Fag SIF4006 Fysikk 1 for Datateknikk
Kont. eksamen 7.8.00
Løsningsforslag

Oppgave 1

a) i) k = bølgetall (m^{-1}) ; ω = vinkelfrekvens (rad/s)
x = stedskoordinat (m) ; t = tid (s) ; A = amplitude (m)
$y_1(x,t) = A\sin(kx-\omega t)$ – vandr. bølge i pos. x-retn.
$y_2(x,t) = A\sin(kx+\omega t)$ – — " — " — neg. x-retn.

ii) Resultanten eller superposisjonen av to vandrende bølger som går i motsatt retning av hverandre er en stående bølge.

iii) $y_1(x,t) + y_2(x,t) = A\sin(kx-\omega t) + A\sin(kx+\omega t)$

$$= 2A\sin\left[\frac{(kx-\omega t)+(kx+\omega t)}{2}\right]\cos\left[\frac{(kx-\omega t)-(kx+\omega t)}{2}\right]$$

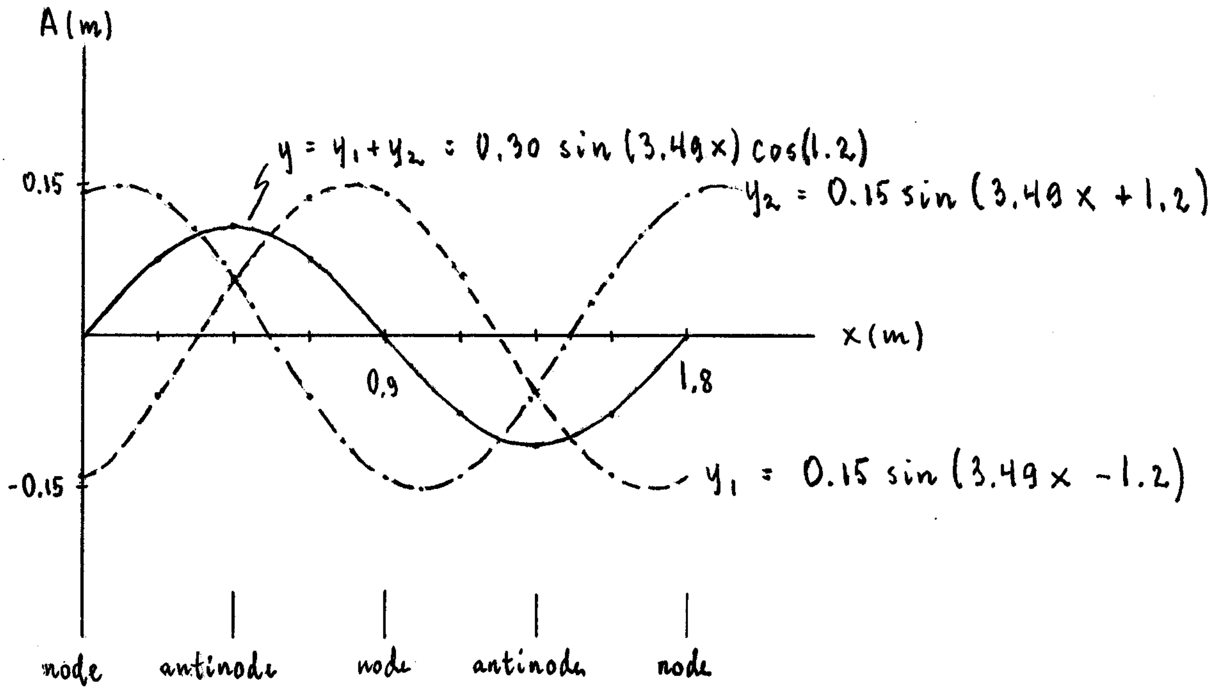
$$= 2A\sin(kx)\cos(-\omega t)$$

$$= \underline{2A\sin(kx)\cos(\omega t)} \text{ – stående bølge}$$

Et punkt på strengen beveger seg bare opp og ned (transversalt) eller står i ro (nodepunkt). Den generelle formen av strengen er gitt ved $\sin(kx)$, størrelsen av amplituden i hvert punkt er gitt ved $\cos(\omega t)$.

