Fag SIF4006 Fysikk1 for Datateknikk
Eksamen 6.12.1999
Løsningsforslag

Oppgave 1

a) Harmonisk udempet oscillator, løsning $x(t) = A_0 \sin(\omega_0 t + \delta)$

Periode $T_0 = \frac{60}{120}\,s = 0.5\,s$

Vinkelfrekvens $\underline{\omega_0} = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0.5\,s} = \underline{4\pi\, s^{-1}} = \underline{12.5664\, s^{-1}}$

b) I Newtons 2. lov : $\sum_i F_i = ma$

$\Rightarrow F_H + F_d = ma \quad \therefore -kx - b(dx/dt) = m(d^2x/dt^2)$

$$\underline{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0}$$

Bev. likn. for dempet HO

II Løsning $x(t) = A \cdot e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \delta)$

A = amplitude av oscillator

$e^{-\alpha t}$ = dempingsledd

$\alpha = \frac{b}{2m}$

der b = dempingskoeffisient
m = masse av oscillator

ω = vinkelfrekvens for dempet oscillator

δ = fasekonstant

III Har at $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - (b/2m)^2}$

Kriterium for underdemping : $(b/2m)^2 < \omega_0^2 = m/k$

$$\alpha^2 = (b/2m)^2 = \omega_0^2 - \omega^2 = \left(\frac{2\pi}{60/120}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{60/117}\right)^2 = \underline{\pi^2(4^2 - 3.9^2)}$$

$$\Rightarrow \alpha = (b/2m) = 2.79231 s^{-1}$$

$$\underline{\text{?}: (b/2m)^2 \ll \omega_0^2} \Rightarrow \underline{\text{Underdempet system}}$$

c) I $b = 2m \cdot \alpha = 2 \cdot 4/3\,\pi\,(0.005)^3 m^3 \cdot 7.75 \cdot 10^3\, kg/m^3 \cdot 2.79231\, s^{-1}$

$\underline{b = 0.02266\ kg/s}$

η fra Stokes lov

$$\underline{\eta} = \frac{b}{6\pi r} = \frac{0.02266\ kg/s}{6\pi \cdot 0.005\ m} = \underline{0.2404\ kg/m\cdot s}$$

II Kritisk demping når : $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = 0$

$$\Rightarrow \alpha^2 = (b/2m)^2 = \omega_0^2$$

$$b_{kr} = \omega_0 \cdot 2m = 4\pi s^{-1} \cdot 2 \cdot 4/3\,\pi\,(0.005)^3 m^3 \cdot 7.75 \cdot 10^3\, kg/m^3$$

$$b_{kr} = 0.101986\ kg/s$$

$$\underline{\eta_{kr}} = \frac{b_{kr}}{6\pi\, 0.005} = \underline{1.082\ kg/ms}$$

d) I Har at : $x(0) = x_0 = A_0 \Rightarrow A \cdot e^{-\alpha\cdot 0}\sin(0+\delta) = A_0$

$\Rightarrow A \sin\delta = A_0$ (I)

$$dx/dt = A\left(e^{-\alpha t} \cdot -\alpha \sin(\omega t + \delta) + e^{-\alpha t}\cos(\omega t + \delta)\cdot\omega\right)$$

$$= A \cdot e^{-\alpha t}\left(\omega\cos(\omega t + \delta) - \alpha\sin(\omega t + \delta)\right)$$

$$(dx/dt)_{t=0} = A\left[\omega\cos\delta - \alpha\sin\delta\right] = 0$$

$$= A\omega\cos\delta - A\alpha\sin\delta = 0 \quad (\text{II})$$

Fra (II) : $\omega \cos\delta = \alpha \sin\delta$

$$\tan\delta = \frac{\omega}{\alpha} \quad \text{(III)}$$

Inn fra (I) i (II) :

$$A \omega \cos\delta = A_0 \alpha$$

$$\cos\delta = \frac{A_0 \alpha}{A \omega}$$

$$\cos\delta = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\delta}} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega/\alpha)^2}} = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+\omega^2}} = \frac{\alpha}{\omega_0}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\omega_0} = \frac{A_0 \alpha}{A \omega}$$

$$\underline{A = A_0 (\omega_0/\omega)}$$

III $\tan\delta = \omega/\alpha = \dfrac{3.9\pi}{(4^2-3.9^2)^{1/2}\cdot\pi} = 4.38784$

$\underline{\delta = 77.16^\circ}$ (i 1. kvadr.)

