

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
 INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen  
 Navn: Frode Mo, Tlf. 93585

**KONTINUASJONSEKSAMEN I FAG SIF 4006/SIF4009 FYSIKK**

Datateknikk og Kommunikasjonsteknologi (IME)

Tirsdag 6. august, 2002

Tid: kl. 0900 – 1500

Tillatte hjelpemidler: C – godkjent lommekalkulator med tomt minne.

K.J. Knutsen: Formler og data i fysikk

O.H. Jansen og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk

K. Rottmann: Matematisk formelsamling

Svar på oppgave 3 skal føres på tekstsidene, og disse må leveres inn som en del av besvarelsen.

Oppgave 1

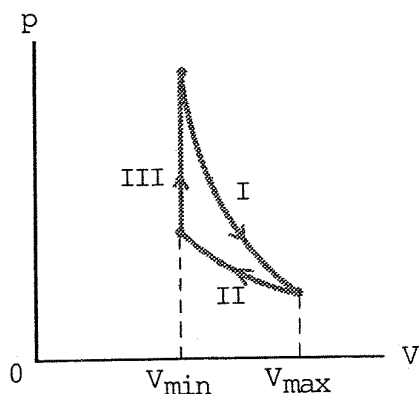


Fig. 1

En varmemaskin opereres i en reversibel syklus som vist i fig. 1. 1 mol av ideell toatomig gass,  $\gamma = 1.40$ , ekspanderer adiabatisk i trinn I med et temperaturfall fra  $t_h = 330 \text{ }^\circ\text{C}$  til  $t_c = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ , deretter komprimeres den isotermt i trinn II inntil opprinnelig volum  $V_{\min}$ , og til slutt i trinn III varmes den opp ved konstant volum inntil temperaturen  $t = t_h$ .

- Skriv opp termodynamikkens 1. lov og forklar innholdet. Uttrykk varmestrømmen ved de kjente størrelsene  $n$ ,  $c_v$  og temperaturene og beregn den numerisk for hvert trinn i prosessen. Angi spesielt i hvilke trinn varme er avgitt og i hvilke den er absorbert av systemet.
- Beregn arbeidet som blir utført i hvert trinn i prosessen. (Regn med fortegn).
- Definer generell virkningsgrad  $\eta$  for en varmemaskin. Utled et uttrykk for  $\eta = \eta(T)$  for tilfellet her.
- Beregn  $\eta$ . Hvor stor er den i forhold til  $\eta_C$ , virkningsgraden for en Carnot-maskin som arbeider mellom de samme to temperaturene.

Det blir foreslått å forbedre virkningsgraden slik: Med start i pkt. 1, først en isotherm ekspansjon til  $V = V_{\max}$ , deretter en isochor trykkreduksjon til pkt. 2 og som tredje trinn en adiabatisk kompresjon tilbake til pkt. 1, dvs. samme bane i pV-plottet men motsatt rettet trinn I i den opprinnelige prosessen.

- e) Vis begge prosessene i samme plott. Utled  $\eta$  for den nye prosessen. Er  $\eta_{\text{ny}}$  større eller mindre enn  $\eta$  beregnet i d)? Svaret skal begrunnes, ved kvalitativ argumentasjon, eller helst ved beregning.

### Oppgave 2

Potensialet for en sfærisk symmetrisk ladningsfordeling med radius  $R$  er gitt ved:

$$V(r) = \begin{cases} (Q/4\pi\epsilon_0 R) [2 - (r/R)^2] & \text{for } r < R \\ (Q/4\pi\epsilon_0 r) & \text{for } r \geq R \end{cases}$$

Det antas at permittiviteten er  $\epsilon_0$  i hele rommet.  $V(r)$  er def. = 0 for  $r \rightarrow \infty$ .