b) i) Bølgelengde $\underline{\lambda} = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{3.49\,m^{-1}} = \underline{1.80\,m}$

ii)



iii) Nodepunkt når $\sin(kx) = 0 \Rightarrow y(x,t) = 0$

$y(x,t) = 2A \sin(kx)\cos(\omega t)$

$= 2 \cdot 0.15 \sin(3.49x)\cos(1.2t)$

$y(x,t) = 0$ for $\underline{x = 0\,m}$

$\underline{x = 0.9\,m}$

$\underline{x = 1.8\,m}$

<u>Avst. mellom nodepunktene : 0.9 m</u> - som i fig. pkt a) ii)

c) i) Tre løkker $\Rightarrow 1.80\,m = \frac{3}{2}\lambda \;\; \therefore \;\; \lambda = 1.20\,m$

$k = 2\pi/\lambda = 2\pi/1.20\,m = 5.236\,m^{-1}$

$\omega = 2\pi f = 2\pi(120\,Hz) = 754\,s^{-1}$

$2A = \text{max. ampl.} = 0.05\,m$

Bølgens funksjon : $y(x,t) = 0.05 \sin(5.236x)\cos(754t)$

ii) Transversal hastighet : $v_t = \partial y/\partial t$

$$v_t = 0.05 \sin(5.236x) \cdot -\sin(754t) \cdot 754$$

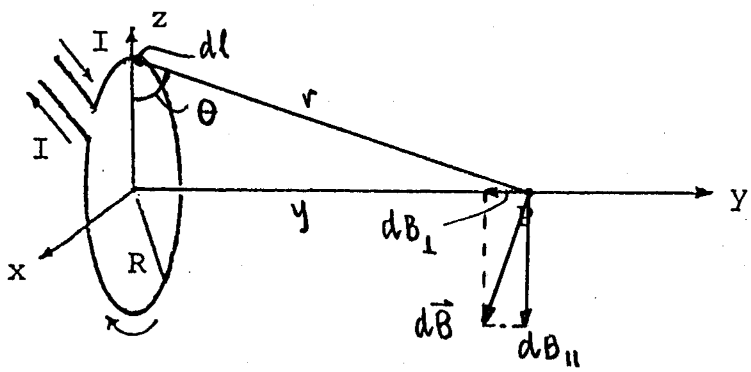
$$v_t = -0.05 \cdot 754 \sin(5.236x)\sin(754t)$$

iii) Max. v_t har punktene i antinodene ⸪ $x = 0.3, 0.9$ og 1.5 m der $\sin(kx) = 1$. Max v_t fås for t som gir $\sin(\omega t) = \pm 1$

$$v_{t\,max} = \mp 0.05 \cdot 754 \text{ m/s} = \mp 37.7 \text{ m/s}$$

Oppgave 2

a) i)



$d\vec{B}$ i yz-planet

ii) Størrelsen av $d\vec{B}$ fra Biot-Savarts lov :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \qquad \text{her er } d\vec{l} \perp \hat{r}$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{y^2 + R^2}$$

iii) Dekomponerer $d\vec{B}$ i $dB_{\parallel ring}$ og $dB_{\perp ring}$ som vist i figuren.

$dB_{\parallel} = dB \sin\theta \quad ; \quad dB_{\perp} = dB \cos\theta$

Til hvert sirkelelement dl svarer et motstående dl' som gir like store bidrag $dB_{\parallel}$ og $dB_{\perp}$, men $dB_{\parallel}$ er motsatt rettet, dvs. pga symmetri er $\Sigma dB_{\parallel} = 0$

Resultant : $B = \Sigma dB_{\perp} = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{y^2+R^2} \frac{R}{(y^2+R^2)^{1/2}}$

$$\underline{B} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi (y^2+R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} dl = \underline{\frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(y^2+R^2)^{3/2}}}$$

og $\vec{B}$ er $\parallel -\vec{y}$

b) i) For en kort, rett spole : $B = N \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(y^2+R^2)^{3/2}}$

der N = # sirkulære viklinger

Felt i sentrum av spolen. dvs. $y = 0$

$$\underline{B} = \underline{\frac{\mu_0 N I}{2R}}$$

ii) I avstanden y er feltet redusert til $1/3$ av B_{max}

$$\frac{\mu_0 N I R^2}{2(y^2+R^2)^{3/2}} = \frac{1}{3} \frac{\mu_0 N I R^2}{2(0+R^2)^{3/2}}$$

