

LØSNINGSFORSLAGEKSAMEN I EMNE SIF4005 FYSIKK

For kjemi og materialteknologi Onsdag 13. desember 2000 kl. 09.00 – 14.00.

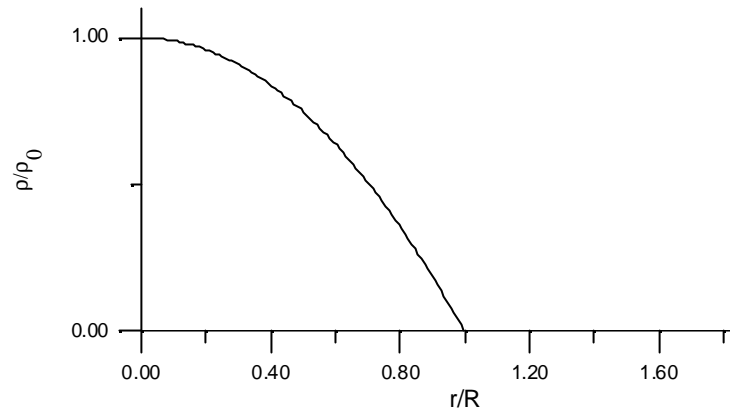
OPPGAVE 1

Gitt sfærisk symmetrisk ladningsfordeling

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(r) = \begin{cases} \mathbf{r}_0(1 - r^2/R^2) & \text{for } 0 \leq r \leq R \\ 0 & \text{for } r > R \end{cases}$$

a) Graf av ladningstettheten er vist i fig. til høyre. Skal vise at den totale ladningen innen fordelingen er:

$$Q = \frac{8p}{15} r_0 R^3$$



Total ladning finnes ved å integrere over ladningsfordelingen:

$$Q = \iiint \mathbf{r}(r) dV = \int_0^R \mathbf{r}_0(1 - r^2/R^2) 4\pi r^2 dr = 4\pi \mathbf{r}_0 \left[\frac{1}{3} r^3 - \frac{1}{5} \frac{r^5}{R^2} \right]_0^R = 4\pi \mathbf{r}_0 R^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) = \frac{8p}{15} r_0 R^3 \quad \text{q.e.d.}$$

b) Det elektriske feltet har radiell retning på grunn av den sfæriske symmetrien til ladningsfordelingen:

$$\vec{E} = E_r \vec{e}_r$$

hvor \vec{e}_r er enhetsvektor i radiell retning. E_r er positiv siden $\rho_0 > 0$. Størrelsen på det elektriske feltet, E_r , finnes ved å bruke Gauss lov, og å velge en sfærisk Gaussflate konsentrisk med ladningsfordelingen, og radius r . Da får vi for det lukkede fluksintegralet:

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E_r 4\pi r^2$$

siden $\vec{E} \parallel d\vec{A}$. Den innesluttede ladningen er lik totalladningen, og vi får da ved innsetting i Gauss' lov:

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E_r 4\pi r^2 = \frac{Q_{inne}}{\epsilon_0} = \frac{8p}{15\epsilon_0} r_0 R^3$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{8p}{15} r_0 R^3 \vec{e}_r = \frac{2 r_0 R^3}{15\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \vec{e}_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

Det siste uttrykket viser at det elektriske feltet er det samme som for en punktladning.

Det elektriske potensialet:

$$V(r) - V(r_{ref}) = - \int_{r_{ref}}^r \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Velger $r_{ref} = \infty$, som nullreferanse, og får for potensialet for $r > R$:

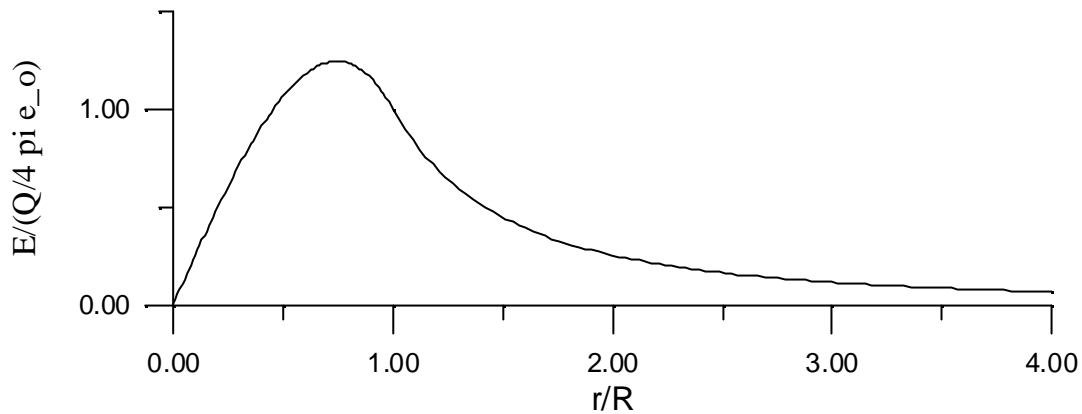
$$V(r) = V(\infty) - \int_{\infty}^r \frac{2 r_0 R^3}{15\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{2 r_0 R^3}{15\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \right]_{\infty}^r = \frac{2 r_0 R^3}{15\epsilon_0 r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Det siste uttrykket viser at dette er det samme som for en punktladning med total ladning Q plassert i origo.

c) Bruker Gauss lov for å finne det elektriske feltet for $r < R$. På grunn av sfærisk symmetri, er feltet i dette område av r også radielt rettet:

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E_r 4\pi r^2 = \frac{Q_{inne}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint \mathbf{r}(r) dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{r=0}^r \mathbf{r}_0 \left(1 - r^2/R^2\right) 4\pi r^2 dr = \frac{4\pi \mathbf{r}_0}{\epsilon_0} \left[\frac{1}{3} r^3 - \frac{1}{5} \frac{r^5}{R^2} \right]_0^r$$

$$\vec{E} = \frac{\mathbf{r}_0}{\epsilon_0 r^2} \left(\frac{1}{3} r^3 - \frac{1}{5} \frac{r^5}{R^2} \right) \mathbf{e}_r = \frac{\mathbf{r}_0 r}{3\epsilon_0} \left(1 - \frac{3r^2}{5R^2} \right) \mathbf{e}_r$$



Elektrisk felt som funksjon av r/R

Det elektriske potensialet for $r < R$:

$$V(r) = V(R) - \int_{r=R}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{2\mathbf{r}_0 R^3}{15\epsilon_0} - \frac{\mathbf{r}_0}{\epsilon_0} \int_{r=R}^r \left(\frac{r}{3} - \frac{r^3}{5R^2} \right) dr = \frac{2\mathbf{r}_0 R^3}{15\epsilon_0} - \frac{\mathbf{r}_0}{\epsilon_0} \left[\frac{r^2}{6} - \frac{r^4}{20R^2} \right]_R^r = \frac{\mathbf{r}_0 R^2}{4\epsilon_0} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r^2}{R^2} + \frac{1}{5} \frac{r^4}{R^4} \right)$$

d) Når det legges en totalladning $-5Q$ jevnt fordelt over et kuleskall ved $r=R$ i tillegg til $\rho(r)$ definert over vil vi få følgende endringer i det elektriske felt endre seg til:

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\mathbf{r}_0 r}{3\epsilon_0} \left(1 - \frac{3r^2}{5R^2} \right) \mathbf{e}_r & \text{for } r < R \\ \frac{-Q}{\pi \epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r & \text{for } r > R \end{cases}$$

dvs., ingen endringer for $r < R$, mens for $r > R$ får vi et felt som tilsvarer en totalladning på $-4Q$. Legg merke til at feltet nå blir diskontinuerlig ved $r=R$.

