Fag SIF4006 Fysikk 1 for Datateknikk
Eksamen 2. des. 1998
Løsningsforslag

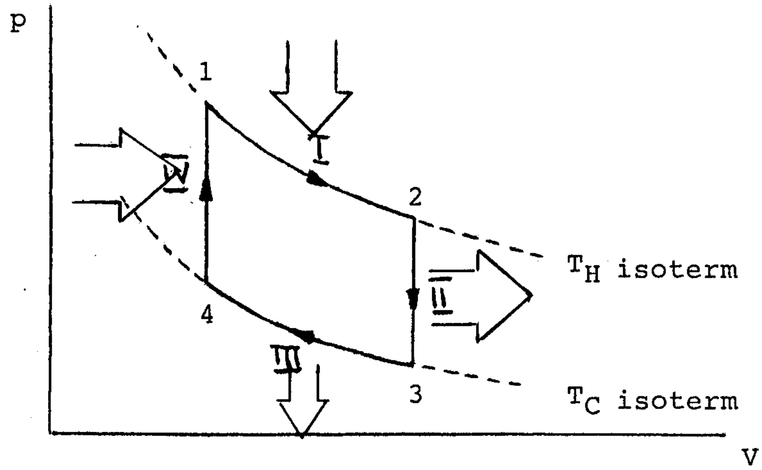
Oppgave 1

a) Reversibel prosess : Ingen friksjon. Tilstandsforandr. (p, V, T) så langsomme og små at systemet kan regnes å være i termodynamisk likevekt under hele prosessen.
$\Delta S = 0$

Adiabatisk prosess : En varmeisolert prosess, eller så rask at en kan regne varmetransport inn eller ut av systemet.
$Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W$

Isoterm prosess : En prosess ved konstant temperatur. Varmestrøm inn eller ut er så langsom at termisk likevekt opprettholdes. Forandring i indre energi $\Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$

b) Stirlingprosessen



I Isoterm ekspansjon $Q = W > 0$
II Isochor trykkred. $Q = \Delta U < 0$
III Isoterm kompresjon $Q = W < 0$
IV Isochor trykkøkn. $Q = \Delta U > 0$

Isoterm prosess : se a)
Isochor prosess : En prosess ved konst. volum.
Det medfører at $W = 0$ i II og IV

c) Termodyn. 1. lov : $\underline{\Delta U = -W + Q}$

I: Isoterm >: $\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$

$dQ = dW = p\,dV = \frac{nRT}{V}\,dV$

$Q_I = nRT_H \int_{V_1}^{V_2} dV/V = nRT_H \ln(V_2/V_1)$

$Q_I = (1\,mol)(8.314\,J/mol \cdot K)(750\,K) \ln\left(\frac{15\,l}{5\,l}\right)$

$\underline{Q_I = 6.85 \cdot 10^3\,J \quad \text{(absorbert)}}$

II Isochor >: $\Delta V = 0 \Rightarrow W = 0$

$dQ = dU = n c_V' \, dT$

$Q_{II} = n c_V' \int_{T_H}^{T_C} dT = n c_V' (T_C - T_H)$

$Q_{II} = (1\,mol)(5/2 \cdot 8.314\,J/mol \cdot K)(400 - 750)\,K$

$\underline{Q_{II} = -7.27 \cdot 10^3\,J \quad \text{(avgitt)}}$

III Isoterm >: $\Delta U = 0$ som i I

$Q_{III} = nRT \int_{V_2}^{V_1} dV/V = nRT \ln(V_1/V_2)$

$Q_{III} = (1\,mol)(8.314\,J/mol \cdot K)(400\,K) \ln\left(\frac{5\,l}{15\,l}\right)$

$\underline{Q_{III} = -3.65 \cdot 10^3\,J \quad \text{(avgitt)}}$

IV Isochor >: $W = 0$ som i II

$Q = n c_V' \int_{T_C}^{T_H} dT = n c_V' (T_H - T_C)$

$$Q_{\underline{IV}} = (1\,\text{mol})(5/2 \cdot 8.314\ \text{J/mol}\cdot\text{K})(750-400)\,\text{K}$$

$$\underline{Q_{\underline{IV}} = 7.27 \cdot 10^3\ \text{J}\ \ (\text{absorbert})}$$

<u>Varmestrømmen er positiv (absorbert) i trinn I og IV</u>

d) Arbeidet $\underline{W = 0 \text{ i trinn } \underline{II} \text{ og } \underline{IV}}$

$\text{I}\ \underline{W_{\underline{I}}} = Q_{\underline{I}} = \underline{6.85 \cdot 10^3\ \text{J}}$ <u>utført av gassen</u>

