

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE
UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Kåre Olaussen
Telefon: 9 36 52

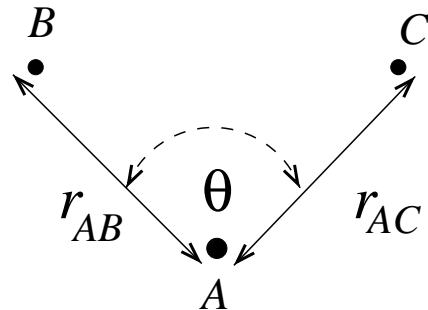
Eksamen i fag SIF4007 FYSIKK
for Maskinteknikk, Teknisk design og
Industriell økonomi og teknologiledelse
Onsdag 5. mai 1999
Tid: 09:00—15:00

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator.
K. Rottman: Matematisk formelsamling (alle språkutgaver).
O.H. Jahren og K.J. Knudsen: Formelsamling i matematikk.

Dette eksamenssettet er på 3 sider pluss et generelt vedlegg på 4 sider.

Oppgave 1:

Figuren til høyre viser en elektrostatisk modell for et atomært system, med ladninger $q_A = 2e$ og $q_B = q_C = -e$, der e er protonladningen. Avstandene $r_{AB} = r_{AC} = 2 \text{ \AA} = 200 \text{ pm}$, og vinkelen $\theta = 105^\circ$. I denne oppgaven skal du studere kraft- og energi-forholdene i denne modellen.

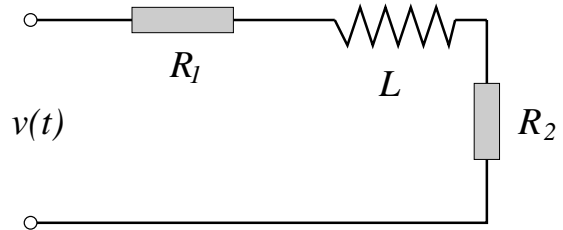


- Tegn en skisse som viser retning og (kvalitativt) relativ-størrelsen til de seks kreftene $\mathbf{F}_{A \rightarrow B}$, $\mathbf{F}_{B \rightarrow C}$, $\mathbf{F}_{C \rightarrow A}$ osv. Skisser også resultantkraften på hver av de tre ladningene q_A , q_B , q_C .
- Vi holder $r_{AB} = r_{AC}$ konstant, men øker vinkelen θ . Vil den potensielle energien til systemet (i) øke, (ii) være uendret, eller (iii) minke? Grunngi kort svaret.
- Vi holder vinkelen θ konstant, med reduserer r_{AB} og r_{AC} synkront, slik at $r_{AB} = r_{AC}$. Vil den potensielle energien til systemet (i) øke, (ii) være uendret, eller (iii) minke? Grunngi kort svaret.
- Finn nettokraften på ladningen q_A . Sett inn tallverdier.
- Finn endringen i potensiell energi for dette systemet når konfigurasjonen skifter fra i : $\theta = 105^\circ$, $r_{AB} = r_{AC} = 2 \text{ \AA}$ til f : $\theta = 180^\circ$, $r_{AB} = r_{AC} = 1.8 \text{ \AA}$.

- f) Vi ser på konfigurasjonsendringen i forrige punkt som en grov karikatur av en atomær overgang $i \rightarrow f$, som skjer ved enten emisjon eller absorpsjon av ett foton.
Finn bølgelengden til dette fotonet, og avgjør om det absorberes eller emitteres.
- g) Nevn kort hvorfor et system som dette kan danne et stabilt atom. Hva heter dette atomet?