Potensialet endres til:

$$V(r) = \begin{cases} \frac{\mathbf{r}_0 R^2}{4\epsilon_0} \left(-\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \frac{r^2}{R^2} + \frac{1}{5} \frac{r^4}{R^4} \right) & \text{for } r < R \\ \frac{-Q}{\pi \epsilon_0 r} & \text{for } r > R \end{cases}$$

OPPGAVE 2

Vi trenger her å bruke relasjonen for kraft på en partikkel med ladning q , som går gjennom et (homogent) magnetfelt, B , med hastighet v :

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

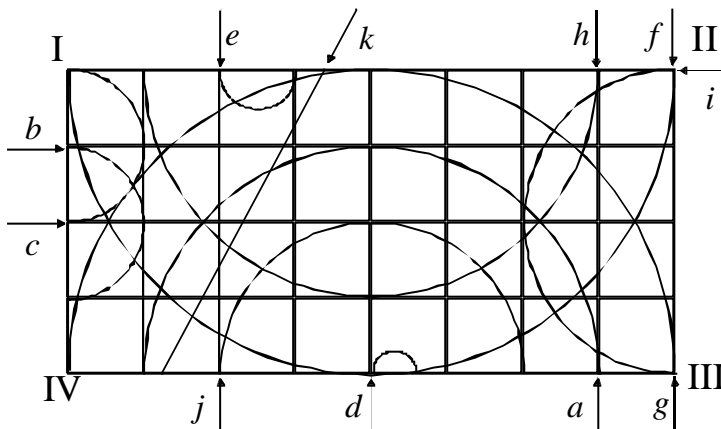
Siden $\vec{F} \perp \vec{v}$, innebærer dette at den magnetiske krafta bare kan gi opphav til retningsendring, uttrykt ved Newtons 2. lov:

$$|\vec{F}| = q |\vec{v} \times \vec{B}| = ma = m \frac{v^2}{r}$$

hvor a er sentripetalakselerasjon i dette tilfellet. Dvs., den magnetiske krafta gir opphav til baner som er deler av sirkelsektorer. Siden figuren gir mulighet for avlesning av r , finner vi uttrykk for radius:

$$qvB = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} = \frac{1}{B} \frac{mv}{q}$$

hvor det i siste uttrykket er skrevet med faktoren $1/B$ foran mv/q siden ikke er kjent. Identifisering skjer ved å sammenlikne avleste r (enheter: "ruter") med beregnet forhold mv/q fra oppgitte data. Spor k tilhører den uladete partikkelen (nr. 10) siden denne ikke vil få noen retningsendring (da $q = 0$). Tabellen her viser resultatene:



Part. nr.	Masse	Ladning	Hastighet
1	2m	q	v
2	m	2q	v
3	m/2	q	2v
4	3m	3q	3v
5	2m	q	2v
6	m	-q	2v
7	m	-4q	v
8	m	-q	v
9	2m	-2q	8v
10	m	0	8v
11	3m	-3q	3v

No	m	q	v	r/beregnet	spor	r obser	retning	identifi
1	2.0	1.0	1.0	2.00	a	3 v	a=4	3
2	1	2	1	0.50	b	1 h	b=8	-1
3	0.5	1	2	1.00	c	1 v	c=3	1
4	3	3	3	3.00	d	0.25 h	d=7	-0.25
5	2	1	2	4.00	e	0.5 v	e=2	0.5
6	1	-1	2	-2.00	f	4 h		-4
7	1	-4	1	-0.25	g	4 v	g=5	4
8	1	-1	1	-1.00	h	3 h	h=11	-3
9	2	-2	8	-8.00	i	2 v	i=1	2
10	1	0	8	uend.	j	2 h	j=6	-2
11	3	-3	3	-3.00	k	rettlinjet	k=10	

Dvs., Partikkel 9 er ikke bestemt, og spor f er ikke bestemt. Høyrehåndsregelen tilsier at B må peke ut av papirplanet (og loddrett på dette).

b) Magnetfeltet rundt en uendelig lang rett leder kan finnes ved bruk av Amperes lov.

