

Fag SIF4006 Fysikk 1 for Datateknikk

Eksamen 13.08.99

Løsningsforslag

Oppgave 1

a) Likn. for ideell gass : $pV = nRT$

Trinn 1 → 2 :

$$\text{Har : I } p_1 V_1 = nRT_1$$

$$\text{II } p_2 V_2 = nRT_2$$

og

$$\underline{V_2 = 2V_1}$$

$$\underline{p_2 = p_1}$$

$$\text{og } \frac{\text{I}}{\text{II}} : \frac{p_1 V_1}{p_1 \cdot 2V_1} = \frac{nRT_1}{nRT_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 0.5 \quad \therefore \underline{T_2 = 2T_1}$$

Trinn 2 → 3 :

$$\text{Gitt : } \underline{T_3 = T_1}$$

$$T_3 \cdot V_3^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow T_1 V_3^{\gamma-1} = (2T_1)(2V_1)^{\gamma-1}$$

$$V_3^{\gamma-1} = 2^\gamma V_1^{\gamma-1}$$

$$\underline{V_3 = V_1 \cdot 2^{(\gamma/(\gamma-1))}}$$

$$p_3 V_3 = nRT_3$$

$$p_3 = \frac{nRT_3}{V_3} = \frac{nRT_1}{2^{(\gamma/(\gamma-1))} \cdot V_1} = \frac{p_1 V_1}{2^{(\gamma/(\gamma-1))} \cdot V_1}$$

$$\underline{p_3 = p_1 \cdot 2^{-(\gamma/(\gamma-1))}}$$

b) Endring i indre energi

Trinn 1 → 2:

$$\Delta U_{12} = n c_v' (T_2 - T_1)$$

For enatomig ideell gass: $c_v' = \frac{3}{2} R$

$$T_2 - T_1 = 2T_1 - T_1 = T_1; \quad n = 2$$

$$\underline{\Delta U_{12} = 2 \cdot \frac{3}{2} R \cdot T_1 = 3RT_1}$$

Trinn 2 → 3:

$$\Delta U_{23} = n c_v' (T_3 - T_2) = 2 \cdot \frac{3}{2} R (T_1 - 2T_1)$$

$$\underline{\Delta U_{23} = -3RT_1}$$

Total endring i indre energi $\Delta U_{13} = 0$. For en ideell gass er ΔU bare avhengig av start- og slutttilstanden, veien er uten betydning og $U_{\text{ideell}} = U(T)$

$$\text{Da } T_3 = T_1 \Rightarrow \Delta U_{13} = 0$$

c) Termodyn. 1. lov: $\Delta U = -W + Q$

Trinn 1 → 2:

$$W_{12} = p_1 (V_2 - V_1) = p_1 V_1 = nRT_1 = 2RT_1$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + W_{12} = 3RT_1 + 2RT_1$$

$$\underline{Q_{12} = 5RT_1} \quad \text{absorbert}$$

$$\text{Alternativ: } Q_{12} = n c_p' (T_2 - T_1) = 2 \cdot \frac{5}{2} R \cdot T_1$$

$$\underline{Q_{12} = 5RT_1}$$

Trinn 2 → 3: Adiabattisk prosess : $Q_{23} = 0$

$$\Rightarrow W_{23} = -\Delta U_{23} = 3RT_1$$

Totalt arbeid utført ($W > 0$) :

$$W_{1-2-3} = W_{12} + W_{23} = 2RT_1 + 3RT_1$$

$$\underline{W_{1-2-3} = 5RT_1} \quad \text{utført av gassen}$$

d) Trinn 3 → 1: Isoterm prosess : $\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U_{31} = 0$

$$\Rightarrow dQ = dW = p dV = \frac{nRT}{V} dV$$

$$Q_{31} = W_{31} = \int_{V_3}^{V_1} p(V) dV = nRT_3 \int_{V_3}^{V_1} \frac{dV}{V} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_3}\right)$$

$$= 2RT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_1 \cdot 2^{(\gamma/\gamma-1)}}\right) = 2RT_1 \ln\left(2^{-(\gamma/\gamma-1)}\right)$$