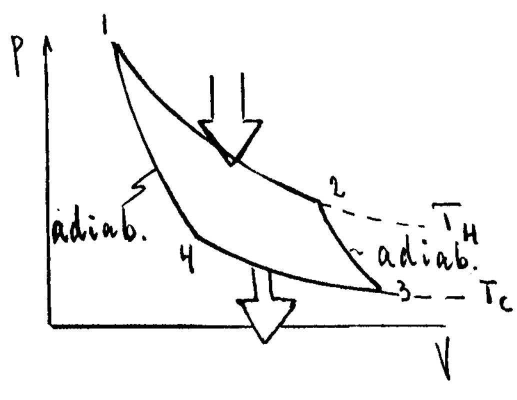
$\underline{\text{III}}\ \underline{W_{\underline{III}}} = Q_{\underline{III}} = \underline{-3.65 \cdot 10^3\ \text{J}}$ <u>utført på gassen</u>

e) $\underline{\text{Virkningsgrad} \quad \eta = \dfrac{W}{Q_{inn}}}$

$$\eta_s = \frac{W_{\underline{I}} + W_{\underline{III}}}{Q_{\underline{I}} + Q_{\underline{IV}}} = \frac{(6.85 - 3.65)\,10^3\ \text{J}}{(6.85 + 7.27)\,10^3\ \text{J}}$$

$$\underline{\eta_s = 0.227 \sim 0.23}$$

f) Carnotprosessen : 2 isotermer, 2 adiabater . I adiabat : $Q = 0$
For hele prosessen : $\Delta U = 0 = -W + Q = -W + Q_H + Q_C$
Q_H tilsvarer absorbert Q, Q_C = avgitt Q.



$$W = Q_H + Q_C$$

$$\eta_C = \frac{W}{Q_{inn}} = \frac{Q_H + Q_C}{Q_H}$$

$$= 1 + \frac{Q_C}{Q_H}$$

For isotermene:

$$W_{1\to 2} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = nRT_H \ln\left({V_2}/{V_1}\right) = Q_H$$

$$W_{3\to 4} = \int_{V_3}^{V_4} p\,dV = nRT_c \ln\left({V_4}/{V_3}\right) = Q_c$$

se pkt. c)

$$\eta_c = 1 + \frac{Q_c}{Q_H} = 1 + \frac{nRT_c \ln\left({V_4}/{V_3}\right)}{nRT_H \ln\left({V_2}/{V_1}\right)} = 1 - \frac{T_c \ln\left({V_3}/{V_4}\right)}{T_H \ln\left({V_2}/{V_1}\right)}$$

Fra adiabatene:

$$p_2 V_2^{\gamma} = p_3 V_3^{\gamma} \quad \text{og} \quad p_1 V_1^{\gamma} = p_4 V_4^{\gamma}$$

$$\Rightarrow \frac{p_2 V_2^{\gamma}}{p_1 V_1^{\gamma}} = \frac{p_3 V_3^{\gamma}}{p_4 V_4^{\gamma}} \qquad (A)$$

Fra isotermene:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{nRT_H\, {1}/{V_2}}{nRT_H\, {1}/{V_1}} = \frac{V_1}{V_2} \quad ; \quad \frac{p_3}{p_4} = \frac{nRT_c\, {1}/{V_3}}{nRT_c\, {1}/{V_4}} = \frac{V_4}{V_3}$$

Innsatt i (A):

$$\frac{p_2 V_2^{\gamma}}{p_1 V_1^{\gamma}} = \frac{p_3 V_3^{\gamma}}{p_4 V_4^{\gamma}} \Rightarrow \frac{V_2^{\gamma-1}}{V_1^{\gamma-1}} = \frac{V_3^{\gamma-1}}{V_4^{\gamma-1}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \Rightarrow \underline{\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_H}}$$

Innsatt for $T_c = 400\,K$, $T_H = 750\,K$

$$\underline{\eta_c} = 1 - \frac{400}{750} = \underline{0.467}$$

Altså : $\underline{\eta_c \sim 2 \times \eta_s}$

Dersom noe av varmen Q_{II} ved den isochore trykk-reduksjonen i Stirlingsyklusen kan tilføres ved den isochore trykkøkningen Q_{IV} så vil η_s øke. I det ideelle tilfellet at ingen varme går tapt i de isochore prosessene, dvs. $|Q_{\text{II}}| = |Q_{\text{IV}}|$ blir $\eta_s \equiv \eta_c$.

