

Fag SIF4006/SIF4008 Fysik

Datateknisk og Kognitiv teknologi

Kontaktsamenen 6. aug, 2002

Løsningsforslag

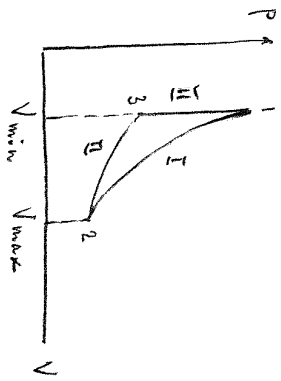
Opgave 1

a) Termodynam. 1. lov :  $\Delta U = -W + Q$ . Lovens udtrykkes energibevarelse i et termisk system

$\Delta U$  : termisk energi i en funktion bare ad tilstand,  $\Delta U = f(T)$

$W$  : udført arbejde (ad gass :  $W > 0$ )

$Q$  : varmen strøm (ind i gass :  $Q > 0$ )



$T_c = 303 \text{ K}$   
 $T_h = 603 \text{ K}$

I Adiabekt :  $Q_I = 0 \Rightarrow \Delta U_I = -W_I$

$\Delta U_I = n c_v' (T_c - T_h)$

$\frac{c_p'}{c_v'} = \gamma$  og  $c_p' - c_v' = R$

$\Rightarrow c_v' = \frac{R}{\gamma - 1}$

$\Delta U_I = n \frac{R}{\gamma - 1} (T_c - T_h) = -W_I$

II Isoterm :  $\Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$

$Q_{II} = W_{II} = \int_{V_{min}}^{V_{max}} p dV = nRT_c \int_{V_{min}}^{V_{max}} \frac{dV}{V} = nRT_c \ln \left( \frac{V_{min}}{V_{max}} \right)$

III Fra adiabektien :  $T_h V_{min}^{\gamma-1} = T_c V_{max}^{\gamma-1}$

$\Rightarrow \left( \frac{V_{min}}{V_{max}} \right) = \left( \frac{T_c}{T_h} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

$Q_{II} = W_{II} = nRT_c \ln \left( \frac{T_c}{T_h} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

$= nRT_c \left[ \left( \frac{1}{\gamma-1} \right) \ln \left( \frac{T_c}{T_h} \right) \right] = n c_v' T_c \ln \left( \frac{T_c}{T_h} \right)$

$Q_{II} = 1 \text{ mol} \cdot \frac{8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}}{(1.4-1)} \cdot 303 \text{ K} \cdot \ln \left( \frac{303}{603} \right)$

$Q_{II} = -4334.1 \text{ J}$  - afgivet varme

III Isochor :  $W_{III} = 0 \Rightarrow Q_{III} = \Delta U_{III}$

$Q_{III} = \Delta U_{III} = n c_v' (T_h - T_c)$

$Q_{III} = 1 \text{ mol} \cdot \frac{8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}}{(1.4-1)} \cdot (603 - 303) \text{ K}$

$Q_{III} = 6235.5 \text{ J}$  - absorberet varme

b) Fra a) har vi disse udtrykkene for arbejde

I  $W_I = -\Delta U_I = -1 \text{ mol} \cdot \frac{8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}}{1.4-1} (303 - 603) \text{ K}$

II  $W_{II} = Q_{II} = -4334.1 \text{ J}$

III  $W_{III} = 0$

e) Wirkungsgrad:  $\eta = \frac{W_{\text{net}}}{Q_{\text{in}}}$

$$\eta = \frac{W_{\text{I}} + W_{\text{II}}}{Q_{\text{III}}} = \frac{n c_V' (T_h - T_c) + n c_V' T_c \ln(T_c/T_h)}{n c_V' (T_h - T_c)}$$

$$\eta = 1 + \frac{T_c \ln(T_c/T_h)}{(T_h - T_c)}$$

d)  $\eta = 1 + \frac{303 \ln(303/603)}{(603 - 303)}$

$$\eta = 0.305$$

Wirkungsgrad für Carnotmaschine

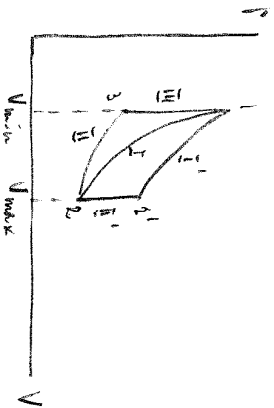
$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