$$\underline{Q_{31} = W_{31} = -\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right) 2RT_1 \ln 2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{avgitt varme } Q_{31} \\ \text{arbeid utført} \\ \text{p\u00e5 gassen } W_{31} \end{array} \right.$$

$$\text{Virkningsgrad } \eta = \frac{W}{Q_{\text{inn}}} = \frac{W_{1-2-3} + W_{31}}{Q_{12}}$$

$$\eta = \frac{5RT_1 - 2RT_1 \left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right) \ln 2}{5RT_1}$$

$$\text{Ber. av } \gamma : \text{Har } \frac{c_p^i}{c_v^i} = \gamma \Rightarrow c_p^i = \gamma c_v^i$$

$$\text{ogs\u00e5 : } c_p^i - c_v^i = R \Rightarrow \gamma c_v^i - c_v^i = R \Rightarrow c_v^i = \frac{R}{\gamma-1}$$

$$\text{Enatomig idell gass : } c_v^i = \frac{3}{2}R$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}R = \frac{R}{\gamma-1} \Rightarrow \gamma = \frac{5}{3}$$

Innsatt i η :

$$\eta = \frac{5 - 2 \left(\frac{5/3}{5/3-1} \right) \ln 2}{5} = \frac{5 - 5 \ln 2}{5}$$

$$\underline{\eta = 1 - \ln 2 = 0.307}$$

For en generell Carnot-prosess: $\eta_c = \frac{Q_H - Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H}$

Med ideell gass: $\eta_c = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$

$$\underline{\eta_c = 1 - \frac{T_1}{2T_1} = 0.50}$$

Carnot-prosessen er den mest effektive mellom to temperaturer T_C og T_H .

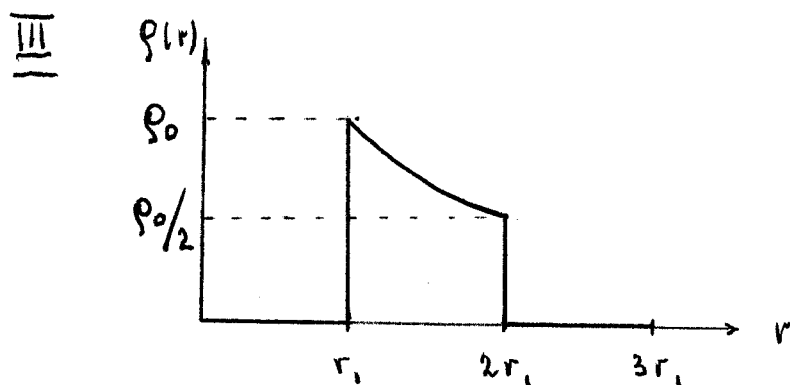
Oppgave 2

a) $p = p_0(r)$ for $r_1 < r < 2r_1$; $p = \frac{dg}{dV}$

$$\begin{aligned} \underline{I} \quad q_{\text{tot. fri}} &= \int_V p dV = p_0 \int_{r_1}^{r_2} \frac{r_1}{r'} 4\pi r'^2 dr' = 4\pi r_1 p_0 \int_{r_1}^{r_2} r' dr' \\ &= 4\pi p_0 r_1 \left. \frac{r'^2}{2} \right|_{r_1}^{r_2=2r_1} = 4\pi p_0 r_1 \left(\frac{4r_1^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} \right) \\ &= \underline{6\pi p_0 r_1^3} \end{aligned}$$

Innsatt for $p_0 = \frac{Q}{6\pi r_1^3} \Rightarrow \underline{q_{\text{tot. fri}} = Q}$

$$\begin{aligned} \underline{\text{II}} \quad \underline{q(r)} &= \rho_0 \int_{r_1}^r \frac{r_1}{r'} 4\pi r'^2 dr' = \frac{Q \cdot 4\pi r_1}{6\pi r_1^3} \int_{r_1}^r r' dr' \\ &= \frac{2}{3} Q \frac{1}{r_1^2} \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} \right) = \underline{\underline{\frac{Q}{3} \left(\frac{r^2}{r_1^2} - 1 \right)}} \end{aligned}$$



b) Gauss law : $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{omst}}}{\epsilon_0}$