e) Maks. utslag når $\sin(\omega t + \delta) = 1$

Reduksjon i amplitude sfa. tid t : $A \cdot e^{-\alpha t}$

Krav : $A \cdot e^{-\alpha t} = \frac{1}{10} A_0$

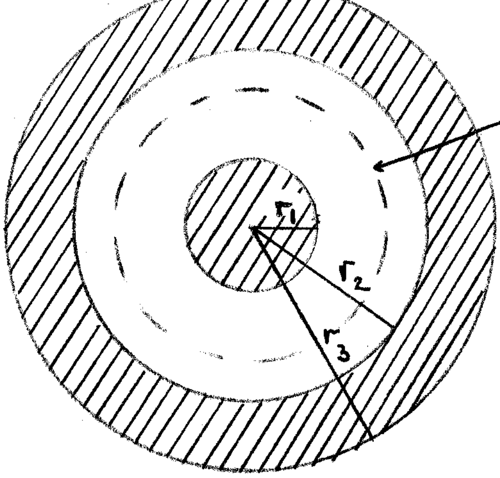
$$-\alpha t = \ln\left(\frac{A_0}{10A}\right) = \ln\left(\frac{\omega}{10\omega_0}\right)$$

$$t = -\frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{\omega}{10\omega_0}\right)$$

$$t = -\frac{1}{2.79231} \ln\left(\frac{3.9\pi}{10\cdot 4\pi}\right)$$

$$\underline{t = 0{,}83 \text{ s}}$$

Oppgave 2



Gaussflate: Sylinder med radius r og lengde l som omslutter en ladning q_{omsl}.

Gauss lov: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{omsl}}{\varepsilon}$

a) I $r_1 < r < r_2$

$$\oint \vec{E} d\vec{A} = E(r) \cdot 2\pi r l = \frac{\lambda_1 \cdot l}{\varepsilon_0}$$

$$\underline{E(r) = \frac{\lambda_1}{2\pi \varepsilon_0 r}}$$

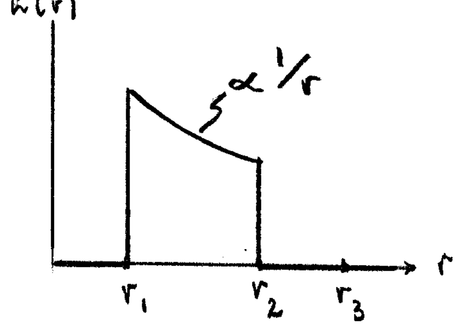
II $r > r_3$

$$E(r) \cdot 2\pi r l = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2) l}{\varepsilon_0}$$

$$\underline{E(r) = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\pi \varepsilon_0 r}}$$

b) I For begge områdene $r < r_1$ og $r_2 < r < r_3$ er $E(r) = 0$. Inni et metall er $E = 0$. Hvis ikke ville ladning bevege seg inntil stasjonær tilstand var inntrådt $\Rightarrow$ all ladning ligger i overflata og feltlinjene står normalt på den.

II $E(r) = 0$ for $r > r_3$ dersom $\lambda_2 = -\lambda_1$, dvs. lik ladning med motsatt fortegn.



c) I Molekylene i et dielektrikum vil polariseres av det ytre feltet og orientere seg slik at det blir indusert et felt $\vec{E}_{ind}$ rettet **mot** det påtrykte feltet $\vec{E}$.

II Resultantfelt : $\vec{E}_{net} = \vec{E} + \vec{E}_{ind}$

Har $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{omsl}}{\varepsilon_0} = \frac{q - q_{ind}}{\varepsilon_0}$

Kan vise at : $q - q_{ind} = \frac{q}{K}$

=> Gauss lov for dielektr. : $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{K \varepsilon_0}$

Fra pkt. a) I følger : $\underline{E(r) = \frac{\lambda_1}{2\pi K \varepsilon_0 r}}$

<u>dvs. feltet er redusert med en faktor K = 5.0 relativt felt uten dielektrikum.</u>

d) Ampères lov : $\oint \vec{B} \, d\vec{l} = \mu I$ og her : $\mu \simeq \mu_0$

I $r < r_1$

Strøm $I(r) = I_1 \frac{\pi r^2}{\pi r_1^2} = I_1 \frac{r^2}{r_1^2}$

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(r) \, 2\pi r = \mu_m I_1 \frac{r^2}{r_1^2}$