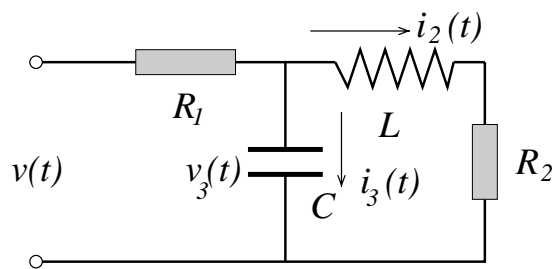
Oppgave 2:

Figuren til høyre viser prinsipp-diagrammet for en vekselstrømmotor (for vårt formål kan vi like gjerne velge å tenke på resistansen R_2 som en varmeovn som vi vil trekke mest mulig effekt ut av). Resistansen R_1 representerer tap i tilførselsledningen. En vekselstrømmotor vil ofte ha en selvinduktans L med i kretsen. I denne oppgaven skal du først oppgi alle svarene på symbolsk form. For innsetting av tallverdier bruker vi $R_1 = 0.5 \Omega$, $R_2 = 2.0 \Omega$, $L = 10 \text{ mH}$ og $v(t) = 310 \text{ V} \cos(2\pi ft)$, med $f = 50 \text{ Hz}$.



- a) Vi definerer *effektiviteten* η til denne kretsen som forholdet mellom den (tidsmidlede) effekten P_2 som omsettes i resistansen R_2 og den (tidsmidlede) effekten P_{tot} som omsettes i hele kretsen (R_1 , R_2 , og L), dvs. $\eta = P_2/P_{\text{tot}}$.
Tenk først kvalitativt på problemet. Vil effektiviteten vært (i) større, (ii) like stor, eller (iii) mindre uten selvinduktansen L tilstede?
- b) Finn impedansen $|Z|$ og fasevinkelen φ for denne kretsen.
- c) Finn hvilken effekt P_1 som omsettes i R_1 , P_2 som omsettes i R_2 og P_L som omsettes i L .
- d) Hvilken effekt P_2 ville blitt omsatt i R_2 dersom selvinduktansen L ikke var tilstede? Finn effektiviteten η i de to tilfellene.

- e) For å øke effekten som omsettes i R_2 kobler vi inn en kapasitans C som vist på figuren til høyre. Finn amplitude- og fase-forhold mellom $v_3(t)$ og $i_3(t)$ og mellom $v_3(t)$ og $i_2(t)$. Tegn figur(er) dersom du ikke velger å regne med komplekse impedanser.



- f) Finn hvilken kapasitans C som fører til at $i_2(t) + i_3(t)$ er i fase med $v_3(t)$.
- g) Hva blir spenningsfallet over resistansen R_1 i situasjonen fra forrige punkt? Finn også $v_3(t)$ uttrykt ved $v(t)$ i dette tilfellet.
- h) Finn effekten som omsettes i R_2 i tilfellet over. Verifiser at den er større enn før kapasitansen C ble koblet inn.

Oppgave 3:

Du står i Muruvik med en 400 Hz sirene (med god retningsbestemmelse). Når Nordlandsbanen nærmer seg dirigerer du sirenen mot lokomotivet.

- a) Vil togføreren høre en høyere, like høy, eller lavere frekvens enn 400 Hz?
- b) Lokomotivet kaster ekko av sirenen tilbake til deg. Vil dette ekkoet ha høyere, like høy, eller lavere frekvens enn den togføreren hører?
- c) Lydhastigheten er 330 m/s den dagen, og toget kjører i 100 km/time. Nøyaktig hvilken frekvens har ekkoet (i) når toget kommer i møte med deg, og (ii) når det har kjørt forbi og du retter sirenen mot bakerste vogn i toget?

Vedlegg 1:**Elektrisitet**

Coulomb-kraft: $\mathbf{F}_{2 \rightarrow 1} = -\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3}$. (for punktladninger q_i)

Elektrisk felt: $\mathbf{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\mathbf{F}}{q} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|^3}$ (fra punktladning q_1)

Gauss' lov (S lukket): $\Phi_E = \iint_S d^2\mathbf{A} \cdot \mathbf{E} = Q/\epsilon_0$. (Q ladning innenfor S)

Elektrisk potensial: $V_a - V_b = \int_a^b d\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})$ $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla V(\mathbf{r})$

Coulomb potensial: $V(\mathbf{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ (punktladning q i origo)

Flate- og volum-ladning: $V(\mathbf{r}) = \iint \frac{d^2 r_1 \sigma(\mathbf{r}_1)}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|}$ $V(\mathbf{r}) = \iiint \frac{d^3 r_1 \rho(\mathbf{r}_1)}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|}$

Elektrisk feltenergi pr. volum: $u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 \mathbf{E}^2$

I dielektrisk medium: $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_r \epsilon_0 = \epsilon$, (ϵ_r relativ permitivitet)

Magnetisme

Magnetisk kraft på ladning q med hastighet \mathbf{v} : $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$.