I $r < r_1$: $q_{\text{omst}} = 0 \Rightarrow \underline{E = 0}$

II $r_1 \leq r \leq r_2$: $q_{\text{omst}} = \frac{Q}{3} \left(\frac{r^2}{r_1^2} - 1 \right)$

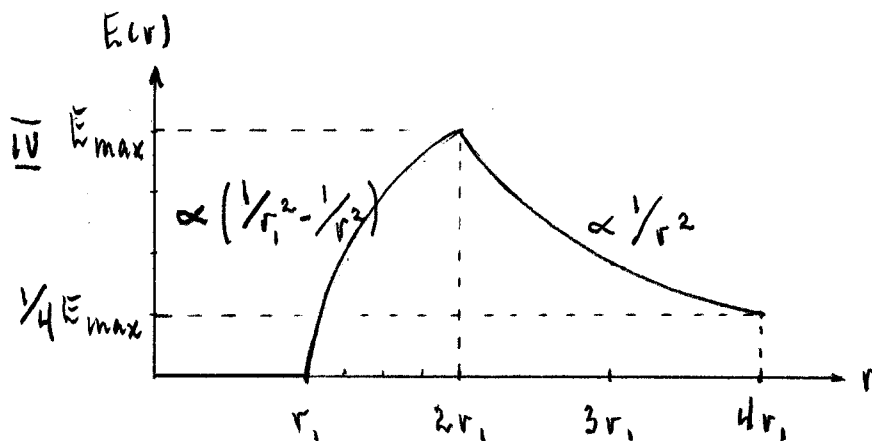
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{3} \left(\frac{r^2}{r_1^2} - 1 \right) \epsilon_0$$

$$\underline{\underline{E = \frac{1}{3} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r^2} \right)}}$$

$$\Rightarrow E(r_2) = \frac{1}{4} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$$

III $r > r_2$: $q_{\text{omst}} = Q \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$

$$\underline{\underline{E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}}}$$



Max. omsluttet fri ladning : Q for $r = r_2 = 2r_1$

Utryk for II og III gir begge :

$$\underline{E_{\max} = \frac{1}{4} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_1^2}}$$

c) III $r > r_2$ $V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ som for punktladning

eller :

$$\int_{V(\infty)}^{V(r)} dV' = V(r) - V(\infty) = - \int_{\infty}^r \vec{E}(r') dr' = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^r \frac{dr'}{r'^2}$$

$$\underline{V(r) = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[- \frac{1}{r'} \right]_{\infty}^r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}}$$

og $\underline{V(r_2) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2r_1}}$

II $r_1 \leq r \leq r_2$

$$\int_{V(r_2)}^{V(r)} dV' = V(r) - V(r_2) = - \int_{r_2}^r \vec{E}(r') dr' =$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{3} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_1^2} \int_{2r_1}^{r_1} dr' - \int_{2r_1}^{r_1} \frac{dr'}{r_1^2} \right] \\
&= -\frac{1}{3} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{r}{r_1^2} - \frac{2r_1}{r_1^2} - \left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{2r_1} \right) \right] \\
&= -\frac{1}{3} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{r}{r_1^2} - \frac{5}{2r_1} + \frac{1}{r} \right]
\end{aligned}$$

$$V(r) = \frac{1}{3} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{r}{r_1^2} + \frac{5}{2r_1} - \frac{1}{r} \right] + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2r_1}$$

$$V(r) = \frac{1}{3} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{r}{r_1^2} + \frac{4}{r_1} - \frac{1}{r} \right]$$