$$\eta_c = 1 - \frac{303}{603} = 0.498 \sim 0.50$$

Faktor:  $\eta/\eta_c = \frac{0.305}{0.5} \sim 0.61$

∴  $\eta \sim 60\%$  an  $\eta_c$

e) Ny process 1-2-2-1



I' Isotherm:  $\Delta U_{I'} = 0 \Rightarrow Q_{I'} = W_{I'}$   
 $Q_{I'} = W_{I'} = n R T_h \ln(V_{\text{max}}/V_{\text{min}})$

Hier für a):  $(V_{\text{max}}/V_{\text{min}}) = (T_h/T_c)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

$$Q_{I'} = W_{I'} = n R T_h \left[ \left( \frac{1}{\gamma-1} \right) \ln(T_h/T_c) \right]$$

$$= n c_V' T_h \ln(T_h/T_c) > 0 \quad \text{∴ absorbiert Wärme}$$

II' Isochor:  $W_{II'} = 0 \Rightarrow Q_{II'} = \Delta U_{II'}$

$$Q_{II'} = \Delta U_{II'} = n c_V' (T_c - T_h)$$

$$Q_{II'} < 0 \quad \text{∴ abgibt Wärme}$$

III' Adiabatt:  $Q_{III'} = 0 \Rightarrow \Delta U_{III'} = -W_{III'}$

$$W_{III'} = -\Delta U_{III'} = -n c_V' (T_h - T_c)$$

$$W_{III'} = n c_V' (T_c - T_h) < 0 \quad \text{∴ Arbeit für Gas}$$

$$\eta_{\text{Ny}} = \frac{W_{I'} + W_{III'}}{Q_{I'}} = \frac{n c_V' T_h \ln(T_h/T_c) + n c_V' (T_c - T_h)}{n c_V' T_h \ln(T_h/T_c)}$$

$$\eta_{\text{mg}} = 1 + \frac{(T_c - T_h)}{T_h \ln(T_h/T_c)}$$

Thersatt for  $T_h = 603 \text{ K}$  og  $T_c = 303 \text{ K}$

$$\eta_{\text{mg}} = 1 + \frac{(303 - 603)}{603 \ln(603/303)}$$

$$\eta_{\text{mg}} = 0.2277$$

2)  $\eta_{\text{mg}} < \eta$  aktiør en direkte virkemåde

$$\frac{\eta_{\text{mg}}}{\eta} = \frac{0.2277}{0.305} = 0.908$$

$$\therefore \eta_{\text{mg}} \sim 91\% \text{ af } \eta$$

### Oppgave 2

a) Her generelt  $\vec{E} = -\nabla V$ . Ladningene har sferisk symmetri, dvs.  $\vec{E}$  står radialt  $\Rightarrow E(r) = -\frac{\partial V}{\partial r}$ .

$$I \ r \gg R \quad V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$E(r) = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot -\frac{1}{r^2}$$

$$\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r} = E(r) \text{ for pkt. lading. } Q \text{ i origo}$$

$$\text{ii. } r < R \quad V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left[ 2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right]$$

$$E(r) = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left( -\frac{2r}{R^2} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot 2 \left(\frac{r}{R}\right)$$

$$\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot 2 \left(\frac{r}{R}\right) \vec{r}$$

b) Gauss lov:  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{omsl}}}{\epsilon_0}$

Da  $\vec{E} \parallel d\vec{A}$  (bryte radialt)  $\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 4\pi r^2$

I Gaussflata: kule med  $r > R$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{omsl}}}{\epsilon_0}$$

$$Q_{\text{omsl}} = Q \quad \therefore \text{for } r > R \text{ er } Q_{\text{omsl}} = Q$$

Da uttrykket for  $\vec{E}(r)$  fra a) også gjelder for  $r = R \Rightarrow Q_{\text{omsl}} = Q$  også gjelder for  $r > R$   
 $\therefore$  for  $r > R$  er ladingstettheten  $\rho = 0$

ii Gaussflata: kule med  $r < R$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot 2 \left(\frac{r}{R}\right) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{omsl}}}{\epsilon_0}$$