$\underline{B(r) = \frac{\mu_m I_1}{2\pi} \frac{r}{r_1^2}}$

II $r_1 < r < r_2$

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = B(r) \cdot 2\pi r = \mu_d I_1$$

$$\underline{B(r) = \frac{\mu_d I_1}{2\pi r}}$$

III $r > r_3$

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = B(r)\, 2\pi r = \mu_0 (I_1 + I_2)$$

$$\underline{B(r) = \frac{\mu_0 (I_1 + I_2)}{2\pi r}}$$

e) I $r_2 < r < r_3$

Fraksjon av strømmen I_2 ved en r i området:

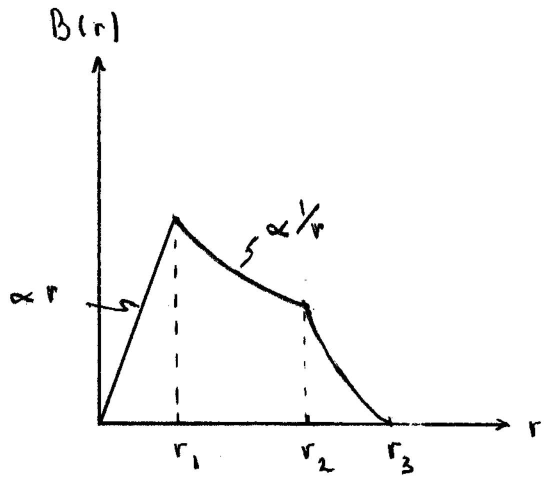
$$I_2(r) = I_2 \left(\frac{\pi r^2 - \pi r_2^2}{\pi r_3^2 - \pi r_2^2} \right) = I_2 \left(\frac{r^2 - r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} \right)$$

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = B(r) \cdot 2\pi r = \mu_m \left[I_1 + I_2 \left(\frac{r^2 - r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} \right) \right]$$

$$\underline{B(r) = \frac{\mu_m}{2\pi r} \left[I_1 + I_2 \left(\frac{r^2 - r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} \right) \right]}$$

II Sett $I_2 = -I_1$

	$B(r)$
$r < r_1$	$: \frac{\mu_m I_1}{2\pi} \frac{r}{r_1^2}$
$r_1 < r < r_2$	$: \frac{\mu_d I_1}{2\pi r}$
$r_2 < r < r_3$	$: \frac{\mu_m I_1}{2\pi r} \left[1 - \left(\frac{r^2 - r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} \right) \right]$
$r > r_3$	$: 0$

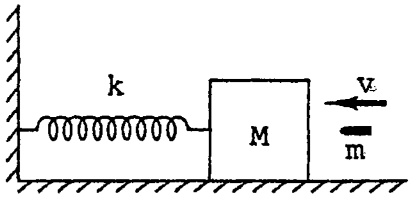


I fig. er det antatt at $\mu_m \approx \mu_d \approx \mu_0$
metall dielektr. vakuum

Oppgave 3

Svar kort, tegn skisse eller marker rett svar med ring rundt den aktuelle bokstaven.

1. Ei fjær med fjærkonstant k er festet i den ene enden til en vegg og i den andre til en kloss med masse M. Kloss og fjær kan bevege seg friksjonsfritt i horisontalplanet. En kule med masse m og hastighet v skytes horisontalt inn i klossen. Hele systemet settes dermed i harmonisk bevegelse. Kollisjonen skjer over så kort tid at en kan se bort fra sammentrykking av fjæra i dette tidsrommet. Hva er maksimal hastighet v_{max} av systemet rett etter innslaget?



A	B	C	D	E
$\left(1-\frac{m}{M}\right)v$	$\left(\frac{m}{M+m}\right)v$	$\left(1-e^{-(m/M)}\right)v$	$\left(\frac{1}{M}+\frac{1}{m}\right)v$	v

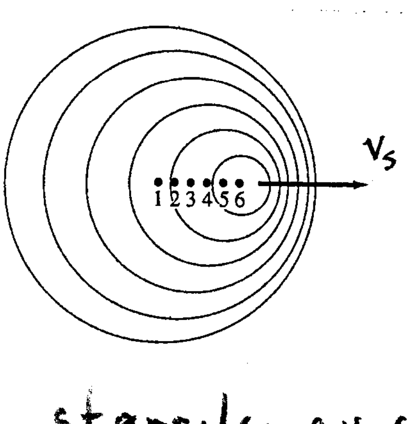
2. Hva er amplituden A for den harmoniske bevegelsen av systemet i pkt. 1?