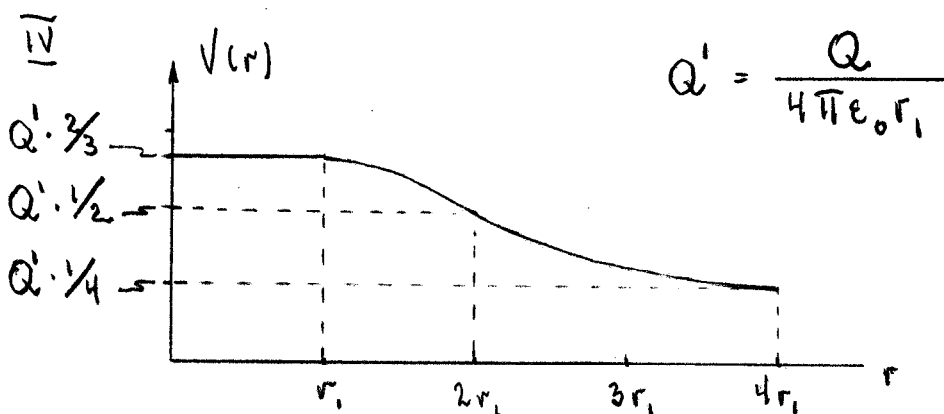
$$r = r_1 : V(r_1) = \frac{1}{3} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r_1} + \frac{4}{r_1} - \frac{1}{r_1} \right]$$

$$V(r_1) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{3r_1}$$

$\bar{I} \quad r < r_1$

$$\int_{V(r_1)}^{V(r)} dV' = V(r) - V(r_1) = - \int_{r_1}^r \vec{E}(r') d\vec{r}' = 0 \quad \text{da } E(r') = 0$$

$$\Rightarrow V = \text{konst.} = V(r_1) \quad \text{for } r < r_1$$



d) For $r > r_2$

$$\text{Gauss lov } \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{omsl}}}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \text{som i pkt. b)}$$

$$\Rightarrow V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \text{som i pkt. c)}$$

For $r_1 \leq r \leq r_2$

$$\text{I Gauss lov } \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q(r)}{K\epsilon_0} = \frac{q(r) - q_i(r)}{\epsilon_0}$$

$q_i(r)$ = industert ladning i dielektrikum

$$\begin{aligned} q_i(r) &= q(r) - \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \\ &= \frac{Q}{3} \left(\frac{r^2}{r_1^2} - 1 \right) - \epsilon_0 \frac{\frac{Q}{3} \left(\frac{r^2}{r_1^2} - 1 \right)}{K\epsilon_0} \end{aligned}$$

$$\underline{q_i(r) = \frac{K-1}{K} \frac{Q}{3} \left(\frac{r^2}{r_1^2} - 1 \right)}$$

II

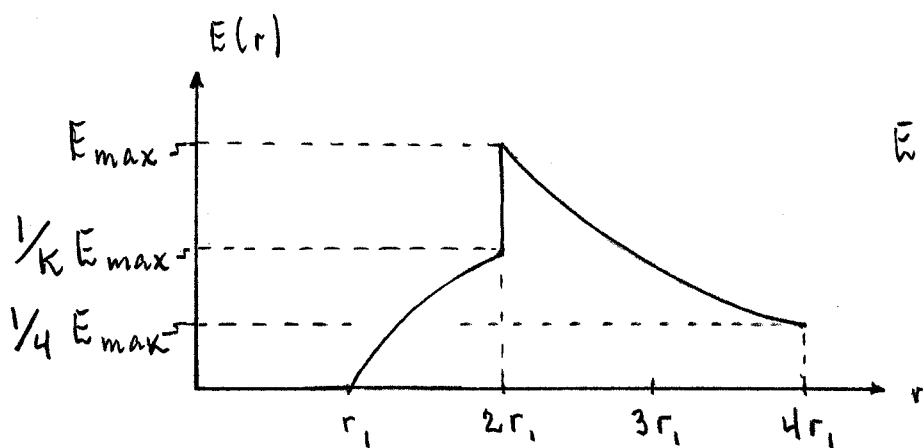
$$\rho_i(r) = \frac{dq_i(r)}{d(\text{Vol})} = \frac{\frac{K-1}{K} \frac{Q}{3} \frac{2r}{r_1^2} dr}{4\pi r^2 dr} = \frac{K-1}{K} \frac{Q}{6\pi r r_1^2}$$

$$\underline{\rho_i(r) = \frac{K-1}{K} \rho_0 \frac{r_1}{r}}$$

e) For $r_1 \leq r \leq r_2$

$$\text{Korrigeret E fra } \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\frac{Q}{3} \left(\frac{r^2}{r_1^2} - 1 \right)}{K\epsilon_0}$$

$$\underline{E(r) = \frac{1}{K} \frac{1}{3} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r^2} \right)}$$



$$\bar{E}_{\max} = \frac{Q}{16\pi\epsilon_0 r_1^2}$$

Pga. den induerte overfladeladningen ved $r = 2r_1$, vil $E(r)$ øke i et sprang i dette sjiktet. For $r > 2r_1$, er forløpet av $E(r)$ uendret.