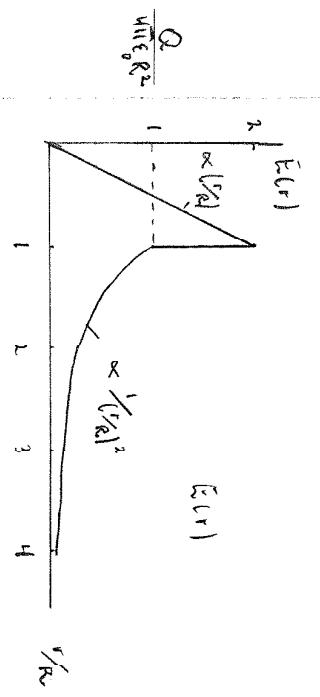
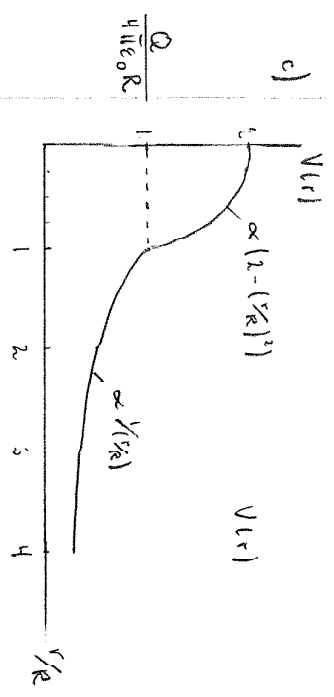
$$Q_{\text{omsl}} = 2Q \left(\frac{r}{R}\right)^3 \quad \therefore \text{for } r \rightarrow R \quad Q_{\text{omsl}} = 2Q$$

Ladningstetthet for  $r < R$ :

$$\rho = \frac{Q_{\text{omsl}}}{V} = \frac{2Q \left(\frac{r}{R}\right)^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3Q}{2\pi R^3}$$

c)  $\rho = \text{konst.}$ , for  $r < R$

Siden det er en ladning  $Q$  i rummet for overflaten, og ladning  $Q$  for  $r > R$ , så må det være en ladning  $-Q$  på overflaten for at gøre hele nettoladning  $Q$ .  
 Altså: for  $r = R$ :  $q = -Q$



$E(r)$  har diskontinuitet ved  $r = R$  pga. overfladeladningen  $-Q$  ved denne  $r$ .

d) I  $r \geq R$   $Q_{\text{omst}} = 4Q$

Brug Gauss lov  
 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{4Q}{\epsilon_0}$

$\vec{E}(r) = \frac{Q}{\pi \epsilon_0 r^2} \vec{r}$

I  $r < R$   $Q_{\text{omst}} = 4Q \left(\frac{r}{R}\right)^3$  - som før

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{4Q \left(\frac{r}{R}\right)^3}{\epsilon_0}$

$E(r) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} 2 \left(\frac{r}{R^3}\right)$

$\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R^2} \cdot 2 \left(\frac{r}{R}\right) \vec{r}$  - som før

e) I  $r \geq R$

$V(r) - V(\infty) = - \int_{\infty}^r \vec{E}(r') \cdot d\vec{r}' = - \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \int_{\infty}^r \frac{dr'}{r'^2}$

$V(r) = - \frac{Q}{\pi \epsilon_0} \left[ -\frac{1}{r'} \right]_{\infty}^r = \frac{Q}{\pi \epsilon_0 r}$

$V(r) = \frac{4Q}{4\pi \epsilon_0 r}$  og  $V(R) = \frac{4Q}{4\pi \epsilon_0 R}$

I  $r < R$

$\int_{V(r)}^{V(R)} dV' = V(r) - V(R) = - \int_r^R \vec{E}(r') \cdot d\vec{r}' = - \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 R^3} \int_r^R r' dr'$

$V(r) = V(R) - \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 R^3} \left[ \frac{r'^2}{2} \right]_r^R$

$= \frac{4Q}{4\pi \epsilon_0 R} - \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R^3} (r^2 - R^2)$

$$V(r) = \frac{4Q}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{Qr^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} [5 - (r/R)^2]$$

$r < R$   
 E(r) ingen forander.

$r \geq R$   
 økning  $\frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$   
 tilsvarende  
 ladn.  $3Q$  på overfl.