A	B	C	D
$v\sqrt{\frac{(M+m)(M-m)}{M}}$	$v\sqrt{\frac{m^2}{(M+m)k}}$	$v\sqrt{\frac{(M+m)^3}{Mmk}}$	$v\sqrt{\frac{m}{k}}$

3. Flaggermus sender ut ultralyd med frekvens typisk 100 kHz og bruker ekko for navigasjon og jakt på bytte. Hvilken bølgelengde (i m) tilsvarer dette i luft ved 20°C?

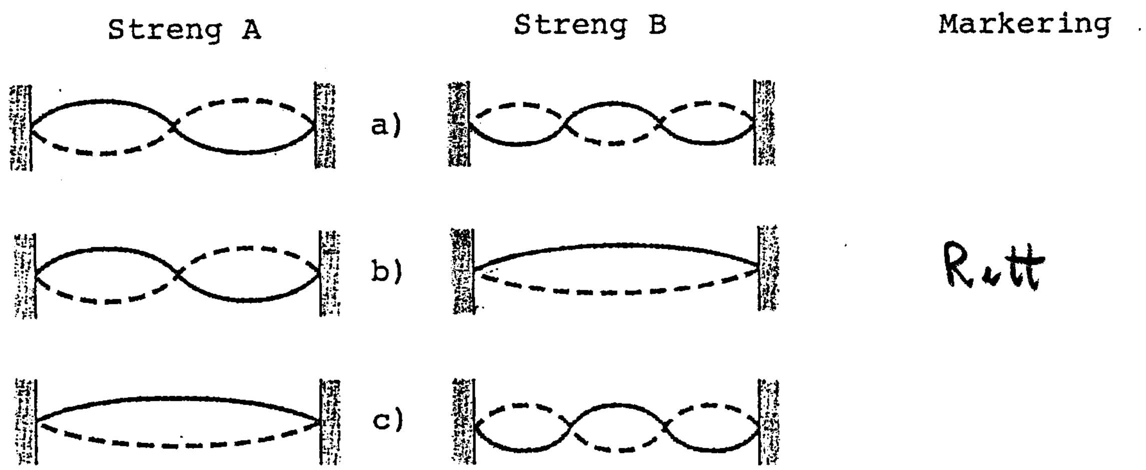
A	B	C	D	E
3000	340	0.68	$3.4 \cdot 10^{-3}$	$6.8 \cdot 10^{-4}$

4. Det er åpenbart at flaggermus er trent til å korrigere for Doppler-effekten. Forklar denne effekten og bruk som eksempel en bevegelig lydkilde (flaggermus) som samtidig er mottaker av lyd reflektert fra et stasjonært objekt.



Doppler-effekten er en forandring i bølgelengde og frekvens av bølger pga. en relativ bevegelse av (lyd)-bølgekilde og mottaker. En lydkilde som beveger seg med hastighet v_s vil gi et skift i frekvens. Fortegn og størrelse av skiftet er avhengig av $\vec{v}_s$ relativt retningen kilde - mottaker. I eks. her er flaggermusa både kilde og mottaker. Vi vil her få to Doppler-skift: ett fordi kilden beveger seg, og ett til fordi mottakeren beveger seg relativt en stasjonær eller bevegelig reflektor.

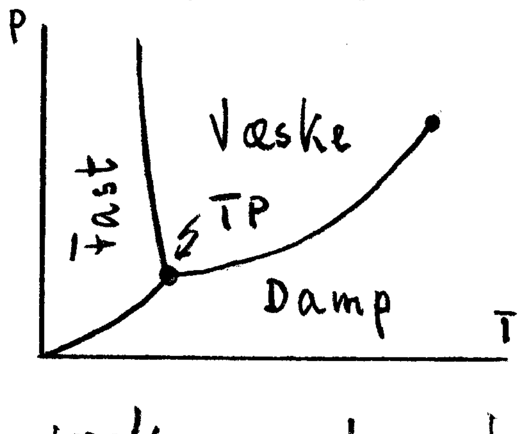
5. To strenger A og B har samme lengde og lineær tetthet, men B har større stramming enn A. Figuren viser tre tilfelle a) – c) der både A og B svinger som en stående bølge. Marker det (de) tilfellene der det er fysisk mulig at A og B kunne svinge med samme resonansfrekvens.