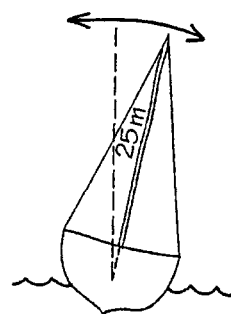
Oppgave 3.

Skriv kort, tegn skisse eller marker rett svar med ring rundt den aktuelle bokstaven.

1. En dupp som flyter i sjøen beveger seg opp og ned periodisk med overflatebølgene. Det tar 2 s fra topp til bunn i denne bevegelsen. Bølgene kommer med en midlere avstand på 8 m. Hva er bølgehastigheten (m/s)?

A	B	<input checked="" type="radio"/> C	D	E
10.0	4.0	2.0	1.0	0.67

2. En seilbåt ruller sideveis i enkel harmonisk bevegelse med periode $T = 8$ s. Toppen av den 25 m høge masta har et største utslag fra vertikal posisjon på 3 m. Hva er den maksimale hastigheten (m/s) av mastetoppen?



A	B	C	<input checked="" type="radio"/> D	E
15.6	7.6	3.8	2.4	0.75

3. En plattform som hviler oppå ei vertikalt stående fjær settes i bevegelse og svinger som en harmonisk oscillator med amplitude A . Ved hvilket utsving er aksellerasjonen maksimal?

A	B	C	D	<input checked="" type="radio"/> E
0	$\pm \frac{1}{\sqrt{2}} A$	$\pm \frac{1}{2} A$	$\pm \frac{\sqrt{3}}{2} A$	$\pm A$

4. En kloss legges oppå plattformen i pkt. 3 og hele systemet settes i svingninger med amplitude 2 cm. Frekvensen av svingningene økes gradvis. Ved hvilken frekvens (Hz) vil klossen begynne å miste kontakten med plattformen?

A	<input checked="" type="radio"/> B	C	D	E
0.01	3.5	9.8	22.0	139

5. A-strengen på en cello har fundamentalfrekvensen 220 Hz. Den svingende delen av strengen har lengde 69 cm. Tensjonen er 200 N. Hvor stor er massen (g) av strengen?

A	B	C	D	E
0.12	1.0	1.5	3.0	6.0

6. Ei 37.5 cm lang metallpipe er lukket i den ene enden. En høyttaler plasseres nær den åpne enden. Lydhastigheten er 333 m/s. Lydfrekvensen fra høyttaleren får øke i området 200 til 1000 Hz. Ved hvilke frekvenser vil det oppstå resonans i pipa?

A	B	C	D	E
222	444	666	888	1000

7. Gjør rede for interferens av bølger. Forklar spesielt destruktiv og konstruktiv interferens.

Alle typer av bølger kan vise interferens i rommet. Forutsetning: At det er minst to bølgekilder i en viss avstand fra hverandre, eller at bølger fra samme kilde kan gå minst to forskjellige veier. Avgjørende for interferens: En forskjell i veglengde ΔL fra kilde til observasjonspunkt:

Destruktiv interferens: $\Delta L = (n + \frac{1}{2})\lambda$ i motfase

Konstruktiv - - - : $\Delta L = n \cdot \lambda$ i fase

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

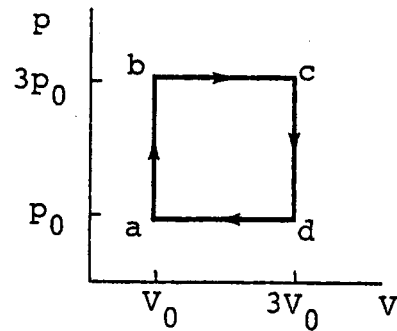
8. H₂ gass er lagret i en beholder ved 0°C og 1 atm. trykk. Molvekt av H₂ er 2 g/mol. Hvor stort volum (m³) fyller 1 kg H₂ ved disse vilkårene?