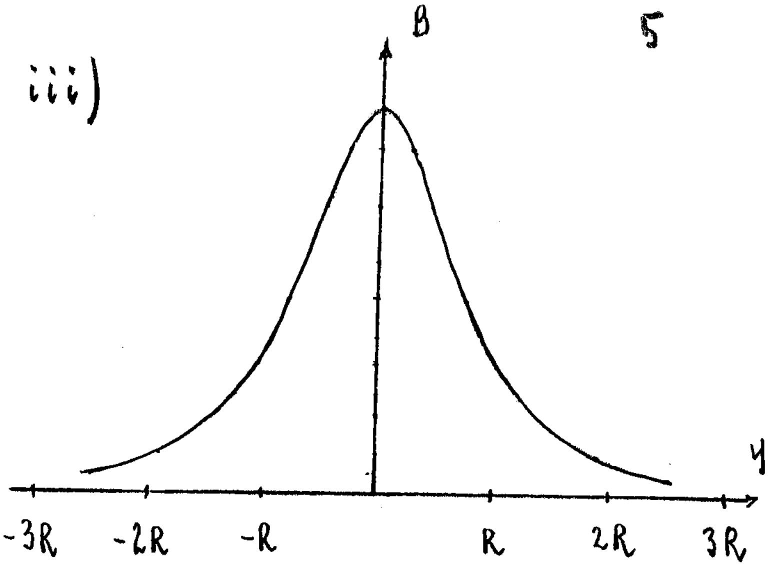
$$(y^2+R^2)^{3/2} = 3R^3$$

$$y^2+R^2 = 3^{2/3}\cdot R^2$$

$$y^2 = (3^{2/3}-1)R^2$$

$$\underline{y} = \underline{\pm 1.04\,R}$$

iii)



c) i) Maks. effekt : $P = I^2 R_0 = V^2/R_0$

der resistansen $R_0 = \rho\, L/A$

Trådlengde $L = 2\pi R\cdot N$ og tverrsnitt $A = s^2$

$$\Rightarrow P = \frac{V^2\cdot s^2}{\rho\cdot 2\pi R\cdot N} \quad \Rightarrow N = \frac{V^2 s^2}{2\pi R\,\rho\, P}$$

$$N = \frac{(45\,V)^2\,(0.002\,m)^2}{2\pi\,(0.75\,m)(1.68\cdot 10^{-8}\,\Omega\cdot m)(850\,W)} = 120.4$$

$$\underline{N} \simeq \underline{120}$$

ii) Feltstyrke i sentrum

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} = \frac{\mu_0 N\, P/V}{2R} = \frac{\mu_0 N P}{2RV}$$

$$B = \frac{(4\pi\cdot 10^{-7}\,T\cdot m/A)(120)(850\,W)}{2\,(0.75\,m)(45\,V)}$$

$$\underline{B} = \underline{1.90\cdot 10^{-3}\,T}$$

e) Har : $B = \frac{\mu_0 N I}{2R} = \frac{\mu_0 \frac{L}{2\pi R} \cdot \frac{V}{R_0}}{2R} = \frac{\mu_0 L V}{4\pi R^2 \cdot R_0}$

$$= \frac{\mu_0 L V}{4\pi R^2 \rho L/A} = \frac{\mu_0 V A}{4\pi R^2 \rho}$$

$\supset$: $B \propto (1/R^2)$

Forslag i) gir økning av B, forslag ii) gir ingen forandring av B

Alternativt: $B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$

i) Anta at ny $R' = 1/k\, R$ $(k > 1)$

Siden $N \propto 1/R$ $\Rightarrow$ $N' = kN$

$\Rightarrow$ B øker med faktor k^2

ii) Anta at ny $L' = kL$ $(k > 1)$

$\Rightarrow N' = kN$, men $I \propto 1/L$ $\Rightarrow I' = 1/k\, I$

$\Rightarrow$ B forandres ikke

Oppgave 3.