Dette gir $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$, hvor \vec{e}_θ er enhetsvektor i θ -retning. Retningen på magnetfeltet er gitt ved

høyrehåndsregelen. Magnetfeltet er \perp planet til den rektangulære strømsløyfen, og den magnetiske fluksen gjennom denne er gitt ved:

$$\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \iint B dA = \int_{y=y_0}^{y_0+c} \frac{\mu_0 I a}{2py} dy = \frac{\mu_0 I a}{2p} \ln\left(\frac{y_0+c}{y_0}\right)$$

Kreftene på de delene av den rektangulære strømsløyfa som er \parallel y-aksen er like store og motsatt rettet, og opphever hverandre. Kreftene på de to delene av den rektangulære strømsløyfa som er \parallel x-aksen er gitt ved formelen:

$$|\vec{F}| = I_2 a B$$

hvor a er lengden på sidekanten. Siden magnetfeltet B er forskjellig for de sidene som er i en avstand y_0 og en avstand y_0+c , vil nettokraften være forskjellig fra null. Retningen på kreftene på lengde a er vist i figuren. Nettokraften blir dermed:

$$\vec{F} = -\frac{\mu_0 I I_2 a}{2p} \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y_0+c} \right) \vec{j}$$

c) Kraften mellom den strømførende lederen ved $y=0$ i figur, og den rektangulære strømsløyfa fører til en forskyvning som er balansert av fjæren ved likevekt:

$$|\vec{F}| = \frac{\mu_0 I I_2 a}{2p} \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y_0+c} \right) = |k y_1|$$

Løst mhp. I_2 , får en:

$$I_2 = \frac{2pk y_1}{\mu_0 I a \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y_0+c} \right)}$$

Får de angitte tallverdier finner en strømmen I_2 :

$$I_2 = \frac{2p \cdot 1 \cdot N/m \cdot 0.5 \cdot 10^{-3} m}{4p \cdot 10^{-7} H/m \cdot 200A \cdot 0.2m \left(\frac{1}{0.05m} - \frac{1}{0.15m} \right)} = 4.69 A$$

d) Kraften på sløyfen er nå gitt ved

$$\vec{F} = -\frac{\mu_0 I_2 a}{2p} \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y_0+c} \right) I_0 \cos(\omega t) \vec{j} = -F_0 \cos(\omega t) \vec{j}$$

hvor variabelen F_0 er innført. Denne er gitt ved:

$$F_0 = \frac{\mu_0 I_0 I_2 a}{2p} \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y_0+c} \right)$$

Dette er uttrykket for kraften som virker på ledersløyfen når vi antar

- $y_1 \ll y_0$: dvs det er y_0 som inngår i uttrykket for kraften til tross for posisjonen er forskjellig fra y_0 gjennom de tvungne svingningene;
- og at indusert strøm i den rektangulære ledersløyfen er liten i forhold til likestrømmen (dvs., det er I_0 som inngår i uttrykket.

Se for øvrig delspørsmål f).

Bevegelseslikningen for den rektangulære strømsløyfen er nå som for en dempet oscillator utsatt for en periodisk kraft:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + ky = -F_0 \cos(\omega t)$$

Løsningen på denne likningen er av formen: $y(t) = A \cos(\omega t + \mathbf{j})$

Innsatt med $\frac{dy}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \mathbf{j})$ og $\frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \mathbf{j})$ og ordnet med sin- og cos- ledd i bevegelseslikn:

$$(-m\omega^2 + k)A \cos(\omega t + \mathbf{j}) - b\omega A \sin(\omega t + \mathbf{j}) = -F_0 \cos(\omega t)$$

Bruk av $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$; og $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ (se for eksempel Rottmann):

$$(-m\omega^2 + k)A [\cos(\omega t) \cos \mathbf{j} - \sin(\omega t) \sin \mathbf{j}] - b\omega A [\sin(\omega t) \cos \mathbf{j} + \cos(\omega t) \sin \mathbf{j}] = -F_0 \cos(\omega t)$$