6. Et 37.5 cm langt metallrør er åpent i begge ender. I nærheten står en lydgenerator. Lydhastigheten i røret er 333 m/s. Lyd-frekvensen fra generatoren kan varieres i området 200 til 1000 Hz. Ved hvilke frekvenser (Hz) vil det oppstå resonans i røret?

A	B	C	D	E
222	444	666	888	999

7. I definisjonen av absolutt temperaturskala brukes trippelpunktet for H_2O. Forklar ved hjelp av skisse og tekst hva trippelpunktet for et stoff er.



Hver fase av et stoff er stabil i et bestemt område av p og T. Kurvene deler fasediagrammet inn i områder for faststoff- væske- og dampfaser. I grensekurvene mellom to faser kan begge eksistere i likevekt. Der de tre kurvene møtes er alle tre faser i likevekt. Dette er trippelpunktet (TP)

8. Diskuter begrepet varmekapasitet og hvordan denne størrelsen karakteriserer et stoff. Innlandet har mer ekstreme temperaturer enn kystland på samme breddegrad. Hva er en viktig årsak til denne effekten?

$C_v = dQ/dT$ ved konst. vol. C_v er en materialegenskap. Stor C_v $\rightarrow$ liten temp. økning for en gitt tilført varmemengde Q.
C_v(vann) > C_v(jord) => Havet varmes opp og avkjøles langsommere enn landjorda. Havet har derfor en modererende klimatisk effekt på kystlandet og vil redusere de ekstreme temp. variasjonene der relativt innlandet.

9. En sommerdag er temperaturen ute 300K. Hva er midlere (rms) hastighet i m/s for N_2-molekylene i luft? Molvekt av $N_2 = 28 \cdot 10^{-3}$ kg/mol.

A	B	C	D	E
340	444	517	2018	$3.0 \cdot 10^8$

10 For en ukjent gass blir det oppgitt disse verdiene for spesifikk varme ved romtemperatur: $c_p = 0.219$ cal/g · K og $c_v = 0.157$ cal/g · K. Hva kan du slutte om geometrisk form og antall atomer i et molekyl av gassen? Gi resonnementet.

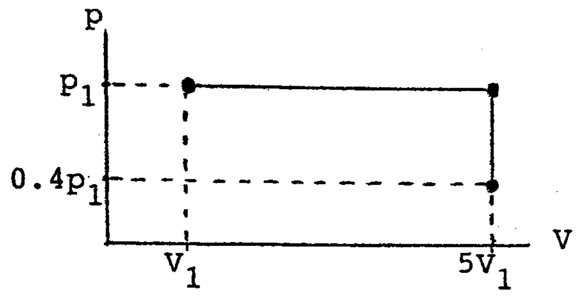
Søker ant. frihetsgrader $\rightarrow$ nøkkel til geom. form.
Hver aktiv frihetsgrad bidrar med: $\frac{1}{2}R$ til molar varmekapasitet c_v'.
For s frihetsgrader : $c_v' = s \cdot \frac{1}{2}R$
For ideell gass : $c_p' - c_v' = R$

$$\text{og } \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_p'}{c_v'} = \frac{c_v' + R}{c_v'} = 1 + \frac{R}{c_v'} = 1 + \frac{2}{s}$$

$$\text{For vår gass : } \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{0.219}{0.157} = 1.395 \simeq 1 + \frac{2}{5}$$

Ant. aktive frihetsgrader : 5 - som indikerer en diatomær gass med 3 frih. grader for translasjon og 2 frih. grader for rotasjon.

11. Et mol av en monoatomær ideell gass overføres i to trinn fra tilstanden (p_1, V_1) til ($0.4p_1$, $5V_1$) i reversible prossesser som vist ved de rette linjene i pV-plottet. Hva er total endring i gassens indre energi?



A	B	C	D	E
$9\, p_1V_1$	$(11/2)\, p_1V_1$	$3\, p_1V_1$	$(3/2)\, p_1V_1$	p_1V_1

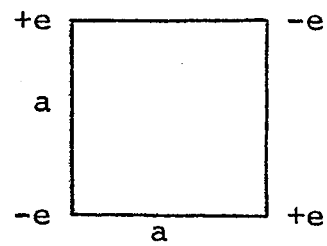
12. Hvor stor er varmestrømmen i eksemplet i pkt. 11?