Svar kort, tegn skisse eller marker rett svar med ring rundt den aktuelle bokstaven.

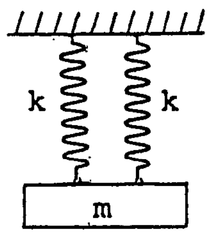
1. En masse på 2 kg henges opp i ei fritt hengende fjær og slippes. Massen faller 30 cm før den stanser og begynner å stige. Anta at systemet beveger seg uten demping. Hvor stor er fjærkonstanten k (N/m)?

A	B	C	D	E
9.81	11.4	65.4	130.8	201

2. Er aksellerasjonen av den harmoniske oscillatoren i pkt. 1 noen gang lik null (a = 0)? Hvis ja gi et begrunnet svar hvor i banen relativt utgangspunktet a = 0.

a = 0 midt i osc. intervallet, dvs. 15 cm under startpunktet

3. Fjæra i systemet ovenfor erstattes med to identiske fjærer hver med fjærkonstant k. Hva blir frekvensen f_2 for denne harmoniske oscillatoren relativt frekvensen f_1 for oscillatoren med ei enkelt fjær?



A	B	C	D	E
$f_1/\sqrt{2}$	f_1	$\sqrt{2}\,f_1$	$2f_1$	$8f_1$

4. Bølgefunksjonen for en streng som vibrerer uten overtoner er

$$y(x,t) = 0.003 \cdot \sin(4x) \cdot \cos(2080t) \text{ m}$$

der x og y er i m, t er i s. Hva er lengden (cm) av strengen?

A	B	C	D	E
39.25	78.5	90.0	157.0	208.0

5. Hva er den maksimale hastigheten (m/s) av midtpunktet i den vibrerende strengen i pkt. 4?

A	B	C	D	E
3.12	6.24	19.60	261.4	333

6. Gjør rede for interferens av bølger. Forklar spesielt konstruktiv og destruktiv interferens.

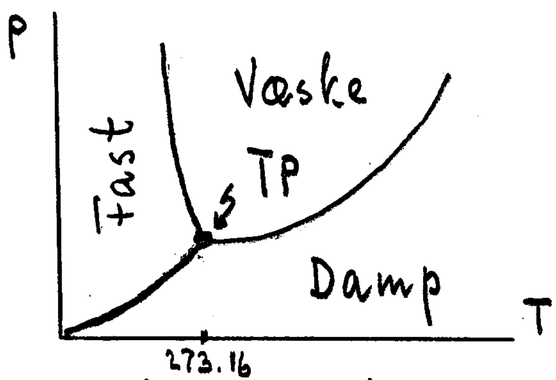
Bølger kan interferere systematisk med hverandre. Forutsetning: Koherente bølger fra minst to atskilte kilder, eller at bølger fra samme kilde forplanter seg langs minst to forskjellige veger. Interferens oppstår pga. en forskjell i veglengde ΔL fra kilden(e) til observasjonspunktet.

Destruktiv interf.: $\Delta L = (n + \frac{1}{2})\lambda$ - i motfase

Konstruktiv — " — : $\Delta L = n \cdot \lambda$ - i fase

n = heltall

7. Forklar ved hjelp av et fasediagram (pT diagram) og tekst hva trippelpunktet for et stoff er. Bruk f.eks. H_2O for illustrasjon.



Hver hovedtilstand av et stoff er stabil i et bestemt område av p og T. Kurvene deler fasediagrammet inn i områder for faststoff væske- og dampfaser. I grensekurvene mellom to faser kan begge eksistere i likevekt som vist i eksemplet for H_2O. Der de tre kurvene møtes er alle tre fasene i likevekt. Dette er trippelpunktet -TP.

8. En beholder som rommer 75 l inneholder 45 kg argongass ved 20°C. Molvekt av argon er 40 g/mol. Hvor stort er trykket (atm.) i beholderen?