- a) Utled elektrisk felt  $\mathbf{E}(r)$  for de to områdene I  $r \geq R$ , og II  $r < R$ . Vis at svaret for  $r \geq R$  blir det samme som for en like stor punktladning plassert i origo.
- b) Bruk verdiene for  $E(r)$  fra a) og Gauss lov for Gaussflater med I  $r > R$ , og II  $r < R$  for å beregne omsluttet ladning  $Q_{\text{omsl}}$  og ladningstettheten  $\rho$  for disse områdene av  $r$ . Har kula noen netto ladning på overflata, og i så fall, hvor stor er den?
- c) Plott  $V(r)$  sfa.  $(r/R)$  for intervallet 0 - 4.  
Plott  $E(r)$  sfa.  $(r/R)$  for intervallet 0 - 4.
- d) En ladning  $3Q$  legges homogent fordelt på overflata ved  $r = R$ , i tillegg til den ladningen som allerede finnes i volumet. Beregn elektrisk felt  $\mathbf{E}(r)$  for de to områdene I  $r \geq R$ , og II  $r < R$ .
- e) Beregn potensialet  $V(r)$  for de samme to områdene av  $r$ . Hvilke forandringer har skjedd i forhold til opprinnelig felt og potensiale?

## Noen formler og uttrykk

## Elektromagnetisme

$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$	Biot-Savarts lov	$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q$ Elektrisk felt
$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \cdot I_{\text{innenfor}}$	Amperes lov	$\mathbf{E} = -\nabla V$ Elektrisk potensial
$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{innenfor}}}{\epsilon_0}$	Gauss' lov	$V = -\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$
$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$	Magnetisk fluks	$\Delta U = -\int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$ Potensiell energi
$\epsilon = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$	Faradays lov	$U_{ij} = q_j V_i$
$I = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}$	Strøm og strømtetthet	
$d\mathbf{F}_B = I \cdot d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$	Magnetisk kraft dF på strømelement med lengde dl	
$\mathbf{F}_B = q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}$	Magnetisk kraft F på ladning i bevegelse	
$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B}))$	Lorentz kraft	
$\tau = \mu \times \mathbf{B}$	Dreiemoment på strømførende sløyfe i magnetfelt	
$U = -\mu \cdot \mathbf{B}$	Potensiell energi for strømførende sløyfe i magnetfelt	

Lenz lov:

En induisert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som framkaller strømmen.

$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$	- permittiviteten i tomt rom
$k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.988 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$	- konst. i Coulombs likning
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}/\text{A}$	- permeabiliteten i tomt rom

## Varmelære (ideelle gasser)

$pV = nRT$	Tilstandslikninga
$c'_v = N \cdot R/2$	Varmekapasitet ved konstant volum, N = # frihetsgrader
$c'_p = c'_v + R$	Varmekapasitet ved konstant trykk
$pV^\gamma = \text{konst.}$ $TV^{\gamma-1} = \text{konst.}$ $p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{konst.}$	Adiabatlikningene $\gamma \equiv c'_p/c'_v$
$R = 8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$	- gasskonstanten
$k = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$	- Boltzmanns konstant

### Oppgave 3

Svar kort, tegn skisse eller marker rett svar med ring rundt den aktuelle bokstaven.

1. En masse i ei fjær beveger seg som en harmonisk oscillator med vinkelfrekvens  $\omega$  og maksimalt utsving  $A$ . Når massen er i posisjonen  $x = A/2$  vil hastigheten være

A	B	C	D	E
$v_{\max}$	$\pm(\sqrt{3}/2) v_{\max}$	$\pm(\sqrt{2}/2) v_{\max}$	$\pm(1/2) v_{\max}$	$\pm(1/4) v_{\max}$

2. Massen i pkt. 1 får fordoblet hastighet men svinger med uforandret frekvens. Total energi vil da øke med faktoren

A	B	C	D	E
4	$\sqrt{8}$	2	$\sqrt{2}$	1 uforandret

3. Et vippebrett svinger harmonisk med amplitude 4.0 cm. På enden av brettet ligger en liten stein. Frekvensen  $f$  (Hz) for svingebegnelsen får øke gradvis. Ved en bestemt frekvens vil steinen miste kontakten med svingebrettet i øvre stilling. Hvor stor er denne kritiske frekvensen  $f_c$  (Hz)?