A	B	C	D	E
$(11/2)\, p_1V_1$	$(5/2)\, p_1V_1$	$-(5/2)\, p_1V_1$	$-(3/2)\, p_1V_1$	0

13. En termisk isolert beholder med totalt volum $3V_0$, er delt i to ved en membran. I volumet V_0 er det n mol av en monoatomær ideell gass med temperatur T_0, i den andre delen med volum $2V_0$ er det vakuum. Membranen punkteres og gassen ekspanderer fritt og fyller da hele beholderen. Hvor stor er endringen i entropi for gassen?

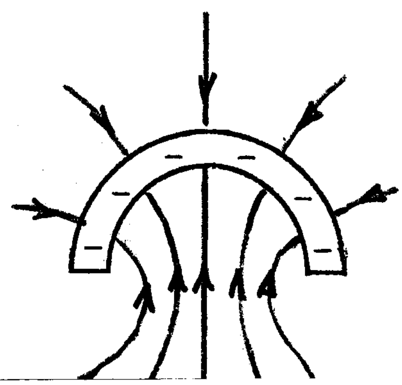
A	B	C	D	E
0	$C_V \ln 3$	$- C_V$	nR	$nR \ln 3$

14. Fire ladninger +e, -e, +e, -e sitter i hjørnene av et kvadrat med sidekant a = 1Å. Hva er potensiell energi for dette systemet i forhold til tilfellet $a = \infty$ når $V_\infty = 0$



A	B	C	D	E
0	$\frac{e^2}{2\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-2\right)$	$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(2+\sqrt{2}\right)$	$\frac{-e^2}{\pi\varepsilon_0 a}$	$\frac{e^2\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_0 a}$

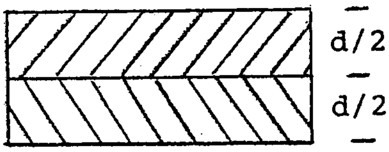
15. En stav med uniform negativ ladning bøyes i en halvsirkel. Vis i figuren de elektriske feltlinjene i planet for halvsirkelen.



16. Et batteri som leverer V volt spenning brukes for å lade opp to kondensatorer C_1 og C_2 som er koblet i serie. Hvor stor spenning ligger over hver kondensator?

A	B	C	D
$V_1 = V_2 = V$	$V_1 = V(C_2/C_1)$ $V_2 = V(C_1/C_2)$	$V_1 = V\dfrac{C_2}{C_1+C_2}$ $V_2 = V\dfrac{C_1}{C_1+C_2}$	$V_1 = V\dfrac{C_1}{C_1+C_2}$ $V_2 = V\dfrac{C_1 2}{C_1+C_2}$

17. En parallellplatekondensator har kapasitans C_0 og avstanden mellom platene er d. To skiver av forskjellige dielektriske materialer, med dielektrisitetskonstant K_1 og K_2, og hver med tykkelse d/2 skyves inn mellom platene. Ladningene + Q og – Q legges på kondensatorplatene. Hva er kapasitansen C for kondensator med dielektrika? (Hint: Beregn spenningsfallet som sum over hver av skivene)



A	B	C	D	E
$\dfrac{C_0}{K_1+K_2}$	$C_0(K_1+K_2)$	$C_0\left(\dfrac{1}{K_1}+\dfrac{1}{K_2}\right)$	$2C_0\dfrac{K_1K_2}{(K_1+K_2)}$	$\dfrac{C_0}{d/2}\left(\dfrac{K_1+K_2}{K_1K_2}\right)$

18. Når elektrisk kraft skal transporteres over lange strekninger blir strømmen først transformert opp til høg spenning, i Norge f.eks. opp til 420 kV. Forklar hvorfor.

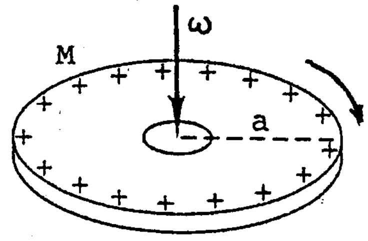
Transport av elektrisk energi medfører varmetap.
Det søkes minimalisert. Energi $J = P \cdot s$.
dvs. kan se på effekt (P) og effekttap.
Anta to spenninger for overf.: V_1 og V_2; $V_1 >> V_2$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Strøm med } V_1 : I_1 = P/V_1 \\ \phantom{\text{Strøm med }} V_2 : I_2 = P/V_2 \end{array}\right\} \frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow I_1 << I_2$$