A	B	C	D	E
15000	1060	790	360	14.5

9. Volumet av gassen i pkt. 8 blir komprimert til det halve vha. et stempel. Trykket blir tredoblet. Hvilken temperatur (°C) har gassen nå?

A	B	C	D	E
166.5	441	1560	13	-5.5

10. **TABLE 19-1**
Saturated vapor pressure of water

Temperature (°C)	Saturated vapor pressure torr (= mm Hg)	Saturated vapor pressure Pa (= N/m²)
−50	0.030	4.0
−10	1.95	2.60×10^2
0	4.58	6.11×10^2
5	6.54	8.72×10^2
10	9.21	1.23×10^3
15	12.8	1.71×10^3
20	17.5	2.33×10^3
25	23.8	3.17×10^3
30	31.8	4.24×10^3
40	55.3	7.37×10^3
50	92.5	1.23×10^4
60	149	1.99×10^4
70	234	3.12×10^4
80	355	4.73×10^4
90	526	7.01×10^4
100	760	1.01×10^5
120	1489	1.99×10^5
150	3570	4.76×10^5

Metningsdamptrykket fra en væske er bare avhengig av temperaturen, og uavhengig av det ytre trykket. Tabellen viser verdier for damptrykket for vann ved forskjellige temperaturer. På den andre siden er kokepunktet avhengig av ytre trykk. Forklar denne tilsynelatende motsigelsen.

Iflg. kinetisk teori er gassers trykk et bilde på molekylenes kinetiske energi $\frac{1}{2}m\langle v^2\rangle$ som er $\propto T$ og $\langle v^2\rangle^{1/2} \propto \sqrt{T}$. Ved en gitt T vil det innstille seg ei likevekt mellom molekyler med tilstrekkelig kin. energi til å forlate væske-fasen og dampmolekyler som innfanges av væskefasen. Denne likevekta er uavhengig av om det finnes andre typer molekyler i gass-fasen. Økende T fører til flere molekyler i dampfasen og dermed et økende damptrykk.

Ved koking dannes gassblærer i væska nær varmekilden. Et ytre overtrykk vil føre til at gassblærene kollapser før de når overflata. Først når trykket inni blærene er like stort som det ytre trykket vil de overleve, øke i volum og stige opp til overflata. Kokeprosessen er i gang og koketemperaturen er derfor avhengig av det ytre trykket.

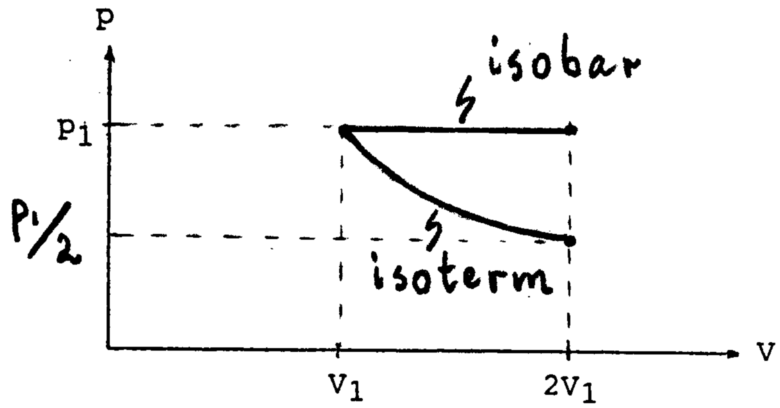
11. Tettheten av materie i det ytre verdensrom er ca. 1 atom pr. cm^3, vesentlig hydrogen, og temperaturen er 3.4 K. Hva er midlere (rms) hastighet i m/s for H som har atomvekt 1 g/mol?

A	B	C	D	E
0.12	1.2	102	290	1300

12. Med økende avstand fra jorda øker fraksjonen av lette elementer i eteren, jfr. pkt. 11. I høgere lag av jordatmosfæren er f.eks. forholdet N_2/O_2 større enn ved havoverflata. Gi en forklaring hvorfor.

