Institutt for fysikk 2004

TFY4100 Fysikk
Eksamen 13.mai 2004. Løsningsforslag

Oppgave 1. **Flervalgsspørsmål**

Spørsmål:	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l
Rett svar:	D	C	B	A	C	D	E	A	A	B	E	C

Detaljer om spørsmålene:

a) Bevegelsesmengden er bevart, ikke energien.

b) Sentripetalkraft $F = m \cdot v^2/r$.

c) Ifølge Newtons 2. lov for rotasjon: Dreiemoment $\tau\ (= F \cdot r) = I \cdot \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$. Løser herfra I.

d) Parallellakseteoremet: $I = I_{\mathrm{cm}} + M \cdot R^2$. Da er treghetsmomentet, I_{cm} om tyngdepunktet alltid minst. Og her er $R_1 = R_2 = R$.

e) Støt mellom to roterende skiver. Dreieimpulsen (spinnet),L_{tot}, er bevart i alle støt. Dermed halveres vinkelhastigheten etter støtet. Total kinetisk energi etter blir $W_{\mathrm{etter}} = \frac{1}{2}(2I)\,(\omega/2)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot W_{\mathrm{k,tot,før}}$.

f) Ved bruk av oppdriftsloven finner man $y/h = \rho_{\mathrm{tre}}/\rho_{\mathrm{vann}}$ som løser problemet.

g) Kin. energi $W_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}mv^2$ og alltid positiv. Når utsvinget er null er hastigheten maksimal, og derfor også kinetisk energi maksimal ved $t = 0$.

h) Fra grafen leses bølgelengde $\lambda = 8$ m og dermed frekvensen $T = \lambda/v = 2\ \mathrm{s}^{-1}$. Amplituden er 2 m. Bølgen $y(x,t) = y_0 \cdot \sin(2\pi x/\lambda - 2\pi t/T)$ er da representert med A).

i) Netto utstråling: $P = P_{\mathrm{ut}} - P_{\mathrm{inn}} = A \cdot e \cdot (\sigma T^4 - \sigma T_{\mathrm{omg}}^4)$. Areal og emissivitet e har ikke noe å bety for relativ endring $P_2/P_1 = (T_2^4 - T_{\mathrm{omg}}^4)/(T_1^4 - T_{\mathrm{omg}}^4)$. Temperaturer i kelvin.

j) Med utvidelse i tre retninger er volumutvidelseskoeffisienten tre ganger den lineære.

k) E er feil, fordampingen krever varme som tas **fra omgivelsene**.

l) Samme varmestrøm gjennom alle lag: $j = \lambda_1 \cdot \Delta T_1/\ell = \lambda_2 \cdot \Delta T_2/\ell = \lambda_3 \cdot \Delta T_3/\ell$. Her er tykkelsen ℓ lik for alle lag. Når λ er liten (god varmeisolator) er ΔT stor.

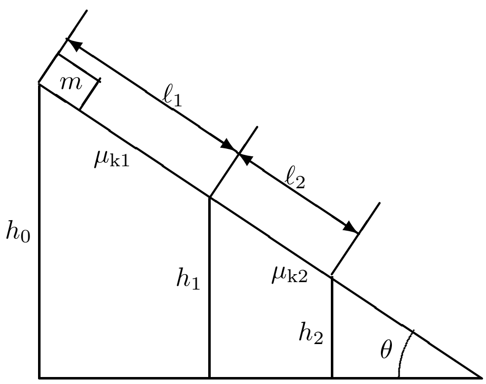
Oppgave 2. **Friksjon**

a) Friksjonskraft ved bevegelse virker motsatt retning av bevegelsen og er proporsjonal med normalkrafta $F_\perp$ mot underlaget med proporsjonalitetskonstant den kinetiske friksjonskoeffisienten μ_{k}:

$$F_{\mathrm{f}} = \mu_{\mathrm{k}} \cdot F_\perp .$$

Normalkrafta er $F_\perp = mg \cdot \cos\theta$, dermed får vi

$$F_{\mathrm{f}} = \mu_{\mathrm{k}} \cdot mg \cdot \cos\theta .$$



b) La høyden ved start være h_0 og høyden ved friksjonsskillet være h_1 (se figur).

$$\begin{aligned} \text{Energi før} &= \text{energi etter} + \text{friksjonsarbeid} \\ mgh_0 &= mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 + F_{\mathrm{f}} \cdot \ell_1 \\ mg(h_0 - h_1) &= \frac{1}{2}mv_1^2 + \mu_{\mathrm{k1}} \cdot mg \cdot \cos\theta \cdot \ell_1 \end{aligned}$$