Effekttap ($\propto$ energitap) : $P_i = I_i^2 R$

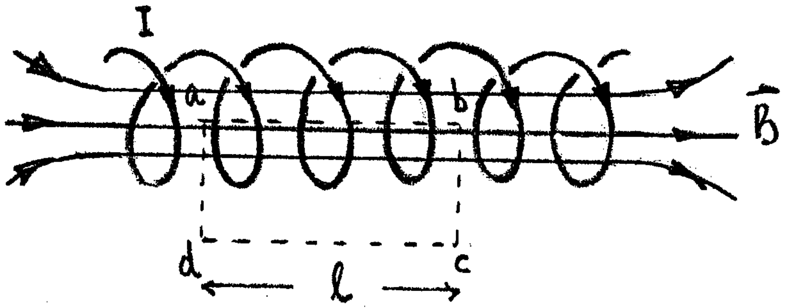
$\Rightarrow P_1 << P_2$ ɔ: <u>V_1 gir minst energitap</u>

19. En positiv ladning q er uniformt fordelt langs kanten av ei sirkulær skive med radius a og masse M. Skiva settes i rotasjon (som på en platespiller) med vinkelhastighet ω. Hva er det magnetiske momentet μ av den roterende skiva?



A	B	C	D	E
$\frac{\omega q a^2}{2}$	$\pi a^2 \omega q$	$\frac{\omega q a}{4\pi\varepsilon_0}$	$\frac{Ma^2\omega}{2}$	qa

20. Utled vha. Ampères lov magnetfeltet inni en lang, rett og tett viklet spole som leder en strøm I. Se på et utsnitt av lengde ℓ som har N viklinger. Vis i figur retningene av strøm og felt i spolen.



Ampères lov:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint \vec{B}\,d\vec{l} = \int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I_{tot}$$

Bare $\int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{l} \neq 0$ og $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\cdot \ell = \mu_0 \cdot N I_0$

der N = # viklinger innenfor ℓ

$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}$ og har retning som vist

Oppgave 3

Beregninger til noen av punktene

1. Bevegelsesmengden er konstant. Kan se bort fra fjærkrafta

$$mv + M \cdot 0 = (m + M)\, v_{max}$$

$$\underline{v_{max} = \left(\frac{m}{M + m}\right) v}$$

2. Energien bevares

$$E_{kin} = U$$

$$\tfrac{1}{2}(M+m)\, v_{max}^2 = \tfrac{1}{2} k A^2 \Rightarrow \tfrac{1}{2}(M+m)\left(\frac{m}{M+m}\right)^2 v^2 = \tfrac{1}{2} k A^2$$

$$\underline{A = v \sqrt{\frac{m^2}{(M+m)k}}}$$

3. $v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$

Lydhast. i luft ved $20^\circ C$: $\sim 340\ m/s$

$$\lambda = \frac{340\ m/s}{100\,000\ s^{-1}} = \underline{3.4 \cdot 10^{-3}\ m}$$

5. $L_A = L_B$; $\mu_A = \mu_B = \mu$; $F_{TA} < F_{TB}$

$\lambda = v/f$ og $v = \sqrt{F_T/\mu}$

$$\lambda_A = \frac{\sqrt{F_{TA}/\mu}}{f_A} \quad ; \quad \lambda_B = \frac{\sqrt{F_{TB}/\mu}}{f_B}$$

Krav : $f_A = f_B \Rightarrow \frac{\sqrt{F_{TA}}}{\lambda_A} = \frac{\sqrt{F_{TB}}}{\lambda_B}$

Da $F_{TA} < F_{TB} \implies \underline{\lambda_A < \lambda_B}$

6. Fund. frekvensen $f_1 = \frac{v_{lyd}}{2L} = \frac{333\ m/s}{2\cdot 0.375\ m} = \underline{444\ Hz}$

2. harmoniske $f_2 = \frac{333\ m/s}{L} = \underline{888\ Hz}$

9. $v_{rms} = (3kT/m)^{1/2} = (3RT/M)^{1/2}$

$$= \left[3\cdot 1.38\cdot 10^{-23}\ J/K \cdot 300\ K \Big/ (28\cdot 10^{-3}\ kg/mol)/(6.0221\cdot 10^{23}/mol)\right]^{1/2}$$

$\underline{v_{rms} \simeq 517\ m/s}$

alt.:

$$v_{rms} = \left[3\cdot 8.314\ J/mol\cdot K \cdot 300\ K \Big/ (28\cdot 10^{-3}\ kg/mol)\right]^{1/2}$$