$r < R$   
 V(r) økning:  $\frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 R}$

$r \geq R$   
 økning  $\frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 R}$

E(r) får som før in diskontinuitet ved  $r=R$

V(r) har oversett et konstant tillegg  $\frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 R}$

Svar kort, tegn skisse eller marker rett svar med ring rundt den aktuelle bokstaven.

1. En masse i ei fjær beveger seg som en harmonisk oscillator med vinkelbølghastighets  $\omega$  og maksimalt utsving A. Når massen er i posisjonen  $x = A/2$  vil hastigheten være

A	<input checked="" type="radio"/> B	C	D	E
$v_{max}$	$\pm(\sqrt{3}/2) v_{max}$	$\pm(\sqrt{2}/2) v_{max}$	$\pm(1/2) v_{max}$	$\pm(1/4) v_{max}$

2. Massen i pkt. 1 får fordoblet hastighet men svinger med uforandret frekvens. Total energi vil øke med faktoren

<input checked="" type="radio"/> A	B	C	D	E
4	$\sqrt{8}$	2	$\sqrt{2}$	1
			uforandret	

3. Et vippebrett svinger harmonisk med amplitude 4,0 cm. På enden av brettet ligger en liten stein. Frekvensen  $f$  (Hz) for svingbevegelsen får øke gradvis. Ved en bestemt frekvens vil steinen miste kontakten med svingebrettet i øvre stilling. Hvor stor er denne kritiske frekvensen  $f_c$  (Hz)?

A	B	C	<input checked="" type="radio"/> D	E
156	39	15,7	2,5	0,04

4. En stemmegaffel med ukjent frekvens settes i svingninger like over åpningen av et vertikalt stående rør som er fylt med vann. Vann-nivået kan senkes ved å åpne ei kran i bunnen av røret. Lyden fra stemmegaffelen blir kraftig forsterket (resonans) når avstanden fra rørdåningen til vannspeilet er 16,0 cm, og forsterkes igjen når avstanden er 48,0 cm. Lydhastigheten i luft ved forsøksstemperaturen er 340 m/s. Hva er frekvensen for stemmegaffelen (Hz)?

A	B	<input checked="" type="radio"/> C	D	E
220	440	530	265	133

5. En transversal bølge i en streng med masse pr. lengdeenhet  $\mu = 80 \cdot 10^{-4}$  kg/m kan beskrives

$$D = 0,20 \sin(\pi(2,1)x - 7,0(t) + \phi),$$

der  $x$  og  $D$  har enheten m,  $t$  har enheten s. Hvor stor er bølgehastigheten  $v$  (m/s)?

A	<input checked="" type="radio"/> B	C	D	E
1,75	3,5	4,4	14,0	140

6. Hvor stor er maksimal transversal hastighet  $v_{max}$  for bølgen i pkt. 5 og hvilket punkt i bølgen har denne maksimale hastigheten?

A	B	<input checked="" type="radio"/> C	D	E
1,75	3,5	4,4	14,0	140

7. Dopplerskift av ultralyd utnytes i medisinske undersøkelser av dynamiske prosesser i kroppen som f.eks. blodstrømningshastigheter og undersøkelser av hjerterytme. Typisk frekvensområde for slike undersøkelser er 2 - 3 MHz. Anta at både kilde for ultralyd og mottaker er i ro. Forklar hvordan et slikt arrangement vil gi et pulserende Dopplerskift i en undersøkelse av hjerterytmen hos et ufødt foster.

Hjertevæggen beveger seg mot eller fra lydkilden som er stasjonær og væggen detekterer en frekvens  $f'$  som er høy/lavere enn innsendt frekvens  $f$ . Som bevegelig kilde 'imiterer' hjertet en frekvens  $f''$  som vil være skiftet relativt  $f'$ . Dette gir en dobbelt Dopplerskift og svingning når hjertevæggen er i bevegelse, og ingen slikt skift når hjertevæggen er i ro, og det skjer to ganger under en full hjertesykkel.

8. Bly er et bløtt materiale med stor masse tetthet. Stål er til sammenlikning et svært hardt materiale men har en lavere tetthet. I hvilket av de to materialene vil hastigheten av elastiske bølger være størst? Svaret skal begrunnes.