Oppgave 2

I $\rho = \rho_0(r)$ for $r \leq R$; $\rho = \frac{dq}{dV}$

$$q_{tot,fri} = \int_V \rho\, dV = \rho_0 \int_0^R r'^2 \cdot 4\pi r'^2\, dr' = 4\pi\rho_0 \int_0^R r'^4\, dr'$$

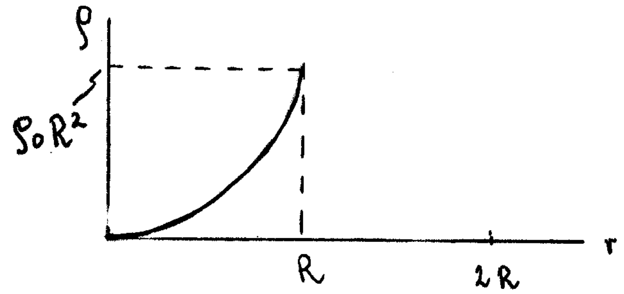
$$= 4\pi\rho_0 \Big|_0^R \frac{r'^5}{5} = \frac{4}{5}\pi\rho_0 R^5$$

Innsatt for $\rho_0 = \frac{5Q}{4\pi R^5}$ => $\underline{q_{tot,fri} = Q}$ OK

II $$q(r) = \rho_0 \int_0^{r \leq R} r'^2\, 4\pi r'^2\, dr' = \frac{5Q}{4\pi R^5}\, 4\pi \Big|_0^r \frac{r'^5}{5}$$

$$\underline{q(r) = Q\left(\frac{r}{R}\right)^5}$$

III



b) Gauss lov $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{omsl}}{\varepsilon_0}$

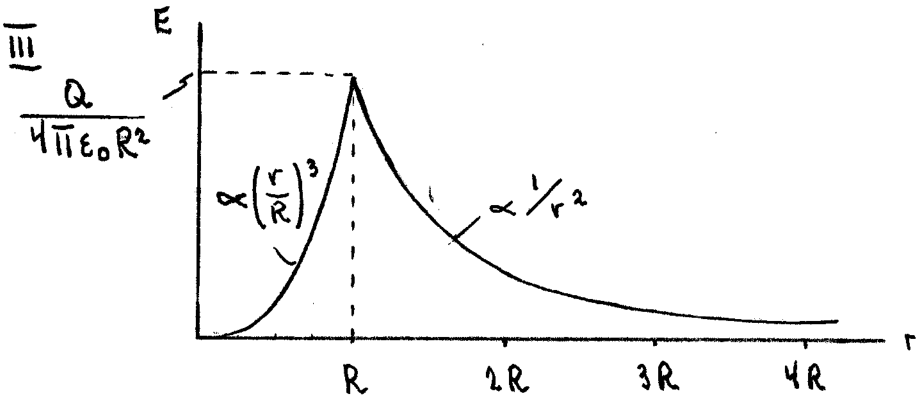
I $r \geq R$: $q_{omsl} = Q \Rightarrow \underline{E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$ (som for punktladn.)

II $r \leq R$: $q_{omsl} = Q\left(\frac{r}{R}\right)^5$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E\, 4\pi r^2 = \frac{Q\left(\frac{r}{R}\right)^5}{\varepsilon_0}$$

$$\underline{E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\left(\frac{r}{R}\right)^3} \qquad E(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \text{ OK}$$

III



c) I $r \geq R$ $\quad V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ som for punktladn.

eller i detalj :

$$\int_{V(\infty)}^{V(r)} dV' = V(r) - V(\infty) = -\int_{\infty}^{r} \vec{E}(r')\,d\vec{r'} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\infty}^{r}\frac{dr'}{r'^2}$$

$$\underline{V(r)} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\Big|_{\infty}^{r} -\frac{1}{r'} = \underline{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

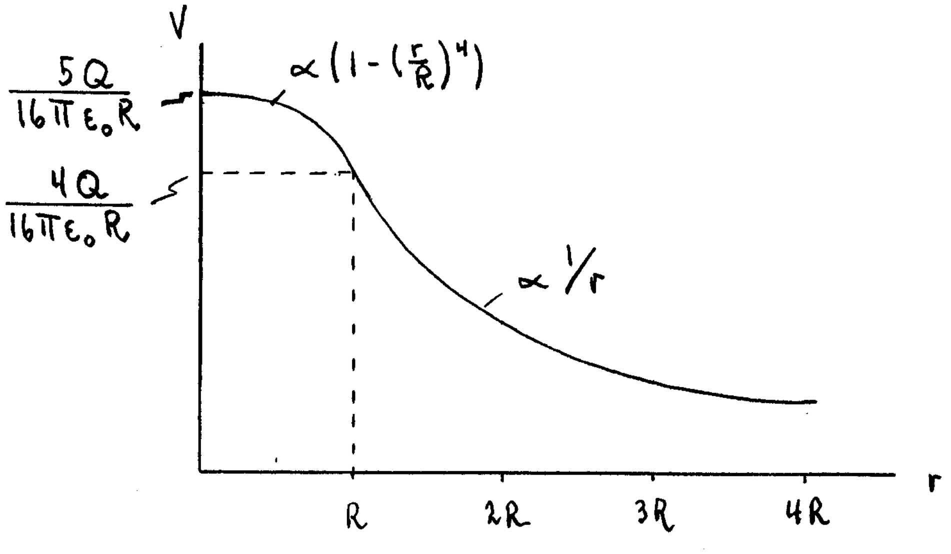
$\underline{\text{II}}$ $r \leq R$

$$\int_{V(R)}^{V(r)} dV' = V(r) - V(R) = -\int_{R}^{r} \vec{E}(r')\,d\vec{r'} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^5}\int_{R}^{r} r'^3\,dr'$$