For at likningen skal være oppfylt for enhver t, må de tidsvarierende sin-, og cos- leddene være oppfylt hver for seg. Dette gir:

$$(-m\omega^2 + k)A \cos \mathbf{j} - b\omega A \sin \mathbf{j} = -F_0$$

$$(-m\omega^2 + k)A \sin \mathbf{j} + \omega A \cos \mathbf{j} = 0$$

Siste likn. gir fasevinkelen:

$$\tan \mathbf{j} = \frac{\sin \mathbf{j}}{\cos \mathbf{j}} = \frac{b\omega}{(k - m\omega^2)} = \frac{e}{f}$$

hvor vi har innførte variabelnavnene e og f for å lette videre notasjon. Amplituden er gitt ved:

$$A = \frac{F_0}{(k - m\omega^2) \cos \mathbf{j} + b\omega \sin \mathbf{j}} = \frac{F_0}{f \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{e}{f}\right)^2}} + e \frac{\frac{e}{f}}{\sqrt{1 + \left(\frac{e}{f}\right)^2}}} = \frac{F_0}{\frac{f^2}{\sqrt{f^2 + e^2}} + \frac{e^2}{\sqrt{f^2 + e^2}}}$$

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{f^2 + e^2}} = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + b^2\omega^2}}$$

e) Frekvensen av vekselstrømmen for at vi skal få resonans i systemet må være den samme som egenfrekvensen til det udempede systemet. Denne kan vi angi ved ω_0 , (vinkelfrekvens) og er gitt ved $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. Med de oppgitt numeriske verdier får vi:

$$\omega_0 = \sqrt{k/m} = \sqrt{1/0.04} = 5 \text{ (rad/s)}$$

Uttrykt ved "vanlig frekvens", oppnås: $f = \omega_0/2\pi = 0.8 \text{ Hz}$

Svingeamplitude ved resonans er:

$$A(\omega = \omega_0) = \frac{F_0}{\sqrt{b^2 \omega_0^2}} = \frac{F_0}{b\omega_0} = \frac{m_0 I_0 I_2 a}{2pb\omega_0} \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y_0 + c} \right)$$

Innsatt med numeriske verdier, oppnås:

$$A(\omega = \omega_0) = \frac{m_0 I_0 I_2 a}{2pb\omega_0} \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y_0 + c} \right) = \frac{4p \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 50 \cdot 0.2}{2p \cdot 0.02 \cdot 5} \left(\frac{1}{0.05} + \frac{1}{0.15} \right) = 0.0133m$$

Svingeamplituden ved resonans er 1.33 cm

f) Antakelsene om at vi har sett bort fra i) induert strøm i den rektangulære strømsløyfa, og ii) at $y_1 \ll y_0$ skal vurderes.

- induert strøm. På grunn av den tidsvarierende strømmen i den rette lederen vil det settes opp en induert strøm i den rektangulære strømsløyfa:

$$I_{ind} = \frac{|\mathbf{e}|}{R} = \frac{1}{R} \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{1}{R} \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 I_0 \cos \omega t}{2p} \ln \left(\frac{y_0 + c}{y_0} \right) \right) = -\frac{1}{R} \frac{m_0 I_0 \omega \sin \omega t}{2p} \ln \left(\frac{y_0 + c}{y_0} \right) = I_{ind,A} \sin \omega t$$

Her er variabelen $I_{ind,A}$ introdusert for å lette videre notasjon. Nettokraften mellom den rette lederen og strømsløyfa blir da summen av kraften på grunn av likestrømmen I_2 , og den induerte strømmen:

$$F_{tot} = - \left[\frac{m_0 a}{2p} \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y_0 + c} \right) \right] [I_2 I_0 \cos(\omega t) + I_{ind,A} I_0 \sin(\omega t) \cos(\omega t)]$$

$$= - \left[\frac{m_0 a}{2p} \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y_0 + c} \right) \right] [I_2 + I_{ind,A} \sin(\omega t)] I_0 \cos(\omega t)$$

Strømmen som går i den rektangulære strømsløyfa er således proporsjonal med $[I_2 + I_{ind,A} \sin(\omega t)]$, jfr lab-oppgave med DC-spenning med liten overlappet AC-spenning. Det legges også merke til at den induerte strømmen fører til en kraft som varierer med frekvensen 2ω . Om den induerte strømmen kan ses bort fra avhenger størrelsen på $I_{ind,A}$ i forhold til I_2 , dvs. av resistansen i kretsen.