Et fast stoff er bølgehastigheten  $v = \sqrt{E/\rho}$ , der  $E$  = tenningskraft og  $\rho$  = masse/lengdeenhet. Et hardt materiale har en stor tenningskraft som vil søke å gjennomprelle likevel tross det indusert utsving av masse  $\Rightarrow$  større  $v$  enn i et bløtt materiale med samme  $\rho$ . Youngs modul  $Y$  er et mål for stivhet av materialer og er analog til  $E$  i Hookes lov  $F = -kx$ . For longitud. bølger gjelder  $v = \sqrt{Y/\rho}$  der  $\rho$  = tetthet. Stål har både større  $Y$  og mindre  $\rho$ .

en måte å få til dette uten å deformere noen av delene mekanisk. Hva er forutsetningen for forsøket?

Kan gjøre dette ved å utnytte termisk ekspansjon enten ved å varme opp bare messingringene, eller enkelt i praksis, ved å varme opp både ringene og stålstativene. Den siste metoden foretrekkes at de messer > stål,  $\alpha =$  termisk ekspansjonskoeff. - og det er slik.

10. Med moderne vakuumstyr kan en oppnå gasstrykk på ca.  $10^{15}$  atm. Hvor mange molekyl er det pr.  $\text{cm}^3$  ved  $p = 1.0 \cdot 10^{15}$  atm. og  $t = 20^\circ\text{C}$ ?

- A B C D E
- $6.022 \cdot 10^{23}$   $2.69 \cdot 10^{19}$   $2.5 \cdot 10^{10}$   $8.3 \cdot 10^5$   $2.5 \cdot 10^4$

11. Ved 1 atm. og ca. 300 K er rms-hastigheten,  $\langle v^2 \rangle^{1/2}$  (m/s), av vanlige gasmolekyler av størrelse nærmest

- A B C D E
- 1 30 500  $10^4$   $3 \cdot 10^8$

12. Ved en adiabatisk kompresjon av en ideell gass øker trykket med en faktor 4 mens volumet avtar med en faktor 2.3. Hva er forholdet  $C_p/C_v$ ?

- A B C D E
- 8.314 1.665 1.40 1.285 0.60

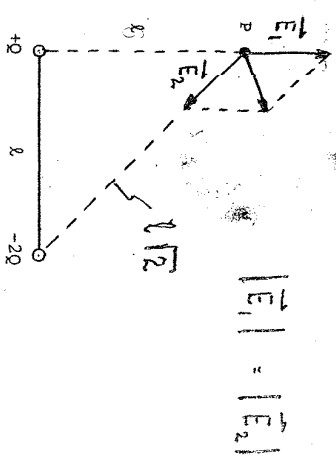
13. Hvor stort arbeid blir utført på gassen i pkt. 12 under kompresjonen? Uttrykk svaret ved trykk og volum i starttilstanden.

- A B C D E
- $-4.186 p_1 V_1$   $-2.2 p_1 V$   $-1.1 p_1 V_1$   $1.1 p_1 V_1$   $2.2 p_1 V_1$

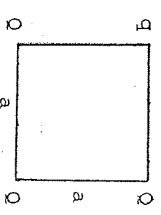
14. Anta at det er 1 mol av gassen i pkt. 12. Hva blir forandringen i entropi S (J/K) ved prosessen?

- A B C D E
- 6.9 -4.186 0 6.9 13.8

15. To partikler med ladning +Q og -2Q ligger i en avstand l fra hverandre. Et punkt P ligger på normalen til forbindelseslinja mellom de to ladingene og gjennom +Q i avstanden l fra denne. Vis vha. vektorpiler i figuren relativ størrelse og retning av de elektriske feltene som hver lading setter opp i P. Vis også resultatfeltet i P.



15. Fire punktladninger, opprinnelig i uendelig avstand fra hverandre, trekkes sammen til hjørnene av et kvadrat med sidekant a. Tre av ladingene er identiske og lik Q. Den fjerde, q, er av ulikt størrelse. For en bestemt verdi av q vil arbeidet for å bringe ladingene sammen som vist i figuren være lik 0. Hvor stor er q uttrykt ved Q?