A	B	C	D	E
156	39	15.7	2.5	0.04

4. En stemmegaffel med ukjent frekvens settes i svingninger like over åpningen av et vertikalt stående rør som er fylt med vann. Vann-nivået kan senkes ved å åpne ei kran i bunnen av røret. Lyden fra stemmegaffelen blir kraftig forsterket (resonans) når avstanden fra rørapåningen til vannspeilet er 16.0 cm, og forsterkes igjen når avstanden er 48.0 cm. Lydhastigheten i luft ved forsøksstemperaturen er 340 m/s. Hva er frekvensen for stemmegaffelen (Hz)?

A	B	C	D	E
220	440	530	265	133

5. En transversal bølge i en streng med masse pr. lengdeenhet  $\mu = 8.0 \cdot 10^{-4}$  kg/m kan beskrives

$$D = 0.20 \sin(\pi(2.0x - 7.0t) + \phi),$$

der  $x$  og  $D$  har enheten m,  $t$  har enheten s. Hvor stor er bølgehastigheten  $v$  (m/s)?

A	B	C	D	E
1.75	3.5	4.4	14.0	140

6. Hvor stor er maksimal transversal hastighet  $v_{t \max}$  for bølgen i pkt. 5 og hvilket punkt i bølgen har denne maksimale hastigheten?

A	B	C	D	E
1.75	3.5	4.4	14.0	140

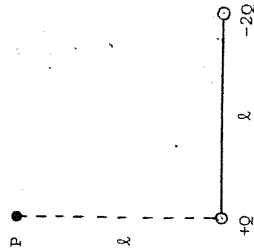
7. Dopplerskift av ultralyd utrykkes i medisinske undersøkelser av dynamiske prosesser i kroppen som f.eks. blodstrømsmålinger og undersøkelser av hjerteryme. Typisk frekvensområde for slike undersøkelser er 2 - 3 MHz. Anta at både kilde for ultralyd og mottaker er i ro. Forklar hvordan et slikt arrangement vil gi et pulserende Dopplerskift i en undersøkelse av hjerterytmen hos et ufødt foster.

8. Bly er et bløtt materiale med stor massetetthet. Stål er til sammenlikning et svært hardt materiale men har en lavere tetthet. I hvilket av de to materialene vil hastigheten av elastiske bølger være størst? Svaret skal begrunnes.

9. Ei stålstang med diameter 30.0 mm ved 25 °C skal tres inn i en ring av messing. Indre diameter av ringen er 29.9 mm ved 25 °C slik at det ikke lar seg gjøre uten videre. Foreslå en måte å få til dette uten å deformere noen av delene mekanisk. Hva er forutsetningene for forslaget?

14. Anta at det er 1 mol av gassen i pkt. 12. Hva blir forandringen i entropi  $S$  (J/K) ved prosessen?
- |      |        |   |     |      |
|------|--------|---|-----|------|
| A    | B      | C | D   | E    |
| -6.9 | -4.186 | 0 | 6.9 | 13.8 |

15. To partikler med ladning  $+Q$  og  $-2Q$  ligger i en avstand  $\ell$  fra hverandre. Et punkt  $P$  ligger på normalen til forbindelseslinja mellom de to ladingene og gjennom  $+Q$  i avstanden  $\ell$  fra den. Vis vha. vektorpiler i figuren relativ størrelse og retning av de elektriske feltene som hver lading setter opp i  $P$ . Vis også resultatfeltet i  $P$ .



10. Med moderne vakuumstyrer kan en oppnå gasstrykk på ca.  $10^{15}$  atm. Hvor mange molekyl er det pr.  $\text{cm}^3$  ved  $p = 1.0 \cdot 10^{15}$  atm. og  $T = 20$  °C?

A	B	C	D	E
$6.022 \cdot 10^{23}$	$2.69 \cdot 10^{19}$	$2.5 \cdot 10^{10}$	$8.3 \cdot 10^6$	$2.5 \cdot 10^4$

11. Ved 1 atm. og ca. 300 K er rms-hastigheten,  $\langle v^2 \rangle^{1/2}$  (m/s), av vanlige gassmolekyler av størrelse nærmest

A	B	C	D	E
1	30	500	$10^4$	$3 \cdot 10^8$

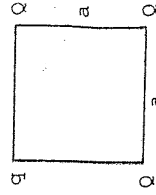
12. Ved en adiabatisk kompresjon av en ideell gass øker trykket med en faktor 4 mens volumet avtar med en faktor 2.3. Hva er forholdet  $C_p/C_v$ ?

