \cos(\omega t + \mathbf{j}) \quad ,$$

$$\tan(\mathbf{j}) = \frac{\omega m - \frac{1}{\omega k}}{b}$$

Coulombs lov:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r$$

Elektrisk potensial

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Gauss lov:

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{inne} \quad \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inne}}{\epsilon}$$

Isotrope medier:  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

Permittivitet:

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

Kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Kapasitans for platekondensator:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Parallellkopling av kapasitanser:

$$C = \sum_i C_i$$

Serikopling av kapasitanser:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Biot-Savarts lov:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

Amperes lov:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{kryssende} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{kryssende}$$

Magnetisk kraft på strømførende leder:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

Faradays lov:

$$\mathbf{e} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lenz lov: En induert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

Magnetisk fluks:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Avbildning ved tynn linse:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}, \text{ eller: } \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

Snells brytningslov

$$n_1 \sin \mathbf{q}_1 = n_2 \sin \mathbf{q}_2$$

Bølge i +x retning:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Intensitetsfordeling ved diffraksjon og interferens fra gitter:

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{p a \sin \alpha}{l}\right)}{\frac{p a \sin \alpha}{l}} \right]^2 \left[ \frac{\sin\left(\frac{N p d \sin \alpha}{l}\right)}{\sin\left(\frac{p d \sin \alpha}{l}\right)} \right]^2$$

Fysiske konstanter:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$e = 1.6019 \cdot 10^{-19} \text{ C (elementærladning)}$$

$$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg (elektronets masse)}$$

$$g = 9.807 \text{ m/s}^2$$

**Dekadiske prefikser**

Symbol	Navn	Tallverdi
E	exa	$10^{18}$
P	peta	$10^{15}$
T	tera	$10^{12}$
G	giga	$10^9$
M	mega	$10^6$
K	kilo	$10^3$
h	hekto	$10^2$
da	deka	$10^1$
d	desi	$10^{-1}$
c	centi	$10^{-2}$
m	milli	$10^{-3}$
$\mu$	mikro	$10^{-6}$
n	nano	$10^{-9}$
p	piko	$10^{-12}$
f	femto	$10^{-15}$
a	atto	$10^{-18}$

**Størrelse**

Navn	Symbol
elektrisk feltstyrke	$E$
elektrisk potensial	$V$
permittivitet	$\epsilon$
relativ permittivitet	$\epsilon_r$
elektromotorisk spenning/kraft	$e$
vinkelfrekvens	$\omega$
vinkel	$a, b, g \dots$
romvinkel	$W$
lengde	$l$
areal	$A$
volum	$V$
tid	$t$
frekvens	$f$
bølgelengde	$\lambda$
masse	$m$
kraft	$F$
trykk	$p$
arbeid	$A, W$
energi	$E, J$
effekt	$P$
termodynamisk temperatur	$T$
celcius temperatur	$t, \text{ }^\circ\text{C}$
varme, varmemengde	$Q$
elektrisk strøm	$I$
elektrisk ladning	$Q, q$
elektrisk potensialdifferanse, spenning	$U, V$
kapasitans	$C$
magnetisk feltstyrke	$H$
magnetisk fluks	$F_B$
magnetisk flukstetthet	$B$
hastighet	$v$
intensitet	$I$
induktans	$L$
resistans	$R$
kondutans	$G$
impedans	$Z$
reaktans	$X$

**SI – enhet**

Navn	Symbol
volt/meter	$V/m$
volt	$V$
farad/meter	$F/m$
volt	$V$
invers-sekund	$s^{-1}$
radian	rad
steradian	sr
meter	$m$
kvadratmeter	$m^2$
kubikmeter	$m^3$
sekund	$s$
hertz	Hz
meter	$m$
kilogram	kg
Newton	$N = \text{kg m s}^{-2}$
Pascal	$\text{Pa} = \text{N m}^{-2}$
Joule	$J = \text{Nm}$
Joule	$J$
watt	$W = J/s$
Kelvin	K
grad celcius	$^\circ\text{C}$
joule	$J$
ampere	A
coloumb	$C = \text{As}$
volt	$V = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{A}^{-1} = J \text{A}^{-1} \text{s}^{-1}$
farad	$F = \text{As V}^{-1}$
ampere pr. meter	$A/m$
weber	$\text{Wb} = \text{Vs}$
tesla	$T = \text{Wb/m}^2$
meter pr. sekund	$m/s$
watt pr. kvadratmeter	$W/m^2$
henry	$H = \text{V A}^{-1} \text{s}$
ohm	$\Omega = \text{V A}^{-1}$
siemens	$S = \Omega^{-1}$
ohm	$\Omega$
ohm	$\Omega$