$$V(r) - V(R) = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^5}\Big|_{R}^{r}\frac{r'^4}{4} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^5}\left(\frac{R^4}{4} - \frac{r^4}{4}\right)$$

$$V(r) = \frac{Q}{16\pi\varepsilon_0 R} - \frac{Q}{16\pi\varepsilon_0}\frac{r^4}{R^5} + \underbrace{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}}_{V(R)}$$

$$\underline{V(r) = \frac{Q}{16\pi\varepsilon_0 R}\left(5 - \left(\frac{r}{R}\right)^4\right)}$$



d) <u>For $r \geq R$:</u>

Gauss lov $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad \text{som i pkt. b)}$$

$$\Rightarrow V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad \text{som i pkt. c)}$$

<u>For $r \leq R$:</u>

I Gauss lov $\oint \vec{E}\, d\vec{A} = \dfrac{q(r)}{K\varepsilon_0} = \dfrac{q(r) - q_i(r)}{\varepsilon_0}$

$$q_i(r) = q(r) - \varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q\left(\frac{r}{R}\right)^5 - \varepsilon_0 \frac{Q\left(\frac{r}{R}\right)^5}{K\varepsilon_0}$$

$$\underline{q_i(r) = \frac{K-1}{K} Q \left(\frac{r}{R}\right)^5}$$

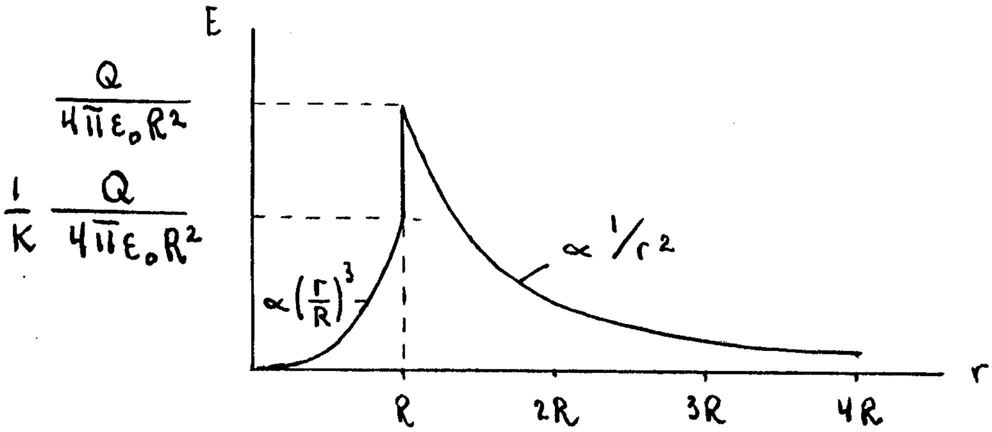
II $\rho_i(r) = \dfrac{dq_i(r)}{d(\mathrm{Vol})} = \dfrac{\frac{K-1}{K} Q \frac{5r^4}{R^5} dr}{4\pi r^2 dr}$

$$\underline{\rho_i(r) = \frac{K-1}{K} \frac{5Qr^2}{4\pi R^5} = \frac{K-1}{K} \rho_0 r^2}$$

e) For $r \leq R$:

Korrigert E fra $\oint \vec{E}\, d\vec{A} = E \cdot 4\pi r^2 = \dfrac{Q\left(\frac{r}{R}\right)^5}{K\varepsilon_0}$

$$\underline{E} = \frac{Q}{4\pi K\varepsilon_0} \frac{r^3}{R^5} = \underline{\frac{1}{K} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\left(\frac{r}{R}\right)^3}$$



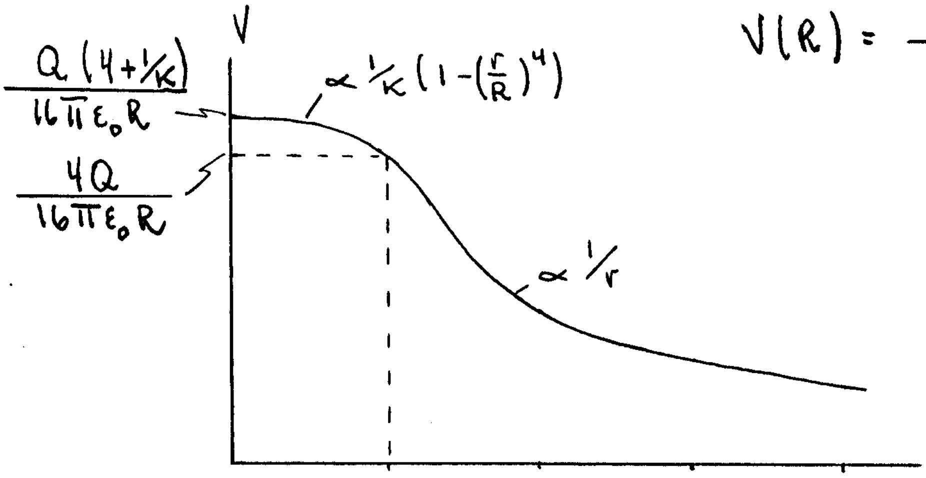
E(r) øker i et sprang ved r = R når r øker mot R pga. overflateladning ved denne r. Forløpet for r > R er uendret.