A	B	C	D	E
8.314	1.665	1.40	1.285	0.60

13. Hvor stort arbeid blir utført på gassen i pkt. 12 under kompresjonen? Uttrykk svaret ved trykk og volum i starttilstanden.

A	B	C	D	E
$-4.186 p_1 V_1$	$-2.2 p_1 V_1$	$-1.1 p_1 V_1$	$1.1 p_1 V_1$	$2.2 p_1 V_1$

16. Fire punktladninger, opprinnelig i uendelig avstand fra hverandre, trekkes sammen til hjørnene av et kvadrat med sidelengde  $a$ . Tre av ladingene er identiske og lik  $Q$ . Den fjerde,  $q$ , er av ukjent størrelse. For en bestemt verdi av  $q$  vil arbeidet for å bringe ladingene sammen som vist i figuren være lik 0. Hvor stor er  $q$  uttrykt ved  $Q$ ?



A	B	C	D	E
$4Q$	$Q\sqrt{2}$	0	$-Q$	$-3Q$

17. To kuler av ledende materiale og med radier  $R_1$  og  $R_2$  har ladingene  $Q_1 = Q$  og  $Q_2 = 0$ . Kulene forbindes med en ledende tråd. Hva blir ladingene  $Q_1'$  og  $Q_2'$  på de to kulene etter sammenkoblingen, uttrykt ved  $Q$ ?

A	B	C	D	E
$Q_1' = \frac{Q}{R_1}$	$Q_1' = Q \left( \frac{R_2}{R_1} \right)$	$Q_1' = Q \left( \frac{R_1 - R_2}{R_1} \right)$	$Q_1' = Q \left( \frac{R_2}{R_1 - R_2} \right)$	$Q_1' = Q \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$
$Q_2' = \frac{Q}{R_2}$	$Q_2' = Q \left( \frac{R_1}{R_2} \right)$	$Q_2' = Q \left( \frac{R_1 - R_2}{R_1} \right)$	$Q_2' = Q \left( \frac{R_1 - R_2}{R_1} \right)$	$Q_2' = Q \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)$

Side

5

18. Lagret elektrostatiske energi i feltet utenfor ei ladet kule kan beregnes fra  $U = (Q \cdot V)/2$ , der  $V$  er potensialet. Hva er forholdet mellom lagret energi før og etter sammenkoblingen,  $U_{\text{før}}/U_{\text{etter}}$ , for kulene i pkt. 17?

A	B	C	D	E
$\frac{R_1 + R_2}{R_1}$	$\frac{R_1 + R_2}{R_1 - R_2}$	1	$\frac{R_1}{R_1 + R_2}$	$\frac{Q/R_1}{Q/(R_1 + R_2)}$

19. Ei strømførende sløyfe kan rotere friksjonsfritt i et homogent magnetfelt  $\mathbf{B}$ . I hvilken stilling relativt  $\mathbf{B}$  vil sløyfa være i stabil likevekt (null netto dreizmoment, minimum energi)? Gi vinkelen mellom normalen til sløyfeplanet og feltvektor  $\mathbf{B}$ .

A	B	C	D
$0^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$

20. Et batteri som gir en konstant ems  $\epsilon_0$  kan koples til to strømførende ledere som vist. Et magnetfelt  $\mathbf{B}$  står normalt på planet gjennom de to lederne som har innbyrdes avstand  $L$ . En ledende stav med masse  $m$  kan forskyves friksjonsfritt langs lederne, normalt både på disse to og på magnetfeltet. Når batteriet koples til vil staven først aksellerere i en bestemt retning inntil den får en konstant terminal hastighet  $v$ . Forklar hva som skjer her. Argumenter kvalitativt for at  $v$  blir konstant. Gi røining både av  $v$  og evt. induisert strøm i kretset.