Har at $\langle v^2 \rangle^{1/2} = v_{rms} \propto m^{-1/2}$. Molekyler av lette elementer har større hastighet enn av tyngre ved samme T. Da $m_{N_2} < m_{O_2}$ vil N_2 molekylene ha en større v_{rms} enn O_2 og vil kunne diffundere til større høgder i jordatmosfæren.

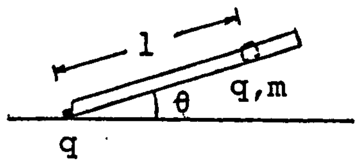
13. En gass som følger tilstandslikninga får ekspandere til dobbelt volum. Plott p mot V i diagrammet for de to tilfellene av ekspansjon: a) isobar og b) isoterm. Marker spesielt slutt-trykket i de to tilfellene.

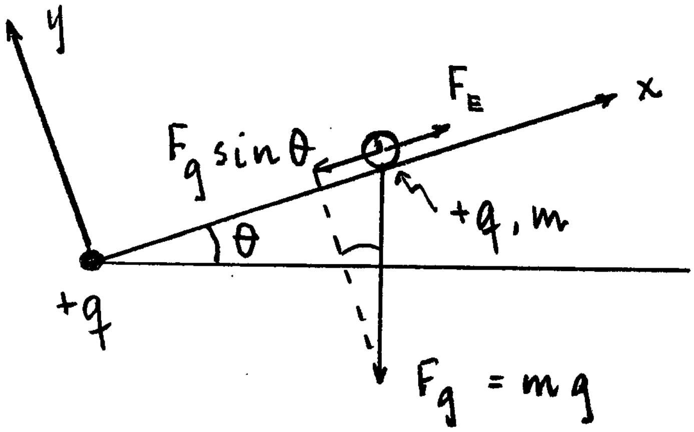


14. Beregn arbeidet som gassen i pkt. 13 utfører på omgivelsene i de to tilfellene, W_{isobar} og $W_{isoterm}$, og bestem forholdet $W_{isobar}/W_{isoterm}$.

A	B	C	D	E
0.693	1	1.443	2.5	8.314

15. En tilnærmet punktladning +q ligger i bunnen av et skråplan som danner vinkelen θ med horisontalplanet. Ei lita kule med masse m og ladning +q kan trille friksjonsfritt i et spor i skråplanet. Sporet ender ved den fikserte punktladningen. Ved likevekt blir kula liggende i ro i en avstand ℓ fra punktladningen. Vis i en skisse kreftene som virker på kula.





16. For systemet i pkt. 15 er verdiene: θ = 6°, m = 0.4 g og likevektsavstanden ℓ = 9 cm. Hvor stor er ladningen q (C)?

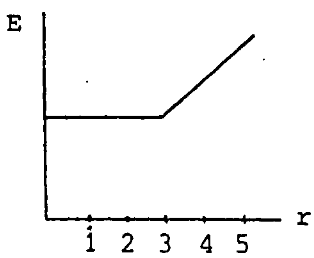
A	B	C	D	E
$3.7\cdot10^{-16}$	$7.5\cdot10^{-12}$	$1.9\cdot10^{-8}$	$1.9\cdot10^{-4}$	1

17. En punktladning ligger inni ei kuleflate med radius r. Kuleflata erstattes med en kube med sidekant 2r. Fluksen Φ_E gjennom terningflatene:

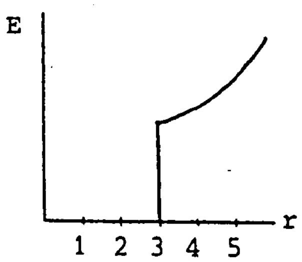
A	B	C
Øker som 6:π	Avtar som π:6	Blir uforandret

18. Et tynt kuleskall av et godt ledende materiale har ladning +Q. Kuleradius er 30 cm. Hvilken skisse av elektrisk felt sfa. avstand r (dm) fra kulesentrum er riktig?