Korrigert V for $r \leq R$

$$V(r) - V(R) = -\int_R^r E(r')\,dr' = -\frac{Q}{4\pi K\varepsilon_0 R^5}\int_R^r r'^3\,dr'$$

$$V(r) = \frac{Q}{16\pi K\varepsilon_0 R} - \frac{Q}{16\pi K\varepsilon_0 R}\left(\frac{r}{R}\right)^4 + \underbrace{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}}_{V(R)}$$

$$\underline{V(r) = \frac{Q}{16\pi\varepsilon_0 R}\left(4 + \frac{1}{K} - \frac{1}{K}\left(\frac{r}{R}\right)^4\right)}$$



$$V(R) = \frac{Q}{16\pi\varepsilon_0 R}\left(4 + \frac{1}{K} - \frac{1}{K}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \quad \text{OK}$$

$V(r)$ er kontinuerlig ved $r = R$. $V_\varepsilon < V_{\varepsilon_0}$;
$V_{max,\varepsilon}(r=0) = \frac{(4 + 1/K)}{5} \cdot V_{max,\varepsilon_0}(r=0)$. Forløpet av V for $r > R$ er uendret.

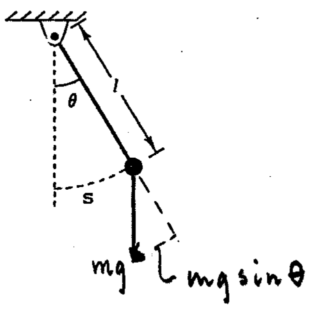
Oppgave 3

Svar kort, tegn skisse eller marker rett svar med ring rundt den aktuelle bokstaven.

1. To masser, m_1 og m_2, der $m_2 = 2m_1$ henges opp i hver sin identiske fjær. Den ene fjæra + massen m_1 (system A) trekkes dobbelt så langt ut som den andre fjæra + massen m_2 (system B) og begge fjær/masse-systemene slippes samtidig. Hvilket system, A eller B, når først likevektsposisjonen?

A	B	C
A først	B først	A og B samtidig

2. Pendelen i figuren svinger friksjonsfritt under påvirkning av gravitasjonen. Pendelstaven er stiv og masseløs, all masse antas å ligge i loddet i enden. Utled et uttrykk som viser at for tilstrekkelig små utsving θ er systemet en harmonisk oscillator.



Bue : $s = l\theta$

Tangent. hastighet $v = \frac{ds}{dt} = l\frac{d\theta}{dt}$

Tangent. akseller. $a = l\frac{d^2\theta}{dt^2}$

Tangent. kraft $F = -mg\sin\theta$

Newton's 2. lov : $F = ma \Rightarrow -mg\sin\theta = ml\frac{d^2\theta}{dt^2}$

For små θ : $\sin\theta \sim \theta$

$\Rightarrow l\frac{d^2\theta}{dt^2} + g\theta = 0$ - bev. likn. for harm. oscill.

3. Forklar kort fenomenet resonans. Bruk som eksempel et underdempet harmonisk svingesystem.

En harm. oscill. med egenfrekvens ω_0 kan settes i tvungne svingninger med frekvens ω. Amplituden av de tvungne svingningene (energioverføring) avhenger sterkt av differansen $|\omega - \omega_0|$. Den har et max. når $\omega \sim \omega_0$. Dette er resonans. Effekten er særlig sterk for et underdempet system.

4. Et tau med masse 2.5 kg er strukket mellom to festepunkter i avstanden 5.0 m. En transversal bølge startes ved å slå til tauet ved det ene festet. Bølgen når det andre festet etter 0.5 s. Hva er spenningen i tauet?

A	B	C	D	E
0.2 N	5 N	50 N	125 N	350 N

5. En mann står i vinduet på et hurtigtog som kjører i 240 km/t. Når toget nærmer seg kjæresten som venter ved sporet tar han opp signalhornet og blåser en tone med frekvens f. Hvilken frekvens hører kjæresten? Lydhastigheten i luft er 333 m/s.