- $y_1 \ll y_0$. Antakelsen $y_1 \ll y_0$ har vært implisitt brukt i likningen over ved at amplituden til kraften ikke er regnet til å være avhengig av posisjonen. I balansen mellom kraften påført ved hjelp av likestrøm i den strømførende lederen og fjæren ble følgende uttrykk brukt:

$$\frac{m_0 I I_2 a}{2p} \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y_0 + c} \right) = |k y_1|$$

Men, på grunn av deformasjonen av fjæren ved kraften, må dette tas hensyn til ved at avstanden mellom den rektangulære strømsløyfen og den rette lederen ikke er y_0 , men $y_0 + y_1$:

$$\frac{m_0 I I_2 a}{2p} \left(\frac{1}{y_0 + y_1} - \frac{1}{y_0 + y_1 + c} \right) = |k y_1|$$

(løses enklest numerisk).

For den tvungne svingningen (vekselstrøm i den rette lederen) medfører dette at amplituden avhenger av utslaget ikke bare styrt av perioden til I , men også av posisjonen. (Dette blir svært komplisert; F_0 vil avhenge av ω og ϕ).

OPPGAVE 3

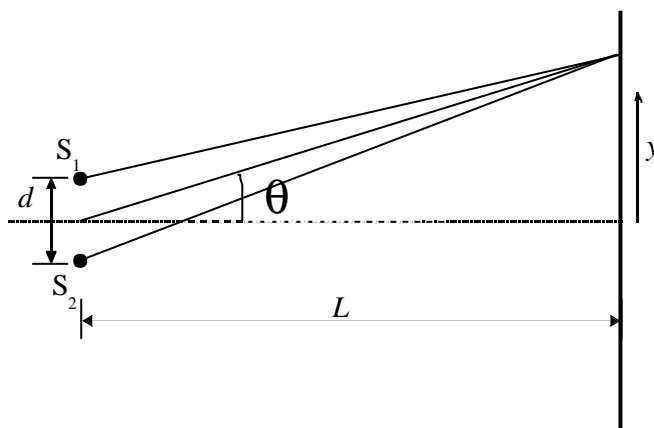
Formelen:

$$I = I_0 \cos^2(\mathbf{j} / 2)$$

beskriver intensitetsfordelingen I som funksjon av faseforskjell ϕ mellom lys fra de to bølgene fra kildene S_1 og S_2 . I_0 er intensiteten på en observasjonsskjerm i en retning som tilsvarer null faseforskjell, dvs. der den optiske akse treffer observasjonsskjermen. Her er $I_0 = 4 I_{0,1}$, hvor $I_{0,1}$ er intensiteten på observasjonsskjermen fra en kilde. Sammenhengen mellom faseforskjellen ϕ og gangveiforskjell/geometriske egenskaper er gitt ved:

$$\mathbf{j} = \frac{2p}{\lambda} d \sin \mathbf{q}$$

hvor λ er bølgelengden, og θ er vinkelen mellom observasjonsretningen og den optiske aksene.:



b) Formelen i oppgave 3a vil også i dette tilfellet beskrive intensitetsfordelingen på observasjonsskjermen, men her er sammenhengen mellom faseforskjell til lys ved observasjonsskjermen og observasjonsskjermen gitt ved:

$$\mathbf{j} = \frac{2p}{\lambda} d \cos \mathbf{q}$$

Vi får dermed:

$$I = I_0 \cos^2 \left(\frac{p d \cos q}{l} \right)$$

Til forskjell fra situasjonen i oppgave a), vil ikke ϕ nødvendigvis være lik 0 for $\theta=0$, slik at vi alltid har et maksimum i interferensmønsteret der. Maksima i intensitetsfordelingen observeres ved

$$d \cos q = m l$$

Den minste verdien av θ hvor vi kan finne maksima er ved verdien av $m l / d$ som er nærmest 1.

$$m_{\max} l / d < 1 \Rightarrow m_{\max} l / (5.5 l) = m_{\max} / 5.5 \Rightarrow m_{\max} = 5$$

