Forslag til løsning.

Oppgave 1

a) Sammenhengen mellom overflateladning σ og elektrisk felt er

$$\sigma = \varepsilon_0 E$$

Videre har en så $\sigma = Q/A$ og $E = V/d$ der $\pm Q$ er ladningen på platene og V er spenningen mellom disse. Av dette finner en så

$$\frac{Q}{A} = \varepsilon_0 \frac{V}{d}$$

slik at kapasitansen blir

$$C = \frac{Q}{V} = \underline{\underline{\varepsilon_0 \frac{A}{d}}}$$

Med dielektrisk medium endres kapasitansen til $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 A/d$. Siden den dielektriske skiven bare fyller en brøkdel η av mellomrommet mellom platene kan kondensatoren deles opp i 2 parallellkoplede kapasitanser av størrelse

$$C_1 = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\eta A}{d} \quad \text{og} \quad C_2 = \varepsilon_0 \frac{(1-\eta)A}{d}$$

slik at den resulterende kapasitansen blir

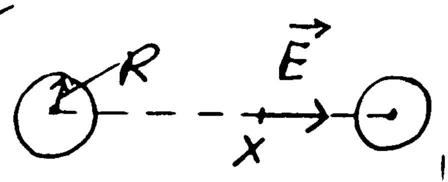
$$C_1 + C_2 = [\varepsilon_r \eta + (1-\eta)] \varepsilon_0 \frac{A}{d} = 2{,}0 \cdot \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Løst m.h.p. η gir dette

$$\varepsilon_r \eta + (1-\eta) = 2$$

$$\eta = \frac{2-1}{\varepsilon_r - 1} = \frac{1}{\varepsilon_r - 1} = \frac{1}{3{,}5-1} = \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$$

b)



Potensialforskjellen mellom de 2 lederne er

$$\Delta V = V(R) - V(d-R) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\ln\frac{d-R}{R} - \ln\frac{R}{d-R}\right]$$

$$= \underline{\underline{\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-R}{R}}} \approx \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{R}$$

Det elektriske feltet på forbindelseslinjen er rettet langs denne og er gitt ved (x-komponenten)

$$E = E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial x}\left[\ln(d-x) - \ln x\right]$$

$$= -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-1}{d-x} - \frac{1}{x}\right) = \underline{\underline{\frac{\lambda d}{2\pi\varepsilon_0(d-x)x}}}$$

Feltet er størst for $x = R$ eller $x = d-R$ (dvs. ved overflatene). Da har en

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{d}{(d-R)R} \approx \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

slik at $\lambda = 2\pi\varepsilon_0 R E_m$

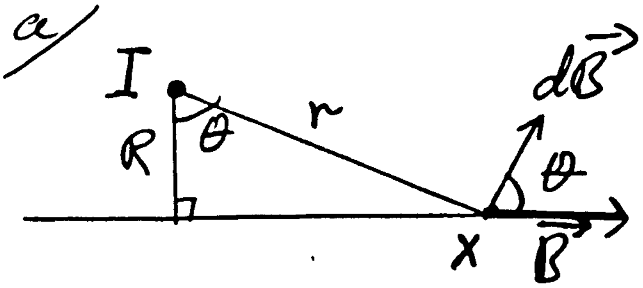
Innsatt i uttrykket for ΔV gir dette ved begynnende coronautladninger

$$\Delta V = \frac{2\pi\varepsilon_0 R E_m}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-R}{R} \approx \underline{2RE_m \ln\frac{d}{R}}$$

$$= 2\cdot 1{,}2\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}\cdot 3\cdot 10^{6}\,\mathrm{V/m}\,\ln\frac{240}{1{,}2} = \underline{\underline{3{,}7\cdot 10^{5}\,\mathrm{V}}}$$

Oppgave 2

a/



Bidraget til magnetfeltet fra strømelement $d\vec{B}$ er gitt ved

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{r^2} \qquad \text{der } r^2 = R^2 + x^2$$

siden $d\vec{l} \perp \hat{r}$ og følgelig $|d\vec{l} \times \hat{r}| = dl$. Resulterende magnetfelt vil peke langs x-aksen p.g.a. symmetrien. Dekomponering langs x-aksen gir så

$$dB_x = \cos\theta \, dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{r^3}\, dl$$

da $\cos\theta = \frac{R}{r}$. Ved integrering rundt sirkelen er r konstant. Resulterende magnetfelt for én vinding blir følgelig

$$B_x = \int dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{r^3}\oint dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{r^3}\, 2\pi R = \frac{\mu_0 R^2 I}{2r^3}$$