A	B	C	D	E
0.75 f	0.83 f	f	1.20 f	1.25 f

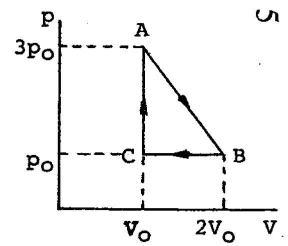
6. Det laveste gasstrykket som kan oppnås med moderne vakuumutstyr er ca. 10^{-12} N/m^2. Hvor mange molekyler er det pr. cm^3 ved dette trykket og T = 17 °C?

A	B	C	D	E
$6.022 \cdot 10^{23}$	$2.69 \cdot 10^{19}$	$2.5 \cdot 10^{12}$	$8.31 \cdot 10^{6}$	250

7. En sylinder med et bevegelig stempel inneholder en viss mengde luft ved p = 10^5 Pa og T = 20 °C. Det tilføres varme ved konstant volum inntil trykket har økt 40%. Hva er da temperaturen i °C?

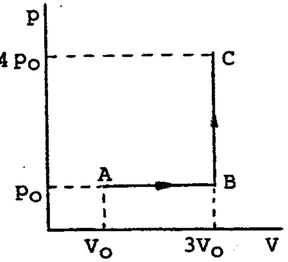
A	B	C	D	E
489	312	202	137	28

8. 1 mol av en ideell gass inngår i en arbeidssyklus A-B-C-A som vist i figuren. Alle delprosessene er lineære i pV-plottet. Hvor stort arbeid har gassen utført?



A	B	C	D
$9\,p_0V_0$	$3\,p_0V_0$	p_0V_0	$1/3\,p_0V_0$

9. En ideell monoatomær gass inngår i en 2-trinns prosess som vist i pV-plottet. Hva er forandringen i indre energi ΔU ved transformasjonen $A \rightarrow C$?



A	(B)	C	D
$99.78\ p_0V_0$	$33/2\ p_0V_0$	$12\ p_0V_0$	$3/2\ p_0V_0$

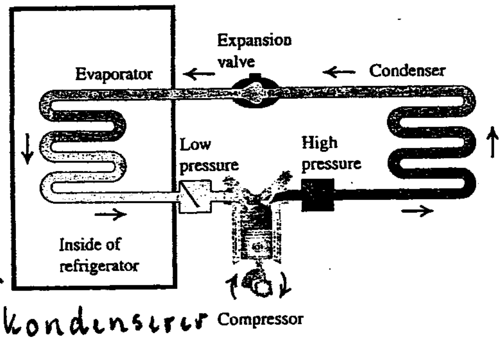
10. 1 l av en ideell diatomær gass får ekspandere til det doble volumet, i et tilfelle adiabatisk, i et annet tilfelle isotermt. Hva er forholdet mellom trykkendringene $\Delta p_{adia}/\Delta p_{iso}$?

A	B	C	(D)	E
4.18	2.0	1.4	1.24	0.72

11. 1 mol N_2-gass oppbevares ved T = 295 K. Hva er ~~indre~~ kinetisk energi for gassen?

A	(B)	C	D	E
290 J	3680 J	8300 J	$3.7 \cdot 10^4$ J	$8.3 \cdot 10^5$ J

12. Forklar virkemåten av kjøleskapet med referanse til prinsippskissen.

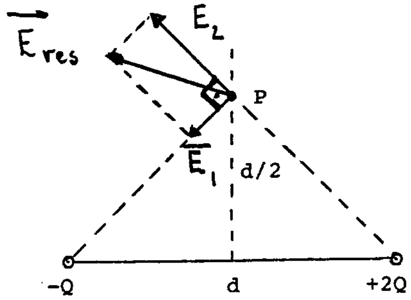


Arbeidsmedium: kjølevæske/damp i likevekt. Adiabatisk kompresjon i kompressor ⇒ p og T øker. Mediet avgir varme $|Q_H|$ til omgivelsene og kondenserer delvis. Påfølgende adiabatisk ekspansjon i eksp.-ventilen ⇒ p og T avtar. Mediet tar opp varme $|Q_C|$ fra det avkjølte skapet som blir enda mer avkjølt og væske fordamper. Ny syklus starter i kompressoren der arbeidet W blir gjort på mediet.

13. Hva blir entropiøkningen (J/K) når 30 g is ved 0 °C smelter til vann som deretter blir oppvarmet til 10 °C? Latent smeltevarme for is: 334 kJ/kg, spesifikk varme for vann: 4.18 kJ/kg.