Dvs., de tre første interferensmaksima svarer til de tre første maksima i intensitetsfordelingen, og observeres for $m=5, 4$ og 3 (for økende y):

$$y(m) = L \cdot \tan(q(m)) = L \cdot \tan(\arccos(m/5.5))$$

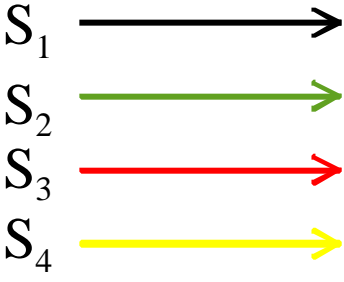
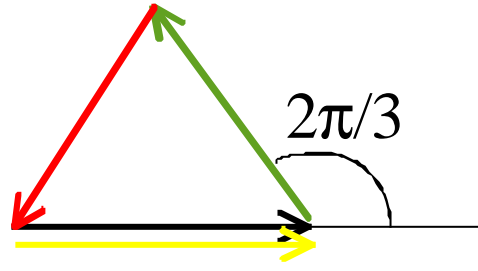
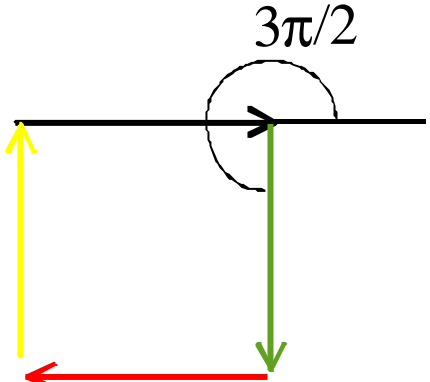
For $m=5, 4$ og 3 oppnås:

$$y(m=5) = L \cdot \tan(q(m=5)) = L \cdot \tan(\arccos(5/5.5)) = 0.46 \cdot L$$

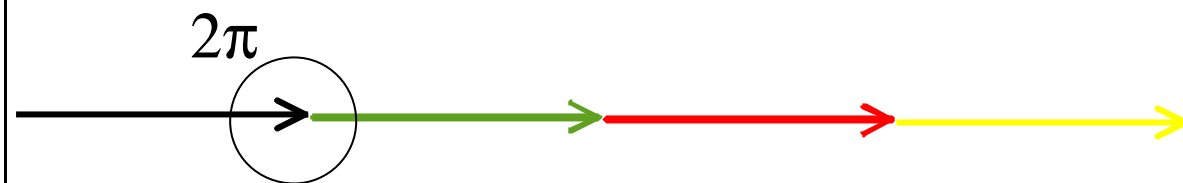
$$y(m=4) = L \cdot \tan(q(m=4)) = L \cdot \tan(\arccos(4/5.5)) = 0.94 \cdot L$$

$$y(m=3) = L \cdot \tan(q(m=3)) = L \cdot \tan(\arccos(3/5.5)) = 1.53 \cdot L$$

c) Ved bruk av viserdiagram blir amplituden til hver lysbølge ved observasjonspunktet representert ved en vektor. Disse tegnes med innbyrdes faseforskjell som gjenspeiler faseforskjell (for eksempel på grunn av gangveiforskjell) i lyset ved observasjonspunktet fra de ulike kildene

<p>Vi lar vektorene som representerer de kildene $S_1 - S_4$ være representert ved de fire vektorene som er fargekodet i figuren til høyre. Vektorene er like lange siden amplitudene til hver lyskilde er like stor. Ved økende observasjonsvinkel θ, er den innbyrdes faseforskjellen mellom vektorene fra nabokilder, for eksempel S_1 og S_2 gitt ved:</p> $j = \frac{2p}{l} d \sin q \quad (\text{som for 2 kilder i oppg. 3a})$	
<p>For fire kilder ($N=4$) er det tre minimum ($N-1$) mellom hver gang hovedmaks inntreer, og to ($N-2$) bimaksima. Faseforskjellen mellom nabokildene ved første bimaks er $j = 2p / 3$. Viser diagrammet er vist i figuren til høyre. NB: Vinkel mellom hver av vektorene er $j = 2p / 3$, og rekkefølgen er som vist med fargekoder.</p>	
<p>Faseforskjellen mellom vektorene som representerer nabokildene ved tredje minima er $j = 3p / 2$. Viser diagrammet er vist i figuren til høyre. NB: Vinkel mellom hver av vektorene er $j = 3p / 2$, og rekkefølgen er som vist med fargekoder. Viserdiagrammet viser at vektorsummen gir null resultant i dette tilfellet. (Første minimum inntreer ved $j = p / 2$, og andre minimum ved $j = p$)</p>	