A	B	C	D	E
1	8.31	11.2	22.4	2000

9. Et termisk isolert kalorimeter inneholder 500 g vann ved 20°C . En 500 g bit av kopper (Cu) ved 100°C kastes i vannet og temperaturen ved likevekt blir 26.7°C . Hva er spesifikk varme for Cu (cal/g·K)?

A	B	C	D	<input checked="" type="radio"/> E
22.4	5.85	1.21	1.00	0.091

10. Et mol av en gass gjennomgår en arbeidsyklus $a - b - c - d - a$ som vist. Fra starttilstanden a tilføres varme ved konstant volum og økende trykk ($a \rightarrow b$), deretter tilføres så mye varme at gassen ekspanderer ved konstant trykk ($b \rightarrow c$), i trinn $c \rightarrow d$ og $d \rightarrow a$ avgis varme slik at syklusen blir fullført som vist. Hvor mye arbeid utføres i en syklus?



A	B	<input checked="" type="radio"/> C	D	E
$8p_0V_0$	$6p_0V_0$	$4p_0V_0$	$2p_0V_0$	p_0V_0

11. Anta at gassen i pkt. 10 er en ideell diatomær gass. Hva er virkningsgraden av denne maskinen?

<input checked="" type="radio"/> A	B	C	D	E
0.15	0.22	0.31	0.89	1.0

12. Anta istedet at arbeidsmediet er en ideell monoatomær gass. Ville virkningsgraden nå sammenliknet med tilfellet i pkt. 11 bli

<input checked="" type="radio"/> A	B	C
Større	Mindre	Uforandret

13. 1 l av en ideell diatomær gass får ekspandere til det doble volumet, i et tilfelle adiabatisk, i et annet tilfelle isotermt. Hva er forholdet mellom endringene i trykk $\Delta p_{\text{adia}}/\Delta p_{\text{iso}}$?

A	B	C	<input checked="" type="radio"/> D	E
4:18	2.0	1.4	1.24	0.71

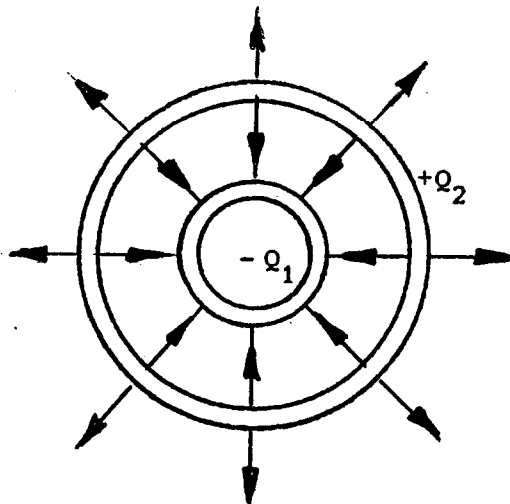
14. Gjør rede for ekvipartisjonsprinsippet for energi.

Energien for et molekyl er fordelt likt mellom molekylets aktive frihetsgrader. Hver frihetsgrad bidrar med $\frac{1}{2}kT$ til totale energi.