- A B C D E
- 4Q Q/2 0 -Q -3Q

17. To kuler av ledende materiale og med radier  $R_1$  og  $R_2$  har ladingene  $Q_1 = Q$  og  $Q_2 = 0$ . Kulene forbindes med en ledende tråd. Hva blir ladingene  $Q_1'$  og  $Q_2'$  på de to kulene etter sammenkoblingen, uttrykt ved Q?

- A B C D E
- $Q_1' = \frac{Q}{R_1}$   $Q_1' = Q \left( \frac{R_2}{R_1} \right)$   $Q_1' = Q \left( \frac{R_1 - R_2}{R_1} \right)$   $Q_1' = Q \left( \frac{R_2}{R_1 - R_2} \right)$   $Q_1' = Q \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$
- $Q_2' = \frac{Q}{R_2}$   $Q_2' = Q \left( \frac{R_1}{R_2} \right)$   $Q_2' = Q \left( \frac{R_1 - R_2}{R_2} \right)$   $Q_2' = Q \left( \frac{R_1}{R_1 - R_2} \right)$   $Q_2' = Q \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)$

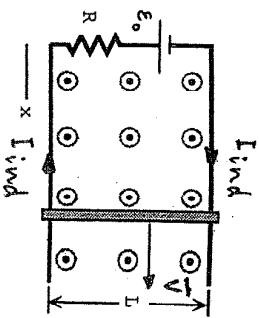
18. Lagret elektrostatisk energi i felset utenfor ei ladet kule kan beregnes fra  $U = (Q \cdot V)/2$ , der  $V$  er potensialet. Hva er forholdet mellom lagret energi før og etter sammenkoblingen,  $U_{\text{før}}/U_{\text{etter}}$ , for kulene i pkt. 17?

<input type="radio"/> A	B	C	D	E
$\frac{R_1+R_2}{R_1}$	$\frac{R_1+R_2}{R_1-R_2}$	1	$\frac{R_1}{R_1+R_2}$	$\frac{2/R_1}{Q_1^2/R_1+Q_2^2/R_2}$

19. Ei strømførende sløyfe kan rotere friksjonsfritt i et homogent magnetfelt  $B$ . I hvilken stilling relativt  $B$  vil sløyfa være i stabil likevekt (null netto dreiemoment, minimum energi)? Gi vinkelen mellom normalen til sløyfeplanet og feltvektor  $B$ .

<input type="radio"/> A	B	C	D
$0^\circ$	$90^\circ$	$80^\circ$	$270^\circ$

20. Et batteri som gir en konstant ems  $\mathcal{E}_0$  kan koples til to strømførende ledere som vist. Et magnetfelt  $B$  står normalt på planet gjennom de to ledene som har innbyrdes avstand  $L$ . En ledende stav med masse  $m$  kan forsryves friksjonsfritt langs ledene, normalt både på disse to og på magnetfeltet. Når batteriet koples til vil staven først akselerere i en bestemt retning inntil den får en konstant terminal hastighet  $v$ . Forklar hva som skjer her. Argumenter kvalitativt for at  $v$  blir konstant. Gi retning både av  $v$  og evt. induisert strøm i kretsen.



Kraftvirksomhet på staven  $\vec{F}_B = m \frac{dv}{dt} = i(t) L \times \vec{B}$   
 der  $i(t)$  er momentane strøm i positiv strømretning  
 (mot urviseren). Fra vektorproduktet  $\vec{L} \times \vec{B}$  sees at  
 $\vec{v} \parallel \vec{x}$  som vist. Bevegelsen inducerer en ems som  
 vil motvirke batteriets ems, og  $\mathcal{E}_{\text{net}} = \mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_{\text{ind}}(t)$   
 $= i(t)R$ . Ems setter opp ei kraft som er motsatt rettet  
 $\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$ , der  $I = \text{initial strøm fra batteriet} \Rightarrow$   
 $I_{\text{ind}}(t)$  og  $I - I_{\text{ind}}(t) = i(t) \rightarrow 0$  når  $t \rightarrow \infty$ . Det vil  
 medføre en konstant terminal hastighet  $v$  som  
 (ser bort fra friksjon), bevegelsen  $\parallel \vec{x}$  øker

Fluksen  $\Phi_B$  gjennom den lukkede sløyfa.  
 Ems vil gi en  $I_{\text{ind}}$  som vil motvirke økningen  
 i  $\Phi_B$ , dvs  $I_{\text{ind}}$  går i retning med urviseren.