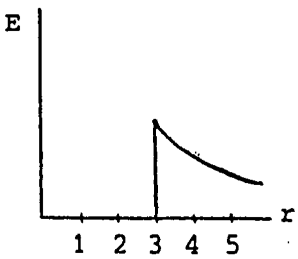
A



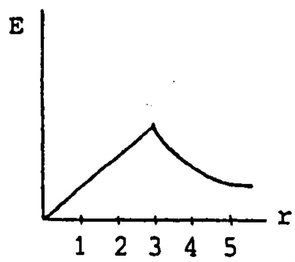
B



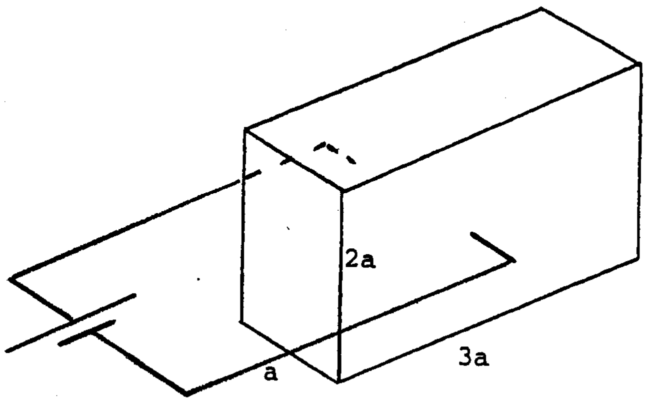
C



D



19. Figuren viser ei rektangulær blokk av et materiale med sidekanter a, 2a og 3a. Vis i figuren hvordan du ville kople ledningene fra et batteri til et par av motstående sideflater i blokka for å få minst mulig resistans.



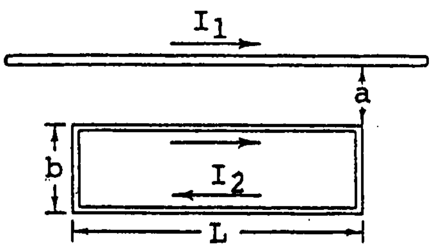
$R = \rho \frac{L}{A}$

R_{min} for

L_{min} og

A_{max}

20.



Gjennom en lang ledning fiksert i rommet går en strøm I_1. En strøm I_2 går gjennom en rektangulær strømsløyfe. Strømretninger, dimensjoner og avstander er gitt i figuren. Hva er det riktige uttrykket for resultantkraften som virker på strømsløyfa? Svar også på om netto kraft er attraktiv eller repulsiv.

A	B	C	D
$\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{(a+b)}\right)$	$\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi}\left(\frac{1}{(a+b)/2}\right)$	$\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi}\left(\frac{1}{a+(b/2)}\right)$	$\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{(a+b)}\right)$

a	b
Repulsiv	Attraktiv

Oppgave 3

Beregninger til noen av punktene

1. Amplituden $A = 15$ cm, likevektspunktet er 15 cm under startpunktet. Velger pos. retning opp.
Fjærkraft : $F_k = -kx$
Ved likevekt $\Sigma F = F_k + F_g = 0$ ⟹ $k\underset{\text{ampl.}}{A} - mg = 0$

$$\underline{k} = \frac{mg}{A} = \frac{2\,kg \cdot 9.81\,m/s^2}{0.15\,m} = \underline{130.8\,kg/s^2\ [N/m]}$$

2. $a = 0$ midt i osc. intervallet, dvs. 15 cm under startpunktet.

3. Fjærkraft $F_k = -kx - kx = -2kx$
⟹ effektiv fjærkonst. $k_{eff} = 2k$
Svingefrekvens ; $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$
Har $f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{eff}}{m}}$; $f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

$$\Rightarrow \underline{\frac{f_2}{f_1}} = \sqrt{\frac{k_{eff}}{k}} = \sqrt{\frac{2k}{k}} = \underline{\sqrt{2}}$$

4. Krav for nodepunkt : $\sin(4x) = \sin 0 = 0$
Grunntone : $4x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} = 0.785$ m
↑ 1. node etter $x = 0$.