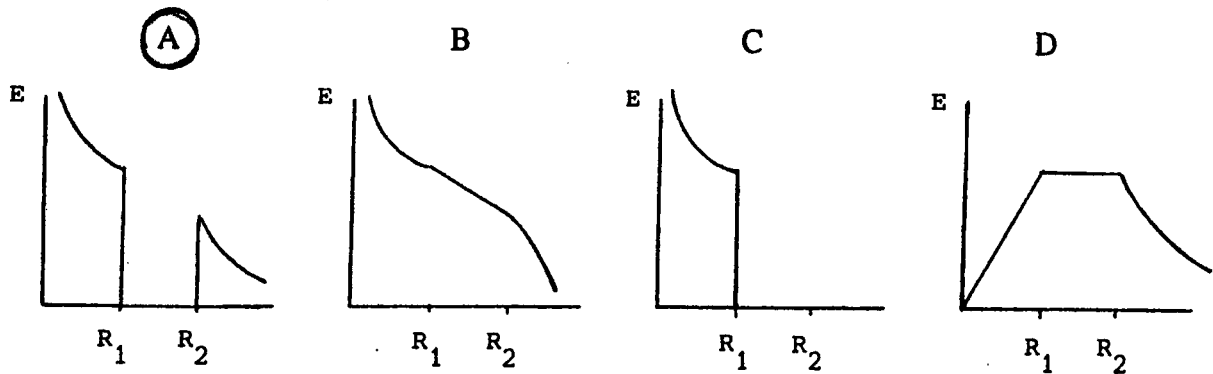
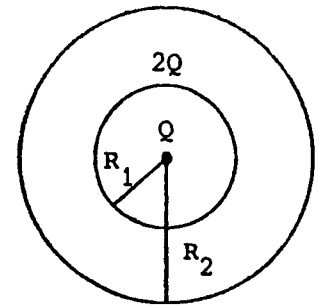
15. En kuleformet vanddråpe med diameter $3.6 \mu\text{m}$ henger ubevegelig i rolig luft pga. det elektriske jordfeltet som er ca. 150 N/C og rettet nedover. Hvor mange overskudds elektronladninger har dråpen? (Elektronladningen: $1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

A	B	C	D	E
10	10^2	10^4	10^8	10^{12}

16. To tynne metallsylindre ligger konsentrisk. Den indre sylindren har ladning $-Q_1$, den ytre $+Q_2$. Vis i figuren hvordan de elektriske feltlinjene vil gå når $|Q_2| > |Q_1|$.



17. Et tykt kuleskall av godt ledende materiale har indre radius R_1 , ytre radius $R_2 (= 2R_1)$ og bærer ladningen $+2Q$. I sentrum av hulrommet er en punktladning $+Q$. Hvilken av grafene nedenfor viser riktig forløp av elektrisk felt E sfa. avstanden r fra kulesentrum?



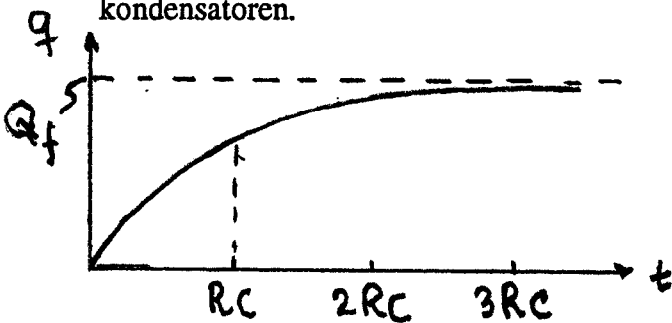
18. To kondensatorer skal lades opp med et batteri på V volt. I et tilfelle er kondensatorene koblet i parallell (par) i et annet i serie (ser.). Hva blir forholdet mellom oppladet energi i de to tilfellene U_{par}/U_{ser} når $C_2 = \frac{1}{2} C_1$?

A	(B)	C	D	E
9	9/2	3	1/3	1/9

19. En sylinderformet leder med lengde L har resistans R . Lederen strekkes til dobbelt lengde uten tap av masse. Hva blir ny resistans R' ?

A	B	C	D	(E)
$R/4$	$R/2$	R	$2R$	$4R$

20. Vis i et diagram forløpet ved oppladning av en kondensator i en seriekoblet RC-krets og gi den analytiske relasjonen mellom påtrykt ladning q og tid t . Sett symboler på aksene og forklar størrelsene. Angi spesielt tid for å oppnå 90% av maksimal ladning på kondensatoren.



$$q = Q_f (1 - e^{-t/RC})$$

$Q_f =$ endelig ladning på kond.

$RC =$ tidskonst. for kretsen, $R(\Omega)$, $C(F)$

$$q = 0.9 Q_f = Q_f (1 - e^{-t/RC}) \Rightarrow t = \underline{2.30 RC}$$