Faseforskjellen mellom vektorene som representerer nabokildene ved første hovedmaksimum er $j = 2p$. Situasjonen blir nå slik det er vist i figuren under.



Forholdet mellom intensiteten ved første bimaksimum og første hovedmaksimum er kvadratet av forholdet mellom resultantamplitudene ved disse to situasjonene. Viserdiagrammene gir da at dette forholdet er:

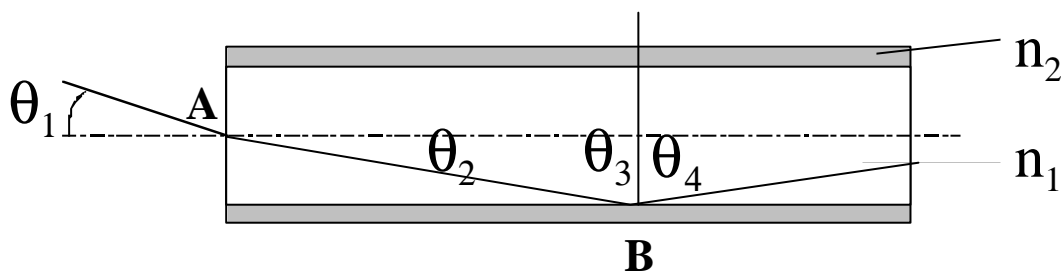
$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

Posisjonene på observasjonsskjermene for første bimaksimum, tredje minimum og første hovedmaksimum for $\lambda = 633 \text{ nm}$, $d = 3\mu\text{m}$ og $L = 1.5\text{m}$ er:

Bestemmer θ ut fra formelen $j = \frac{2p}{\lambda} d \sin \theta$, og gitt for eksempel at første bimaksimum tilsvarende $j = 2p / 3$; (tilsvarende for andre situasjoner). y finnes fra $y = L \cdot \tan(\theta)$. Vi finner da:

	j	$\sin(\theta)$	θ	L
Første bimaksimum	$j = 2p / 3$	0.0703	4.03 (grader)	0.106 m
Tredje minimum	$j = 3p / 2$	0.1583	9.106	0.240 m
Første hovedmaksimum	$j = 2p$	0.2110	12.18	0.324 m

d)



Strålegang i optisk fiber når lyset bryr seg.

For at lyset skal bry seg i den optiske fiberen må vinkelen θ_3 i figuren (ved punkt B) være stor at total indre refleksjon forekommer. Minimal θ_3 for total indre refleksjon er gitt ved:

$$n_1 \sin \theta_3 = n_2 \Rightarrow \sin \theta_3 = (n_2/n_1)$$

Sammenhengen mellom θ_3 og θ_2 er gitt ved:

$$\theta_2 = p/2 - \theta_3$$

og mellom θ_2 og θ_1 er gitt ved Snell's brytningslov:

$$n_0 \sin \theta_1 = n_1 \sin(\theta_2)$$

Med $n_0 = 1.0$ (det er luft på utsiden av fiberen) finnes maks θ_1 mellom aksens og innfallende lysstråle:

$$\theta_1 = \arcsin(n_1 \sin(p/2 - \theta_3)) = \arcsin(n_1 \cos(\theta_3)) = \arcsin(n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \theta_3}) = \arcsin(\sqrt{n_1^2 - n_2^2})$$

Med numeriske verdier, $n_1 = 1.58$, og $n_2 = 1.53$, oppnås:

$$\theta_1 = \arcsin(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}) = \arcsin(\sqrt{1.58^2 - 1.53^2}) = \arcsin(0.3943) = 23.22^\circ = 0.405 \text{ rad}$$