Her er $h_0 - h_1 = \sin\theta \cdot \ell_1$, og m kan forkortes slik at v_1 kan løses. Hvis man vil kontrollere egne utregninger kan man løse og sette inn:

$$v_1 = \sqrt{2g\ell_1(\sin\theta - \mu_{\mathrm{k1}} \cdot \cos\theta)} = 4,57\ \mathrm{m/s}.$$

c) Her også lurt å bruke energianalyse. Klossen glir en avstand ℓ_2 inn i høyfriksjonsdelen før den stopper med $v_2 = 0$, og har da høyde h_2 med $h_1 - h_2 = \sin\theta \cdot \ell_2$.

$$
\begin{aligned}
\text{Energi ved } h_1 &= \text{energi ved } h_2 + \text{friksjonsarbeid} \\
mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 &= mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + F_\mathrm{f} \cdot \ell_2 \\
mg(h_1 - h_2) + \frac{1}{2}mv_1^2 &= \mu_{\mathrm{k}2} \cdot mg \cdot \cos\theta \cdot \ell_2 \\
\mu_{\mathrm{k}2} \cdot mg \cdot \cos\theta \cdot \ell_2 - mg\sin\theta \cdot \ell_2 &= \frac{1}{2}mv_1^2 \\
\ell_2 = \frac{v_1^2}{(2g) \cdot (\mu_{\mathrm{k}2} \cdot \cos\theta - \sin\theta)} &= \frac{20,894\,\mathrm{m^2/s^2}}{19,6\,\mathrm{m/s^2} \cdot (0,95 \cdot 0,7660 - 0,6428)} = 12,56\,\mathrm{m} = \underline{13\,\mathrm{m}}.
\end{aligned}
$$

d) Det er kun akselerasjon langs skråplanet. Enklest å finne summen av krefter langs skråplanet og bruke Newtons 2. lov. (Her trenger vi ikke bruke svaret i c).

$$
\begin{aligned}
\Sigma F &= F_{||} - F_\mathrm{f} = mg\sin\theta - \mu_\mathrm{k} \cdot mg \cdot \cos\theta \\
\Rightarrow \quad a_2 &= \Sigma F/m = g \cdot (\sin\theta - \mu_\mathrm{k} \cdot \cos\theta) = 9,8\,\mathrm{m/s^2} \cdot (0,6428 - 0,95 \cdot 0,7660) = \underline{-0,83\,\mathrm{m/s^2}}.
\end{aligned}
$$

Alternativt: Når akselerasjonen er konstant kan den beregnes fra $a = (v_2 - v_1)/t = -v_1/t$. Tida kan f.eks. finnes fra at midlere fart er $\bar{v} = \ell_2/t$, og $\bar{v} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) = \frac{1}{2}(v_1 + 0)$, som gir

$$
t = 2\ell_2/v_1 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{-v_1}{2\ell_2} \cdot v_1 = -\frac{(4,6\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 12,56\,\mathrm{m}} = \underline{-0,84\,\mathrm{m/s^2}}.
$$

Eller fra følgende formel: $v_2^2 - v_1^2 = 2as \quad \Rightarrow \quad a = \frac{0 - v_1^2}{2\ell_2} = \ldots$

Oppgave 3. Svingninger og bølger

a) Eneste krefter som virker er tyngdekrafta (nedover) $F = mg$ og fjærkrafta (oppover) $F_\text{fjær} = -k \cdot \Delta y$ - fra Hookes lov der k er fjærkonstanten og Δy er forlengelsen som tyngdekrafta har forårsaka. Figur ikke vist her i l.f.

Når hopperen henger rolig er, ifølge Newton 2, $\Sigma F = 0$, og altså $F + F_\text{fjær} = 0$, eller $mg = k \cdot \Delta y$. Forlengelsen er her $\Delta y =$ 18,0 m-10,0 m = 8,0 m, slik at

$$
k = \left| \frac{mg}{\Delta y} \right| = \frac{80\,\mathrm{kg} \cdot 9,8\,\mathrm{m/s^2}}{8,0\,\mathrm{m}} = 98\,\mathrm{N/m}.
$$

Kommentar: Ser bort fra massen til strikken, m.a.o. lengden 10 m for strikken er forutsatt i hengende tilstand. Dette burde gjerne vært presisert i oppgaveteksten.

b) Nå er hun ikke i ro og Newtons 2. lov gir $\Sigma F = ma = m\ddot{y}$. La nå y være forskyvningen ut fra likevektsstillinga (positiv nedover). Strikken er da utstrekt $\Delta y + y$ og

$$
\Sigma F = mg - k(\Delta y + y) = -ky
$$

siden $mg = k\Delta y$ fra a). Dersom $mg - k\Delta y$ ikke er tatt med/diskutert er løsningen ikke fullgod. Diff.likningen blir

$$
m\ddot{y} + ky = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{y} + \omega_0^2 y = 0, \quad \text{med} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{98\,\mathrm{N/m}}{80\,\mathrm{kg}}} = \underline{1,11\,\mathrm{s^{-1}}}.
$$