(A)	B	C	D	E
41.2	100.6	166.7	495	1292

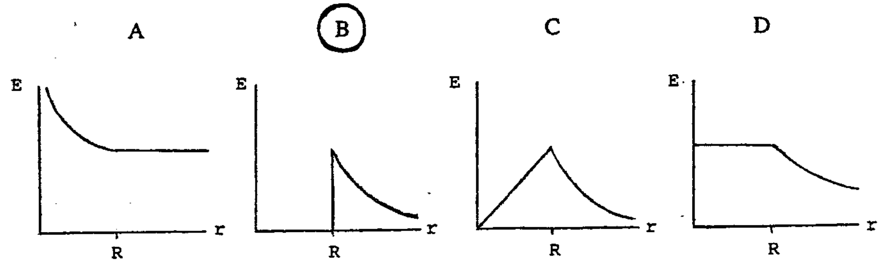
14. To partikler med ladning -Q og +2Q ligger i en avstand d fra hverandre. Et punkt P ligger på midtnormalen i avstand d/2 fra linja mellom de to ladningene. Vis vha. vektorpiler i figuren relativ størrelse og retning både for de elektriske feltene som hver av ladningene setter opp i P, og for resultantfeltet.



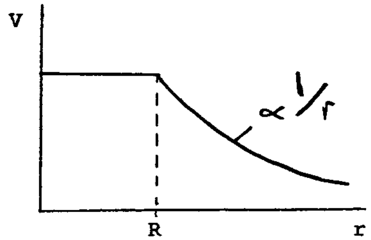
$|\vec{E}_2| = 2|\vec{E}_1|$

$|\vec{E}_{res}| = |\vec{E}_1| \cdot \sqrt{5}$

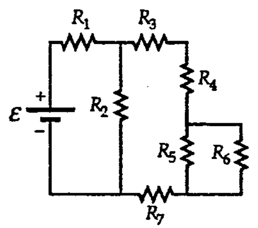
15. Ei massiv kule av et godt ledende materiale har ladning Q. Kuleradius er R. Hvilken graf av elektrisk felt E sfa. avstanden r fra kulesentrum er riktig?



16. Det elektriske potensialet V skal utledes for kula i spørsmål 15. Vis i skisse forløpet av V sfa. avstanden r (sett V = 0 for r = ∞).



17. I resistornettet i figuren har alle resistorene samme verdi = R unntatt R_7 som har verdi = R/2



Hva er resultantresistansen?

A	B	C	D	E
3R	7/4 R	R	2/5 R	R/9

18. Et proton (masse m_p og ladning e) og en α-partikkel ($m_\alpha = 4\,m_p$, $Q_\alpha = 2e$) aksellereres gjennom det samme potensialfallet V inn i et homogent magnetfelt **B** og normalt på **B**. Hva blir forholdet mellom baneradiene r_p/r_α?

A	B	C	D	E
¼	1/√2	1	√2	4

19. Ei strømførende sløyfe kan rotere friksjonsfritt i et homogent magnetfelt B. I hvilken stilling relativt **B** vil sløyfa være i <u>stabil</u> likevekt (null netto dreiemoment, minimum energi)? Gi vinkelen mellom sløyfenormalen **A** og feltvektor **B**.

A	B	C	D
0°	90°	180°	270°

20. Skriv opp Amperes lov og diskuter innholdet i den. Når er denne loven særlig nyttig å bruke?

Ampères lov: $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ gir relasjonen mellom et magnetfelt og strømmen(e) som har skapt feltet. V. side beskriver en integrasjon langs en valgt lukket omslutningskurve der $\vec{B}$ er resultant magnetfelt. På H. side er μ_0 = permeabiliteten i vacuum og I = algebraisk sum av alle strømmene som er omsluttet av kurven. Loven er generell. For å bruke den i praksis, f. eks. for å utlede magnetfeltet må symmetrien i situasjonen være tilstrekkelig høy, eks. kule, sylinder torus.

Oppgave 3

Beregninger til noen av punktene

1) $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ $\Rightarrow$: $T \propto \sqrt{m}$ og er uavh. av amplitude

4) $v = \dfrac{\Delta l}{\Delta t} = \sqrt{\dfrac{F_T}{\mu}}$ der $\mu = m/l$

$$F_T = \left(\frac{m}{l}\right)\left(\frac{\Delta l}{\Delta t}\right)^2 = \left(\frac{2.5\,\text{kg}}{5\,\text{m}}\right)\left(\frac{5\,\text{m}}{0.5\,\text{s}}\right)^2 = \underline{50\,\text{N}}$$

5) Kilde mot stasjonær mottaker med hast. v_s

$$\lambda' = \frac{v - v_s}{f} \quad ; \quad f' = \frac{v}{\lambda'} = f\,\frac{v}{v - v_s} = \frac{f}{(1 - v_s/v)}$$

$$v_s = 240\ \text{km/h} = 66.67\ \text{m/s}$$

Lydhast. $v = 333\ \text{m/s} \approx 5\,v_s$

Ny frekvens $f' = \dfrac{f}{1 - (v_s/v)} = \dfrac{f}{1 - 1/5} = \underline{1.25\,f}$

6) $pV = NkT \Rightarrow \dfrac{N}{V} = \dfrac{p}{kT}$

$$\frac{N}{V} = \frac{10^{-12}\ \text{N/m}^2}{1.381 \cdot 10^{-23}\ \cancel{\text{J}}/\text{K} \cdot 290\,\text{K}} = 2.497 \cdot 10^{8}\ \frac{\text{molek}}{\text{m}^3} \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{m}^3}{\text{cm}^3}$$

$$\underline{\frac{N}{V} \sim 250\ \frac{\text{molek}}{\text{cm}^3}}$$

7) $pV = nRT$, V, n og R = konst.