Med N vindinger får en dermed

$$B = NB_x = \underline{\underline{\frac{KI}{r^3}}} \qquad \text{der } K = \underline{\underline{\tfrac{1}{2} N \mu_0 R^2}}$$

$(\sigma = 3,\ r^2 = R^2 + x^2)$

b/ Gjensidig induksjon er bestemt av

$$\Phi_2 = M I_1$$

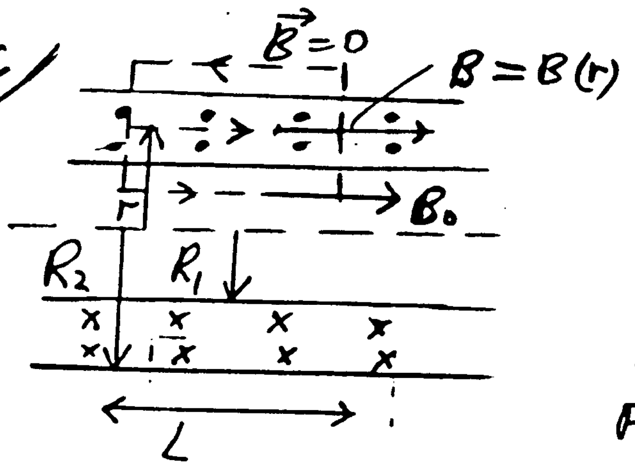
der I_1 kan være strømmen i den store spolen mens Φ_2 er den magnetiske fluksen gjennom den andre spolen fra den første. Med areal $A = \pi R_2^2$, N_2 vindinger og magnetfelt som antas konstant over den lille spolen ($R_2 << R$) blir denne

$$\phi_2 = N_2 A B = N_2 A \frac{K}{r^3} I = M I_1$$

Med $I = I_1$ finner en følgelig

$$\underline{\underline{M = N_2 A \frac{K}{r^3}}} \quad \text{der } A = \pi R_2^2 \text{ og } K = \tfrac{1}{2} N \mu_0 R^2$$

c/



Med integrasjonskurve som på figuren finner en

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = HL$$

For $r < R_1$ er strømmen innenfor integrasjonskurven

$I_{in} = nLI$. For stasjonære forhold blir Ampères lov $\oint \vec{H} d\vec{l} = I$ og vi finner

$$HL = I_{in} = nLI \text{ eller } H = nI$$

og følgelig med $\mu_r = 1$

$$B = \mu_0 H = \underline{\underline{\mu_0 n I}}$$

Med $R_1 < r < R_2$ blir det færre viklinger innenfor integrasjonsvegen. Mellom radiene R_1 og R_2 er det $N = nL$ viklinger på lengde L slik at mellom radiene r og R_2 blir antall viklinger

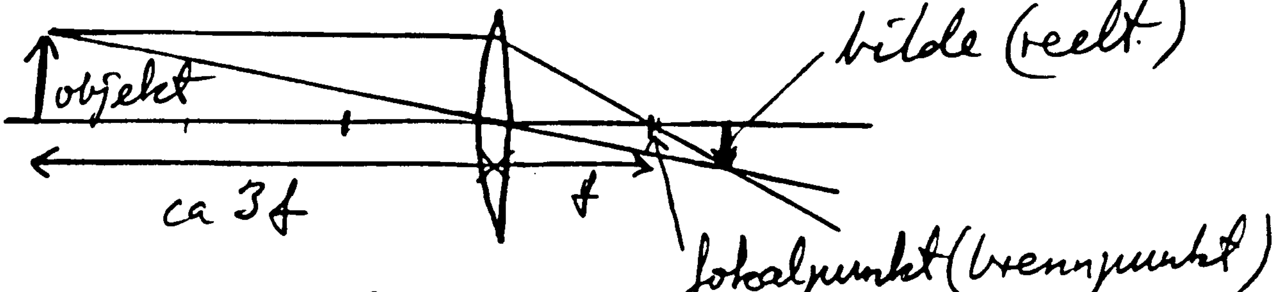
$$N_r = N \frac{R_2 - r}{R_2 - R_1} = \underline{nL \frac{R_2 - r}{R_2 - R_1}}$$

Tettheten av viklinger blir $n_r = N_r / L$. I samsvar med beregningen for $r < R_1$ blir dermed magnetfeltet.

$$B = B(r) = \mu_0 n_r I = \underline{\underline{\mu_0 n \frac{R_2 - r}{R_2 - R_1} I}}$$

Oppgave 3

a)



Geometrisk konstruksjon av bilde.