Og dermed $f_0 = \omega_0/(2\pi) = 0,176\,\mathrm{Hz}$ og $\underline{T_0 = 1/f_0 = 5,7\,\mathrm{s}}$.

c) F = strekkraft = mg = 784 N i likevektsstillinga. μ er masse per lengdeenhet (må bruke aktuell strikklengde): $\mu = m_\mathrm{s}/L = 5,00\,\mathrm{kg}/18,0\,\mathrm{m} = 0,278\,\mathrm{kg/m}$.

$$
\underline{v} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{mg \cdot L}{m_\mathrm{s}}} = \sqrt{\frac{80\,\mathrm{kg} \cdot 9,8\,\mathrm{m/s^2} \cdot 18,0\,\mathrm{m}}{5,00\,\mathrm{kg}}} = 53,1\,\mathrm{m/s} = \underline{53\,\mathrm{m/s}}.
$$

d) For stående bølge med 2. harmoniske svingning er det to buker på strikklengden, dvs. bølgelengden

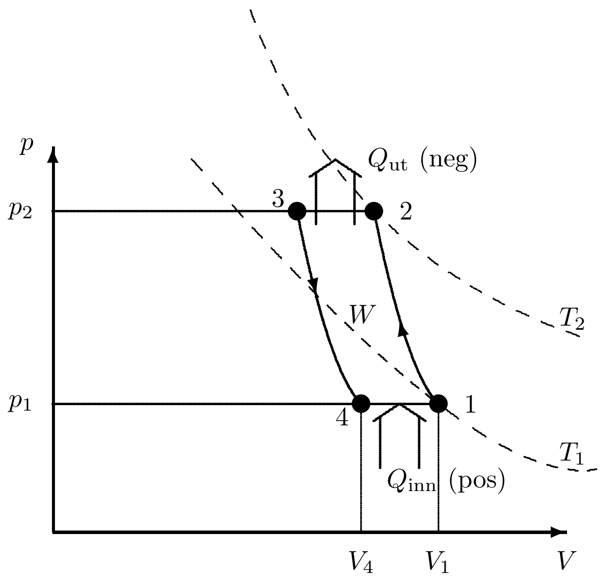
$$
\underline{\lambda = L = 18,0\,\mathrm{m}}.
$$

Da er frekvensen

$$
f = \frac{v}{\lambda} = \frac{53,1\,\mathrm{m/s}}{18,0\,\mathrm{m}} = 2,95\,\mathrm{s^{-1}} = \underline{3,0\,\mathrm{Hz}}.
$$

(eller vinkelfrekvens $\omega = 2\pi f = 19\,\mathrm{s^{-1}}$.)

Oppgave 4. Varmepumpe



a) Isobarene kan tegnes inn nøyaktig (dessverre er ikke y-aksen skalert rett i denne figuren - datafingertrøbbel). Volum for tilstand 1 og 4 er oppgitt. Temperaturen må øke under den adiabatiske kompresjonen $1 \to 2$ slik at temperaturen T_2 er høyere enn T_1 og dermed ligger isotermen gjennom 2 lenger ut enn gjennom 1. Isotermene er hyperbler i pV-diagrammet! V_2 og V_3 er omtrentlige.

b) For en ideell gass er $c_p' - c_V' = R$ og dermed $C_p - C_V = nR$, der R er den molare gasskonstanten. Nå er adiabatkonstanten definert $\gamma = C_p/C_V$. Med $\gamma = 5/3$ gir dette løsningen $\underline{C_p = (5/2)nR}$ og $\underline{C_V = (3/2)nR}$.

c) Fra ideell gasslov:

$$n = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{150 \cdot 10^3 \mathrm{N/m^2} \cdot 100 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^3}}{8,31\,\mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}} \cdot 250\,\mathrm{K}}$$
$$= 0,007216\,\mathrm{mol} = \underline{7,2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mol}}$$

d) Prosess $4 \to 1$ er en isobar slik at fra ideell gasslov:

$$\frac{V_1}{V_4} = \frac{T_1}{T_4} \quad \Rightarrow \quad T_4 = T_1 \cdot \frac{V_4}{V_1} = 250\,\mathrm{K} \cdot \frac{8}{10} = \underline{200\,\mathrm{K} = -73\,^\circ\mathrm{C}}$$

Kan også løses som følger:

$$p_4 V_4 = nRT_4 \quad \Rightarrow \quad T_4 = \frac{p_4 V_4}{nR} = \frac{150 \cdot 10^3 \cdot 80 \cdot 10^{-6}}{7,21 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31}\,\mathrm{K} = \underline{200\,\mathrm{K} = -73\,^\circ\mathrm{C}}$$