Kraft på strømførende leder i magnetfelt: $d\mathbf{F} = I d\mathbf{r} \times \mathbf{B}$

Biot-Savart's lov: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{r} \times \mathbf{r}}{r^3}$

Magnetfelt fra lang rett leder: $B = \frac{\mu_0}{2\pi r} I$

Ampère's lov: $\oint_C d\mathbf{r} \cdot \mathbf{B} = \mu_0 I$ (I strøm gjennom C)

Magnetiske ladninger finnes ikke (S lukket): $\Phi_B = \iint_S d\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$.

Faraday's induksjonslov: $\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\Phi_B = -\frac{d}{dt} \iint_S d^2\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ (\mathcal{E} induisert ems)

Magnetisk feltenergi pr. volum: $u_B = \frac{1}{2\mu_0} \mathbf{B}^2$

I materielt medium: $\mu_0 \rightarrow \mu_r \mu_0 = \mu$. (μ_r relativ permeabilitet)

Elektriske kretser

Resistans (ρ resistivitet, ℓ lengde, A tverrsnitt): $R = \rho\ell/A$

I serie og parallell: $R_s = R_1 + R_2$, $R_p^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1}$.

Kapasitans: $C = Q/V$ Q ladning, V spenning

Platekondensator (A plate-areal, d plate-avstand): $C = \epsilon A/d$

I serie og parallell: $C_s = C_1^{-1} + C_2^{-1}$, $C_p = C_1 + C_2$.

Elektriske kretser forts.

Selvinduktans ($N\Phi_B$ fluks gjennom spole med N viklinger):	$L = N\Phi_B/I$
Lang spole (tverrsnitt A , lengde ℓ , N viklinger):	$L = \mu AN^2/\ell$
I serie (s) og parallell (p):	$L_s = L_1 + L_2,$ $L_p^{-1} = L_1^{-1} + L_2^{-1}.$
Energi i kondensator:	$U_C = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV = \frac{Q^2}{2C}$
Magnetisk energi i spole:	$U_L = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}N\Phi_B I$
Veksel-strøm og spenning:	$i(t) = I \cos \omega t, \quad \omega = 2\pi f,$ $v(t) = V \cos(\omega t + \varphi).$
Effekt (tidsmidlet):	$P_{av} = \frac{1}{2}VI \cos \varphi$
Kompleks impedans:	$Z = Z e^{j\varphi} = (V/I) e^{j\varphi}$
For RCL -seriekrets:	$ Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2},$ $\tan \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R},$
med kompleks impedans:	$Z = Z e^{j\varphi} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}.$
I serie (s) og parallell (p):	$Z_s = Z_1 + Z_2,$ $Z_p^{-1} = Z_1^{-1} + Z_2^{-1}.$

Bølger

Bølgeligning:	$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$	(lineær dispersjonsrelasjon)
Relasjoner:	$\lambda f = v, \quad \omega = 2\pi f, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda},$	$\omega = vk$
Planbølge:	$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \phi)$	
Elektromagnetisk bølge i vakuum:		$v = c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}.$
Doppler effekt (for lyd):	$f_L = \frac{v + v_L}{v + v_S} f_S$	(S sender, L lytter)
Interferens fra N spalter med avstand d ($\varphi = kd \sin \vartheta$):		$I(\vartheta) = I(0) \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)}$
Diffraksjon fra én spalt med bredde a ($\Psi = ka \sin \vartheta$):		$I(\vartheta) = I(0) \frac{\sin^2(\Psi/2)}{(\Psi/2)^2}$
Begge av overstående:	$I(\vartheta) = I(0) \frac{\sin^2(\Psi/2)}{(\Psi/2)^2} \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{(\varphi/2)^2}.$	