Avstanden mellom film og objektivet bestemmes av

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$$

der s og s' er henholdsvis posisjon til objekt og bilde i forhold til linsen. Avstanden mellom film og objektiv blir da som følger

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}-\frac{1}{s}=\frac{s-f}{fs}$$

$$s'=\frac{fs}{s-f}=\frac{4{,}0\cdot 100}{100-4{,}0}\text{ cm}=\frac{100}{24}\text{ cm}=\underline{\underline{41{,}7\text{ mm}}}\Leftarrow$$

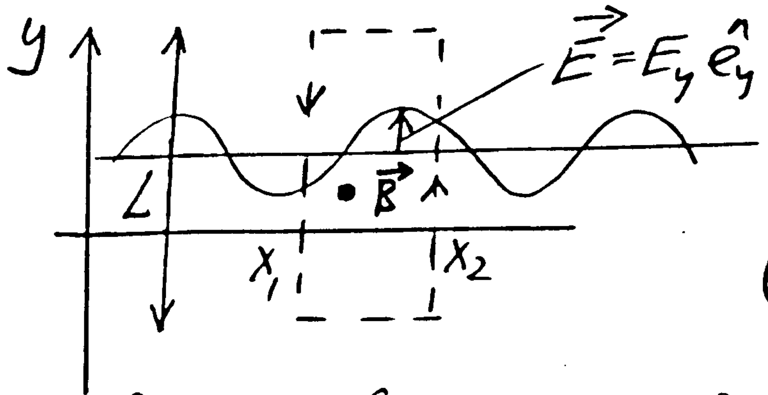
b) Da $1<n_1<n$ velges tykkelsen av antirefleks-belegget lik en kvart bølgelengde $\lambda/4$. (Vegforskjellen for lys reflektert fra de 2 grenseflatene er da lik $\lambda/2$. Dette gir da destruktiv interferens da det ikke er noen netto fasefaktor p.g.a. evt. faseskift ved refleksjonene.)

Lyshastigheten i belegget er $c_1=c/n$, slik at bølgelengden blir $\lambda=c_1/f$. Tykkelsen av belegget blir følgelig

$$d=\frac{\lambda}{4}=\frac{c_1}{4f}=\frac{c}{4n_1 f}=\frac{3\cdot 10^8\,\text{m/s}}{4\cdot 1{,}25\cdot 5{,}4\cdot 10^{14}\,\text{s}^{-1}}=\underline{\underline{111\text{ nm}}}$$

c/ Bølgehastigheten er $\underline{c = \frac{\omega}{k}}$

Bølgelengden er $\underline{\lambda = \frac{2\pi}{k}}$



Integrer langs den stiplede kurven og finner (endestykkene bidrar ikke siden $\vec{E}\,d\vec{l} = 0$ langs disse)

$$\oint \vec{E}\,d\vec{l} = \int E_y(x_2)\,dy - \int E_y(x_1)\,dy =$$

$$E[\cos(\omega t - kx_2) - \cos(\omega t - kx_1)]\int dy = \underline{L E_0[\cos(\omega t - kx_2) - \cos(\omega t - kx_1)]}$$

Den magnetiske fluksen gjennom flaten innenfor den stiplede kurven blir

$$\phi_B = \int \vec{B}\,d\vec{A} = \int B\,dx\,dy = L\int_{x_1}^{x_2} B_0 \cos(\omega t - kx)\,dx =$$

$$L\frac{B}{k}\Big|_{x_1}^{x_2}(-\sin(\omega t - kx)) = \frac{1}{k} L B[-\sin(\omega t - kx_2) + \sin(\omega t - kx_1)]$$

$$\frac{d\phi_B}{dt} = \underline{L B_0 \frac{\omega}{k}[-\cos(\omega t - kx_2) + \cos(\omega t - kx_1)]}$$

Ved å sammenlikne de 2 uttrykkene finner en at $\oint \vec{E}\,d\vec{l} = d\phi_B/dt$ innebærer

$$\underline{E_0 = \frac{\omega}{k} B_0} \quad (\text{dvs. } a = \omega/k)$$