Prosess $1 \to 2$ er adiabat, slik at T_2 bestemmes f.eks. fra følgende adiabatlikning:

$$p_1^{1-\gamma} T_1^{\gamma} = p_2^{1-\gamma} T_2^{\gamma} \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} = 250\,\mathrm{K} \cdot \left(\frac{150}{750}\right)^{-2/5} = \underline{476\,\mathrm{K} = 203\,^\circ\mathrm{C}}$$

Alternativ løsning er å bruke den mer kjente adiabatlikninga pV^γ = konstant for å finne volumet V_2:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \quad \Rightarrow \quad V_2 = V_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/\gamma} = 100\,\mathrm{cm}^3 \cdot \left(\frac{150}{750}\right)^{3/5} = 38,07\,\mathrm{cm}^3,$$

og så ideell gasslov for å finne temperaturen:

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = \frac{750 \cdot 10^3 \mathrm{N/m^2} \cdot 38,07 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^3}}{0,007216\,\mathrm{mol} \cdot 8,31\,\mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}}} = \underline{476\,\mathrm{K} = 203\,^\circ\mathrm{C}}$$

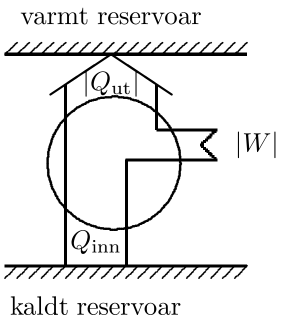
Kunne også funnet V_3 (men ikke spurt etter):

F.eks. fra adiabatlikningen pV^γ = konstant: $\quad V_3 = V_4 \cdot (p_1/p_2)^{1/\gamma} = 80\mathrm{cm}^3 \cdot (1/5)^{3/5} = 30,46\,\mathrm{cm}^3,$

eller fra isobaren $2 \to 3$ og oppgitt $T_3 = 381$ K : $\quad \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} \quad \Rightarrow \quad V_3 = V_2 \cdot \frac{T_3}{T_2} = 38,07\,\mathrm{cm}^3 \cdot \frac{381}{476} = 30,47\,\mathrm{cm}^3.$

e) Begge prosessene $2 \to 3$ og $4 \to 1$ foregår ved konstant trykk slik at $Q = C_p \cdot \Delta T$, der $C_p = 5/2 \cdot nR$ (fra b)).

$$Q_{23} = Q_{\mathrm{ut}} = \frac{5}{2} \cdot nR \cdot \Delta T = \frac{5}{2} \cdot 0,007216\,\mathrm{mol} \cdot 8,31\,\mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}} \cdot (381 - 476)\,\mathrm{K} = -14,25\,\mathrm{J} = \underline{-14,3\,\mathrm{J}} \text{ (avgitt)}.$$
$$Q_{41} = Q_{\mathrm{inn}} = \frac{5}{2} \cdot nR \cdot \Delta T = \frac{5}{2} \cdot 0,007216\,\mathrm{mol} \cdot 8,31\,\mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}} \cdot (250 - 200)\,\mathrm{K} = 7,499\,\mathrm{J} = \underline{7,5\,\mathrm{J}} \text{ (mottatt)}.$$



f) Varmen $|Q_{\rm ut}|$ er den nyttige størrelsen mens $|W|$ er hva som koster. Energibalanse (eller ved å bruke $0 = \Delta U = Q - W$ for kretsprosess) gir $|W| = |Q_{\rm ut}| - |Q_{\rm inn}| = 14,25\,\mathrm{J} - 7,499\,\mathrm{J} = 6,751\,\mathrm{J}$, slik at varmepumpas effektfaktor er

$$\epsilon = \frac{Q_{\rm ut}}{|W|} = \frac{14,25}{6,751} = 2,111 = \underline{2,1.}$$

<u>Karakterstatistikk:</u>

	A	B	C	D	E	F	Totalt	Middel	Middel *)
MTPROD	7	14	13	13	28	9	84	D	2,2
MTIØT	20	9	6	2	3	0	40	B	4,0
Ukjent				1	1	1	3		
Sum	27	23	19	16	32	10	127	C	2,7

*) Middel tallekvivalent basert på : A=5, B=4, C=3, D=2, E=1, F=0

Middelkarakter for de ulike oppgavene:

1:	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l				
	A	A	E	C	F	E	F	E	F	F	C	F				
2:	a	b	c	d	3:	a	b	c	d	4:	a	b	c	d	e	f
	A	B	C	C		A	C	C	C		B	B	A	A	C	B

A.Mi. 1.juni 2004