5. Midtpunkt (antinode) ved $x = \frac{1}{2}\,\pi/4 = \frac{\pi}{8}$
$\Rightarrow \sin(4x) = \sin \pi/2 = 1$
Transversal hastighet $v_t = \partial y/\partial t$

$\partial y / \partial t = 0.003 \cdot 1 \cdot 2080\,(-\sin(2080\,t))$

$v_{t\,max}$ for $\sin(2080\,t) = \pm 1$

$\Rightarrow \underline{v_{t\,max}} = \underline{\pm 6.24\ m/s}$

8. Tilstandslikn. : $pV = nRT = \frac{m}{M} RT$

der m = masse av Ar, M = molvekt (kg/mol)

$$p = \frac{m\,RT}{M \cdot V} = \frac{45\,kg \cdot 8.314\,\frac{Nm}{mol \cdot K} \cdot 293\,K}{40 \cdot 10^{-3}\,\frac{kg}{mol} \cdot 75 \cdot 10^{-3}\,m^3}$$

$$p = 3.654 \cdot 10^7\ N/m^2 = \frac{3.654 \cdot 10^7\ N/m^2}{1.013 \cdot 10^5\ \frac{N/m^2}{atm}}$$

$\underline{p = 360.7\ atm}$

9. Antall mol gass er uforandret.

Derfor $T \propto pV$

$$\Rightarrow T_{ny} = T_{gl}\left(\frac{p_{ny}}{p_{gl}}\right)\left(\frac{V_{ny}}{V_{gl}}\right)$$

$$= 293\left(\frac{3p}{p}\right)\left(\frac{V/2}{V}\right) = 293 \cdot 3/2$$

$\underline{T_{ny}} = 439.5\ K \simeq \underline{166.5\ °C}$

11. $v_{rms} = (3kT/m)^{1/2} = (3RT/M)^{1/2}$

$$v_{rms} = \left[3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}\,J/K \cdot 3.4\,K / (1 \cdot 10^{-3}\,kg/mol) / (6.0221 \cdot 10^{23}/mol)\right]^{1/2}$$

$\underline{v_{rms} \simeq 291\ m/s}$

alt.:

$$v_{rms} = \left[3 \cdot 8.314\ \text{J}/\text{mol}\cdot\text{K} \cdot 3.4\,\text{K} / 1\cdot 10^{-3}\ \text{kg}/\text{mol}\right]^{1/2}$$

$$\underline{v_{rms} \simeq 291\ \text{m}/\text{s}}$$

14. $W_{isobar} = p_1 \cdot \Delta V = p_1 (2V_1 - V_1) = p_1 V_1$

$$W_{isoterm} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}\,dV = \underbrace{nRT}_{p_1V_1} \ln\left(V_2/V_1\right)$$

$$= p_1 V_1 \ln\left(2V_1/V_1\right) = p_1 V_1 \ln 2 = 0.693\, p_1 V_1$$

$$\Rightarrow \underline{\frac{W_{isobar}}{W_{isoterm}}} = \frac{p_1 V_1}{p_1 V_1 \ln 2} \simeq \underline{1.443}$$

16. Ved likevekt : $\Sigma F_x = F_E - F_g \sin\theta = 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q}{l^2} - mg\sin\theta = 0$$

$$\Rightarrow q^2 = 4\pi\varepsilon_0\, l^2 \cdot mg\sin\theta$$

$$q = \left[\frac{1}{9\cdot 10^9}\ \frac{C^2}{Nm^2} \cdot 0.09^2\,m^2 \cdot 0.4\cdot 10^{-3}\,kg \cdot 9.81\,m/s^2 \cdot \sin 6^\circ\right]^{1/2}$$

$$\underline{q = 1.92 \cdot 10^{-8}\,C \simeq 1.9 \cdot 10^{-8}\,C}$$

19. $R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow R_{min}$ for L_{min} og A_{max}

20. Kraftvirkningen fra I_1 på de korte vertikale delene av sløyfa oppheves pga. symmetri:

Kraftvirkningen fra I_1 på hhv. øvre og nedre horisontale del av sløyfa

$$\frac{F_{øvre}}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \quad \text{- attraktiv}$$

$$\frac{F_{nedre}}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi (a+b)} \quad \text{- repulsiv}$$

Netto kraft på sløyfa er <u>attraktiv</u>

$$\underline{F_{net} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi}\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{a+b}\right]}$$