$\underline{v_{rms} \simeq 517\ m/s}$

11. $\Delta U = n c_v' \Delta T$ og $\Delta T = T_3 - T_1$

Temperaturer fra gassloven : $pV = nRT$

$$\left.\begin{array}{l} p_1V_1 = nRT_1 \\ p_2V_2 = nRT_2 \end{array}\right\} \implies T_2 = T_1\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = T_1\left(\frac{5V_1}{V_1}\right) = 5T_1$$

$$\left.\begin{array}{l} p_2V_2 = nRT_2 \\ p_3V_3 = nRT_3 \end{array}\right\} \implies T_3 = T_2\left(\frac{p_3}{p_2}\right) = 5T_1\left(\frac{0.4\,p_1}{p_1}\right) = 2T_1$$

$$\underline{\Delta U} = n\cdot c_v'(T_3 - T_1) = n c_v' T_1 = n c_v' \frac{p_1V_1}{nR}$$

$$= n\left(\tfrac{3}{2}R\right)\frac{p_1V_1}{nR} = \underline{\tfrac{3}{2}p_1V_1}$$

monoat. gass

12. $\Delta U = -W + Q \Rightarrow Q = \Delta U + W$

Arbeid utført bare i trinn 1

$W = p_1(V_2 - V_1) = p_1(5V_1 - V_1) = 4p_1V_1$

$\underline{Q} = \frac{3}{2} p_1 V_1 + 4 p_1 V_1 = \underline{5{,}5\, p_1 V_1}$

13. Fri ekspansjon $\therefore W = 0$, og ingen varmeoverf. $\therefore Q = 0$

$\Delta U = -W + Q = 0 \quad \therefore \Delta T = 0$

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{dU}{T} + \frac{dW}{T}$$

$$= C_V \frac{dT}{T} + p\frac{dV}{T}$$

$$\Delta S = C_V \int_{T_0}^{T} \frac{dT}{T} + \frac{1}{T_0}\int_{V_0}^{V} p\, dV \qquad C_V \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \frac{1}{T_0}\int_{V_0}^{V} \frac{nRT_0}{V} dV$$

$$= C_V \ln(1) + nR\int_{V_0}^{V} \frac{dV}{V} = 0 + nR\ln\left(\frac{3V_0}{V_0}\right)$$

$\underline{\Delta S = nR\ln 3}$

14. Sum over alle par - en gang

$$\Delta U_{tot} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{-e^2}{a} - \frac{e^2}{a} + \frac{e^2}{a\sqrt{2}} - \frac{e^2}{a} + \frac{e^2}{a\sqrt{2}} - \frac{e^2}{a}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2e^2}{a\sqrt{2}} - \frac{4e^2}{a}\right] = \underline{\frac{e^2}{2\pi\varepsilon_0 a}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} - 2\right]}$$

16. Kondensatorer i serie : $Q = \text{konst.}$, $V = V_1 + V_2$

$C_{eff} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1}$ og $Q = C_{eff} \cdot V = \frac{V}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = V \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

$\underline{V_1} = \frac{Q}{C_1} = \underline{V \frac{C_2}{C_1 + C_2}}$; $\underline{V_2} = \frac{Q}{C_2} = \underline{V \frac{C_1}{C_1 + C_2}}$

17. Felt over hver dielektr. skive : $E = \frac{E_0}{K}$

$\Rightarrow E_1 = \frac{Q}{C_0 d K_1}$; $E_2 = \frac{Q}{C_0 d K_2}$

Tot. felt mellom kond. platene $E = E_1 + E_2$

$$E = \frac{Q}{C_0 d}\left[\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right]$$

Spenningsfall mellom platene :

$$V = E_1 \cdot d/2 + E_2 \cdot d/2 = \frac{Q}{2C_0}\left[\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right]$$

Kapasitans :

$$\underline{C} = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Q}{2C_0}\left[\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right]} = \underline{2C_0 \frac{K_1 K_2}{(K_1 + K_2)}}$$

19. Strøm $I = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$

Gjennomstrømt ladn. pr. omdreiing : q (C)

Tid pr. full rotasjon $T = \frac{2\pi}{\omega}$ (s)

Strøm pr. omdreiing : $I = \frac{q}{2\pi/\omega}$ (Amp.)

Magnetisk moment : $\mu = I \cdot A$ (A = areal)

$$\underline{\mu} = \frac{q\omega}{2\pi} \cdot \pi a^2 = \underline{\frac{1}{2}\omega q a^2}$$