Moderne fysikk

Fotoners energi E og bevegelsesmengde p ($\hbar \equiv \frac{h}{2\pi}$): $E = hf = \hbar\omega, p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k.$

Fotoelektrisk effekt: $E_K = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = hf - \phi$ (ϕ frigjøringsarbeid)

Fotoner fra atomære overganger ($i \rightarrow f$): $hf = E_i - E_f.$

Partiklers de Broglie bølglengde: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$

Heisenbergs usikkerhetsrelasjon: $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{1}{2}\hbar.$

Hydrogenspekteret: $E_n = -\frac{hcR}{n^2} = -\frac{13.60 \text{ eV}}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$

Stefan-Boltzmann lov: $I = \sigma T^4 = 5.67 \times 10^{-8} T^4 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$

Planck's strålingslov: $I(\lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda k_B T} - 1)}$

Noen fysiske konstanter

$$\begin{array}{lll} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2} & \frac{\mu_0}{4\pi} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ H/m} & c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} & \hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} & k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\ m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} & e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} & \end{array}$$

Dekadiske prefikser

E	exa	10^{18}	P	peta	10^{15}
T	tera	10^{12}	G	giga	10^9
M	mega	10^6	k	kilo	10^3
h	hekto	10^2	da	deka	10^1
d	desi	10^{-1}	c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}	μ	mikro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}	p	piko	10^{-12}
f	femto	10^{-15}	a	atto	10^{-18}

Størrelse		SI-enhet	
Navn	Symbol	Navn	Symbol
Elektrisk feltstyrke	E	Volt/meter	V/m
Elektrisk potensial	V	Volt	V
Permittivitet	ϵ	Farad/meter	F/m
Relativ permittivitet	ϵ_r, K		1
Elektromotorisk spenning	\mathcal{E}, U	Volt	V
Vinkelfrekvens	ω	invers-sekund	s^{-1}
Vinkel	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	radian	rad
Romvinkel	Ω	steradian	sr
Lengde	l	meter	m
Areal	A	kvadratmeter	m^2
Volum	V	kubikmeter	m^3
Tid	t	sekund	s
Hastighet	v	meter pr. sekund	m/s
Frekvens	f, ν	Hertz	$\text{Hz}=s^{-1}$
Bølgelengde	λ	meter	m
Masse	m	kilogram	kg
Kraft	F	Newton	$\text{N}=\text{kgm}/s^2$
Trykk	p	Pascal	$\text{Pa}=\text{N}/m^2$
Arbeid	A, W	Joule	$\text{J}=\text{kgm}^2/s^2$
Energi	E, W	Joule	$\text{J}=\text{Ws}$
Effekt	P	Watt	$\text{W}=\text{J}/s$
Termodynamisk temperatur	T, Θ	Kelvin	K
Celsiustemperatur	t, θ	grad Celcius	$^{\circ}\text{C}$
Varme, varmemengde	Q	Joule	$\text{J}=\text{VAs}$
Elektrisk strøm	I	Ampère	A
Elektrisk ladning	Q	Coulomb	$\text{C}=\text{As}$
Potensialdifferens, spenning	U	Volt	V
Kapasitans	C	Farad	$\text{F}=\text{As}/\text{V}$
Magnetisk feltstyrke	H	Ampère pr. meter	A/m
Magnetisk fluks	Φ_B	Weber	Wb
Magnetfelt	B	Tesla	T
Intensitet	I	Watt pr. kvad.meter	W/m^2
Induktans	L	Henry	H
Resistans	R	Ohm	Ω
Konduktans	G	Siemens	$\text{S}=\Omega^{-1}$
Impedans	Z	Ohm	Ω
Reaktans	X	Ohm	Ω