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \left(\frac{T_2}{T_1}\right) \Rightarrow T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 293\,\text{K}\left(\frac{1.40}{1}\right) = 410.2\,\text{K}$$

$$\underline{T_2 \simeq 137\ ^\circ\text{C}}$$

8) $W = \frac{1}{2}(p_A - p_B)(V_B - V_A) = \frac{1}{2}(3p_0 - p_0)(2V_0 - V_0)$

$\underline{W} = \frac{1}{2}\, p_0 \cdot 2 \cdot V_0 \cdot 1 = \underline{p_0 V_0}$

9) $\Delta U = n c_v' \Delta T$ og $\Delta T = ?$

Temperaturer fra $pV = nRT$

$T_A = p_0 V_0 / nR = T_0$

$T_B = p_B V_B / nR = p_0 (3V_0)/nR = 3T_0$

$T_C = p_C V_C / nR = (4p_0)(3V_0)/nR = 12 T_0$

$\Delta T = T_C - T_A = 11\, T_0$

$\underline{\Delta U} = n \cdot \frac{3}{2} R \left(11 \frac{p_0 V_0}{nR}\right) = \underline{\frac{33}{2}\, p_0 V_0}$

$pV = \frac{2}{3} U \Rightarrow U = \frac{3}{2} pV$

$\underline{\Delta U} = U_c - U_a$

$= \frac{3}{2}(4p_0 \cdot 3V_0 - p_0 V_0)$

$= \underline{\frac{33}{2}\, p_0 V_0}$

10) Adiabatisk : $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$

$p_2 = p_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{1.4} \sim 0.38\, p_1$

Isoterm : $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)$

$p_2 = p_1 \left(\frac{1}{2}\right) = 0.5\, p_1$

$\underline{\frac{\Delta p_{adia}}{\Delta p_{iso}}} = \frac{p_1(1-0.38)}{p_1(1-0.5)} = \frac{0.62}{0.5} = \underline{1.24}$

11) $E_{kin} = \frac{1}{2} N m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} NkT$

$= \frac{3}{2} \cdot 6.022 \cdot 10^{23}$ molek $\cdot 1.381 \cdot 10^{-23}$ J/K $\cdot 295$ K

$\underline{E_{kin} \sim 3680 \text{ J}}$

$U = \frac{5}{2} NkT \simeq 6130$ J

13) $$\Delta S = \int_{is}^{vann} \frac{dQ}{T} + \int_{273}^{283} \frac{dQ}{dT} = \frac{1}{T}\int_{is}^{vann} \Delta Q + \underbrace{mc \int_{273}^{283} \frac{dT}{T}}_{dQ = mc\,dT}$$

$$= \frac{3 \cdot 10^{-2}\,kg \cdot 334 \cdot 10^{3}\,J/kg}{273\,K} + 3 \cdot 10^{-2}\,kg \cdot 4.185 \cdot 10^{3}\,J/kg \cdot K \ln\left(\frac{283}{273}\right)$$

$$\underline{\Delta S} = (36.70 + 4.52)\,J/K = \underline{41.2\,J/K}$$

17) $$\frac{1}{R_8} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_8 = \frac{R}{2}$$

$$R_9 = R_3 + R_4 + R_8 + R_7 = R + R + \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = 3R$$

$$\frac{1}{R_{10}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_9} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} = \frac{4}{3R} \Rightarrow R_{10} = \frac{3}{4}R$$

$$\underline{R_{eq}} = R_1 + R_{10} = R + \frac{3}{4}R = \underline{\frac{7}{4}R}$$

18) ① $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = QV \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2QV}{m}}$

② $QvB = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{QB} = \frac{\sqrt{2V}}{B}\sqrt{\frac{m}{Q}}$

For konst. V og B : $r \propto \sqrt{\frac{m}{Q}}$

$$\underline{\frac{r_p}{r_\alpha}} = \sqrt{\frac{m_p/Q_p}{m_\alpha/Q_\alpha}} = \sqrt{\frac{m_p/Q_p}{4m_p/2Q_p}} = \underline{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

19) Dreiemoment: $\tau = |\vec{\mu} \times \vec{B}| = \mu B \sin\theta$

Likevekt for $\tau = 0$: $\theta = 0°$ eller $180°$

Energi : $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos\theta$

$U = -\mu B$ for $\underline{\theta = 0°}$ (min. energi)